

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий

(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»

(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование

(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование

(направленность (профиль))

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)**

на тему «Проектирование индивидуальных траекторий обучающихся
по математике как условие реализации образовательных стандартов
в общеобразовательной школе (на примере темы «Четырехугольники»)»»

Студент

Е.В. Белоусова

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный
руководитель

д-р пед. наук, проф. Р.А. Утеева

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Тольятти 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ	8
§1. Понятие индивидуальных траекторий обучающихся	8
§2. Различные подходы к проектированию индивидуальных..... траекторий обучающихся по математике	13
§3. Формы, методы и средства обучения при реализации индивидуальных траекторий обучающихся по математике	26
Выводы по первой главе.....	41
ГЛАВА 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РЕАЛИЗАЦИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ»	43
§4. Анализ содержания темы «Четырехугольники» в соответствии с требованиями образовательного стандарта.....	43
§5. Программа индивидуальной траектории обучающихся по теме «Четырехугольники» на базовом уровне.....	51
§6. Программа индивидуальной траектории обучающихся по теме «Четырехугольники» на углубленном уровне	63
§7. Методика проведения диагностики обучающихся для проектирования индивидуальных образовательных траекторий по теме «Четырехугольники»	68
Выводы по второй главе	77
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	78
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	80

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и научная значимость настоящего исследования.

Проблема организации обучения геометрии, и в целом математики, с точки зрения особенностей конкретных учащихся стоит давно. В процессе развития системы образования предлагались разнообразные варианты ее решения от формирования специализированных школ, до проведения индивидуального обучения для одарённых детей. Однако последние исследования показывают, что часто одаренные дети имеют свои особенности и остаются незамеченными и им, а не только отстающим учащимся требуется определение своих целей и методов их достижения.

Одним из вариантов современного решения этой проблемы является построение индивидуальных траекторий учащихся, позволяющих скорректировать работу с учетом особенностей каждого школьника.

Данной проблеме посвящены диссертационные исследования [33, 43].

О.А. Исакова [33] отмечает, что непосредственно понятие «индивидуальная образовательная траектория» рассматривалось еще в работах Л.Н. Агаевой, Е.А.Александровой, А.Б. Воронцова и многих других исследователей. При этом термин траектория появился не сразу, вначале суть индивидуального подхода рассматривалась как личностно-ориентированное образование в целом. В диссертации А.М. Маскаевой [43] проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся раскрывается на примере изучения раздела «Начала математического анализа».

Тема «Четырехугольники» - традиционная тема школьного курса планиметрии 8 класса. Её содержание ориентировано на формирование предметных, метапредметных и личностных результатов освоения образовательной программы в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта общего образования (ФГОС основного общего образования). Задачи по теме актуальны для подготовки

учащихся к сдаче итоговой аттестации в форме ОГЭ и ЕГЭ. Поэтому разработка программы индивидуальной образовательной траектории для учащихся на базовом и профильном уровне по теме представляет определенный интерес.

Все вышесказанное определяет актуальность темы данного исследования.

Проблема исследования состоит в поиске, обосновании и разработке технологии построения индивидуальных траекторий обучающихся по математике, ориентированной на реализацию образовательных стандартов в общеобразовательной школе.

Объектом исследования является процесс обучения школьников математике.

Предметом исследования является технология проектирования индивидуальных траекторий обучающихся по математике как условие реализации образовательных стандартов в общеобразовательной школе.

Цель исследования – обосновать и разработать технологию проектирования индивидуальных траекторий обучения по математике, ориентированной на реализацию образовательных стандартов в общеобразовательной школе (на примере темы «Четырехугольники»).

Гипотеза исследования заключается в том, что технология уровневой дифференциации обучения, положенная в основу построения индивидуальных траекторий обучающихся по математике, будет способствовать достижению требований образовательных стандартов, как на базовом, так и на профильном уровнях.

Для достижения поставленной цели и проверки сформулированной гипотезы необходимо решить следующие **задачи**:

1. Раскрыть сущность понятия «индивидуальная образовательная траектория».
2. Описать различные подходы к проектированию индивидуальных траекторий, обучающихся по математике.

3. Определить основные формы, методы и средства обучения при реализации индивидуальных траекторий; обучающихся по математике.

4. Выполнить анализ содержания темы «Четырёхугольники» в соответствии с требованиями образовательного стандарта.

5. Разработать программы индивидуальных траекторий для обучающихся по теме «Четырёхугольники» на базовом и углубленном уровнях на основе технологии уровневой дифференциации обучения.

6. Обосновать методику диагностики обучающихся для проектирования индивидуальных образовательных траекторий по теме «Четырёхугольники».

Теоретико-методологическую основу исследования составили: работы ученых методистов Г.И. Саранцева [51], М.А. Родионова [50], концепция и технология дифференцированного обучения математике Р.А. Утеевой [57].

Базовыми для настоящего исследования явились также работы Дробышевой И.В. [30], Исаковой [33], Лабчук Н.С. [40], Максаевой А.М. [43].

Методы исследования: теоретический анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования; анализ федеральных государственных образовательных стандартов общего среднего образования, программ по математике, учебных пособий и дидактических материалов по геометрии; проведение анкетирования и тестирования учащихся, опрос преподавателей математики, наблюдение и анализ педагогических ситуаций, изучение и обобщение опыта преподавания, педагогический эксперимент.

Опытно-экспериментальная база исследования: исследование проводилось на базе МБОУ «Школа № 38» города Норильска.

Научная новизна исследования заключается в обосновании и разработке технологии построения индивидуальных траекторий

обучающихся по теме «Четырехугольники», ориентированной на реализацию образовательных стандартов в общеобразовательной школе.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что его результаты расширяют представления учителей математики и магистров математического образования о сущности понятия «индивидуальная образовательная траектория» и различных подходов к проектированию индивидуальных траекторий обучающихся по математике;

– определены основные формы, методы и средства обучения при реализации индивидуальных траекторий; обучающихся по математике.

Практическую значимость исследования составляют:

– анализ содержания темы «Четырёхугольники» в соответствии с требованиями образовательного стандарта;

– программы индивидуальных траекторий для обучающихся по теме «Четырёхугольники» на базовом и углубленном уровнях;

– методика диагностики обучающихся для проектирования индивидуальных образовательных траекторий по теме «Четырехугольники».

Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечиваются:

– анализом научно-методической литературы и опыта работы учителей математики по проблеме исследования;

– опорой на результаты современных исследований по теории и методике обучения математике;

– экспериментальной работой в школе.

Личное участие автора в организации и проведении исследования состоит в анализе научно-методической литературы, разработке программы индивидуальной образовательной технологии обучения теме «Четырехугольники» на базовом и профильном уровнях.

Апробация и внедрение результатов работы велись в течение всего исследования. Его результаты обсуждались: в период прохождения производственных (научно-исследовательской НИР 1-4) и преддипломной

практик на кафедре «Высшая математика и математическое образование» ФГБОУ ВО «Голыяттинский государственный университет; докладывались на III Международной Научно-практической Конференции «Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях» (1-7 июня 2020г., г. Луганск).

Основные результаты исследования отражены в 2 публикациях.

На защиту выносятся:

1. Анализ содержания темы «Четырёхугольники» в соответствии с требованиями образовательного стандарта.
2. Программы индивидуальных траекторий для обучающихся по теме «Четырёхугольники» на базовом и углубленном уровнях.
3. Методика диагностики обучающихся для проектирования индивидуальных образовательных траекторий по теме «Четырёхугольники».

Структура магистерской диссертации. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, содержит 26 рисунков, 11 таблиц, список использованной литературы (65 источников). Основной текст работы изложен на 87 страницах.

ГЛАВА 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ

§1. Понятие индивидуальных траекторий обучающихся

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО) отмечено, что в нем учитываются:

– «возрастные и индивидуальные особенности обучающихся при получении основного общего образования, включая образовательные потребности обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов, а также значимость общего образования для дальнейшего развития обучающихся»;

– необходимость построения «образовательной деятельности с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся» [1, С.2,3].

Одной из современных технологий, которая в полной мере позволяет учесть личностные характеристики учащегося, и сформировать программу обучения, удовлетворяющую указанным требованиям, является индивидуальная образовательная траектория[36].

Индивидуальная траектория обучения призвана обеспечить формирование основного свойства, так необходимого учащимся – способности к обучению. Учитывая, тот факт, что центром становится не обучающий, а сам субъект обучения, то от коллективных требований и программ осуществляется переход к индивидуальным решениям. При этом в индивидуальными становятся не только методы достижения образовательных целей, но и их уровни.

А.А. Ковылина [37] отмечает, что эффективность обучения на сегодня определяется уровнем освоения определенных компетенций учащимся, на этой основе и вырабатываются новое содержание и формы обучения.

О.А. Исакова отмечает, что понятие «индивидуальная образовательная траектория» рассматривалось в работах многих исследователей. При этом термин траектория появился не сразу, вначале суть индивидуального подхода рассматривалась как личностно-ориентированное образование в целом.

В личностно-ориентированном образовании подразумевается наличие ориентации на воспитание, обучение, и развитии каждого из учащихся в соответствии с их индивидуальными особенностями: возрастными, психологическими, интеллектуальными, физиологическими.

Автор определяет индивидуальную траекторию как: «индивидуальный процесс продвижения школьника в образовании на основе реализации выбора, предполагающий педагогическое сопровождение на содержательном и организационном уровнях с учетом способностей, образовательных потребностей и образовательного запроса»

В работе Н.В. Степановой [55, С. 39] отмечается, что И.С. Якиманская считает: «...что субъектный опыт ребёнок получает самостоятельно, поэтому при обучении необходимо создать условия для раскрытия и развития его индивидуальных познавательных возможностей и самостоятельности. В концепции представлена характеристика деятельности учащегося в условиях личностно ориентированного обучения, находящегося в позиции субъекта познания».

Жесткая регламентация процесса образования «уходит в прошлое», деятельность педагога направлена на понимание индивидуальности каждого ученика и в этом контексте предоставления по необходимости поддержки и возможного проведения коррекции в особых случаях.

Если личностно-ориентированный подход предполагает фактически создание особых условий для развития личности ученика, не определяя ориентиры, то в этом смысле понятие индивидуальной образовательной траектории вносит конкретизацию в маршрут обучения для выбранного учащегося.

В рамках личностно-ориентированного подхода создаются предпосылки для раскрытия индивидуальных познавательных возможностей каждого учащегося и выявления педагогических условий, позволяющих добиться их удовлетворения. Очевидно, что процесс выявления и развития способностей конкретного учащегося (особенно одарённого или же со специальными потребностями) требует алгоритмизации, что и формирует индивидуальные образовательные траектории [56].

В обзоре по проблеме личностно-ориентированного образования Н.В. Степановой [55] отмечается, что большое внимание к личностно-ориентированному обучению уделено в работах российских ученых, например, В.В. Серикова, Е.В. Бондаревской, И.С. Якиманской, А.В. Хуторского.

Однако из методологии личностно-ориентированного подхода совсем не следует, что разработка индивидуальных траекторий возлагается на педагога.

Как отмечает И.О. Соби́на [54, С. 243] «в современной школе должны быть созданы условия для формирования универсальных способностей личности, основанных на новых социальных потребностях и ценностях. К числу таких задач можно отнести: самостоятельность, право и умение сделать свой личный выбор и т.д.».

Основой становятся различные виды деятельности, предлагаемые педагогом, на базе которых и формируется индивидуальная образовательная траектория с учетом особенностей и предпочтений учащегося. Такой подход к обучению определяется как многосенсорный.

С другой стороны, например, А.А. Хуторской, согласно автору [47], определяет индивидуальную образовательную траекторию несколько иначе «отражение совместных действий учителя и ученика в освоении учебного содержания, в достижении образовательных результатов».

Исходя из этого, Т.Л. Пархоменко [47] использует понятие индивидуальной образовательной траектории для обеспечения мониторинга

эффективности учебно-практической деятельности учащегося, уровня предметной компетенции.

С.А. Вдовина в своей работе [13, С. 4] определяет индивидуальную образовательную траекторию как «проявление стиля учебной деятельности каждого учащегося, зависящее от его мотивации, обучаемости и осуществляемое в сотрудничестве с педагогом».

Автор выделяет три направления выполнения индивидуальной образовательной траектории учащегося (рисунок 1):

- содержательное;
- деятельностное;
- процессуальное.

Таким образом, происходит разделение на составляющие, каждая из которых влияет на построение общей траектории.

Содержательное направление включает оценку возможностей и потребностей учащегося, в разрезе самого содержания образования. Т.е. определения объемов и тематик изучения в рамках стандарта основного общего образования с учетом фактора избирательности. Важным факторов в этой связи становится разработка индивидуальных программ для моделирования исследовательского мышления [83, 84].

Процесс проектирования индивидуальной образовательной траектории может также рассматриваться как некоторое понятие, которое, в частности, В.М. Гребенщикова и С.С. Игнатович [27] определяют как совместную деятельность учащегося и педагога. При этом авторы усматривают эволюцию подхода к индивидуализации образования, начиная от специализированных школ и классов и заканчивая разработкой индивидуальных траекторий для учащихся.

Особенности работы в профильных классах и школах предполагают выделения одаренных учащихся и формирование для них специализированной программы, однако этого оказывается недостаточно, так

как, очевидно, что даже в таких классах существует дифференциация по уровням. Кроме того, отбор согласно способностям не всегда позволяет достигнуть нужных результатов, так как бывает отсутствует мотивация или же уровень учащихся кардинально отличается.

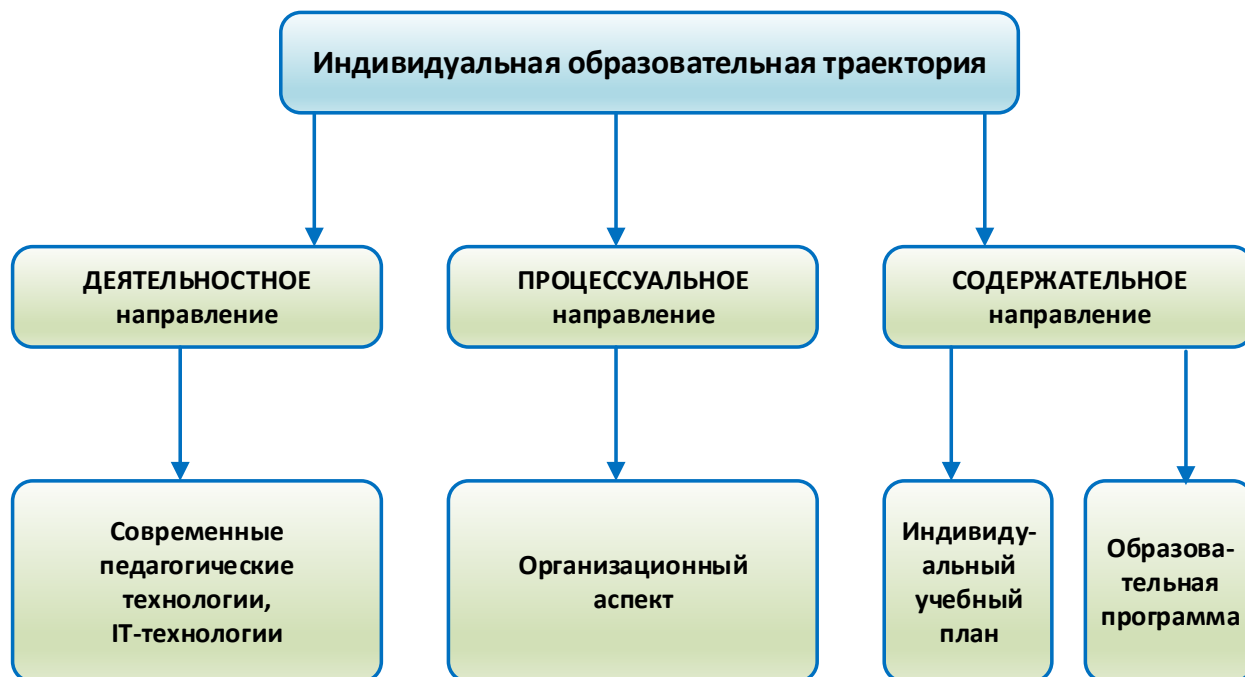


Рисунок 1 – Направления реализации индивидуальных образовательных траекторий учащихся [13, С. 5]

Как считает Н.С. Лабчук [40] проектирование индивидуального маршрута должно проводиться исключительно совместно, учащийся должен принимать в процессе активное участие в процесс разработки.

Несомненно, разработка индивидуальных образовательных траекторий специфична для разных предметов. Так, обучение математике невозможно без развития на должном уровне специфического математического мышления. Поэтому выделение уровней освоения связано для математических предметов не только с физическими и психологическими особенностями, но и уровнем развития математического мышления. Эту особенность Н.Г. Ванцова [12] предлагает отмечать как разный уровень успеха, то, что для одного учащегося будет успехом, для другого можно считать неудачей.

По мнению автора, индивидуальная образовательная траектория (ИОТ) – это «индивидуальный путь реализации способностей ученика. В ходе движения по ИОТ у ученика выявляются, реализуются и развиваются способности».

В.А. Собинова и В.Ф. Любичева [53] считают, что на первом этапе индивидуальная траектория разрабатывается как проект для целой группы, например, класса. Уже в рамках этого проекта, с учетом своих потребностей и возможностей каждый учащийся выбирает методы и формы работы.

Все авторы отмечают, что использование индивидуальных траекторий в значительной мере повышает эффективность образовательного процесса.

Итак, под индивидуальной образовательной траекторией учащегося в дальнейшем, мы будем понимать индивидуальный путь в образовании, выстраиваемый и реализуемый на основе совместных действий учителя и ученика; направленный на реализацию образовательных потребностей и образовательного запроса учащегося.

§2. Различные подходы к проектированию индивидуальных траекторий обучающихся по математике

Определяя различные подходы к проектированию индивидуальных траекторий, обучающихся по математике необходимо придерживаться ключевых принципов построения образовательных программ, в том числе с точки зрения модульности: выделения модулей базового образования (обязательного), вариативного (профильного) и коррекционного (учет индивидуальных особенностей обучаемого), организационно-педагогического обеспечения.

Основными показателями, на базе которых строятся элементы образовательных программ, становятся: «школьная зрелость; состояние здоровья, особенности развития, темп, режим работы, профиль обучения;

склонность к конкретной предметной области; уровень образования; особенности развития» [81, С. 5].

При этом практика внедрения индивидуальных траекторий в профильных школах позволяет определять (согласно И.В. Каргополовой, отмеченной в работе С.А. Вдовиной [81]) следующие три базовых учебных плана для проектировки индивидуальной траектории: *профильный, элективный и внеклассной деятельности*.

С другой стороны, например, А.Д. Рапопорт определяет, как основной источник для работы по индивидуальным траекториям – учебно-методический комплекс (УМК). Структура этого комплекса представлена в работе А.Д. Рапопорт [86] тремя видами компонент:

– деятельностные, ориентированные на поддержку самостоятельной деятельности обучающихся;

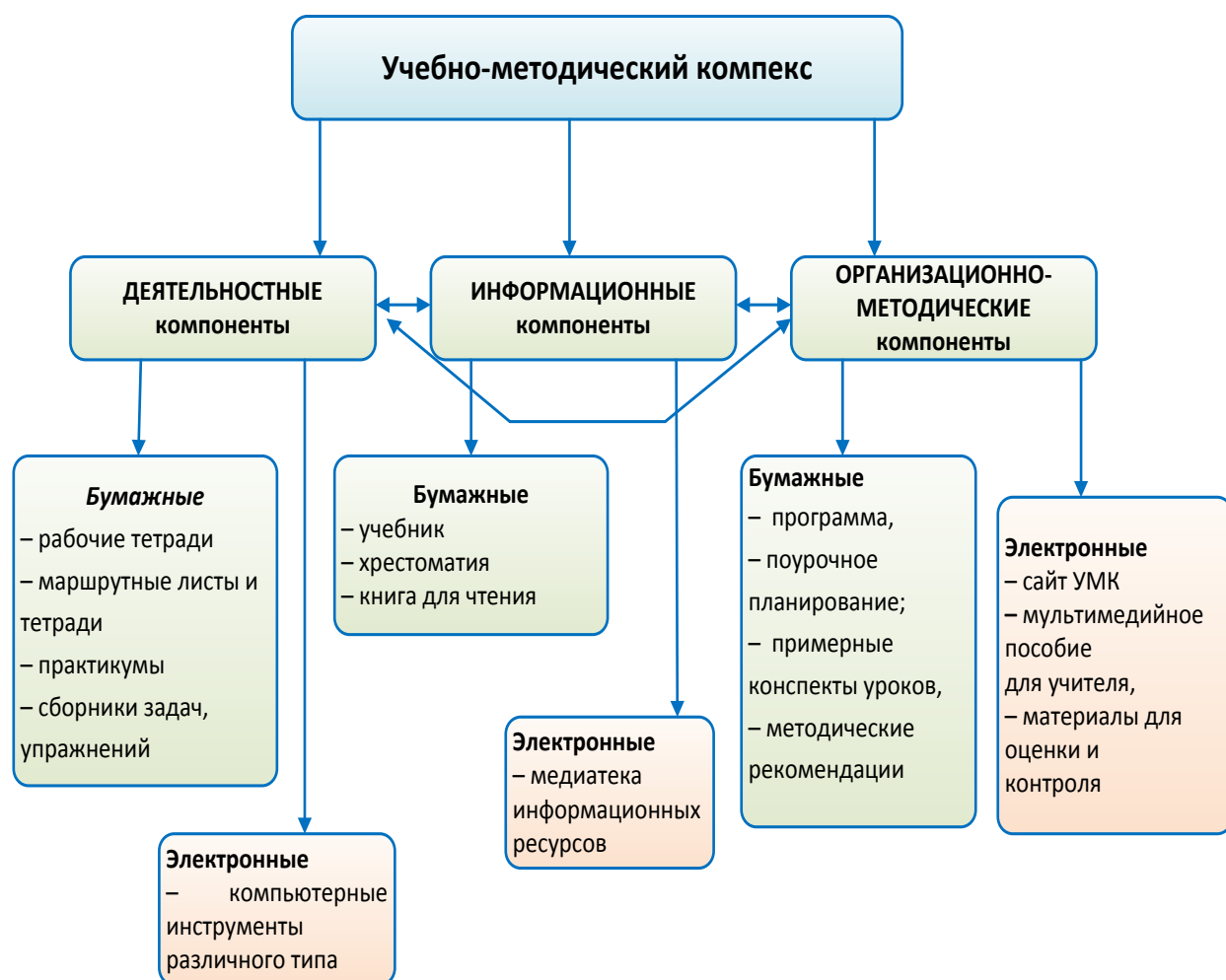


Рисунок 2 – Структурная модель УМК [86, С. 21]

- информационные, выполняющие наполнение содержания и предоставляют инструменты для организации деятельности учащихся;
- организационно-методические, предназначенные для организации учебного процесса, включая все этапы, начиная от планирования и заканчивая мониторингом и контролем (**Ошибка! Неизвестный аргумент ключа.**).

Благодаря особенностям представленной структурной модели УМК разработчик может учесть не только требования ФГОС, но и формирующиеся у учащихся образовательные потребности и индивидуальные особенности личности.

Практически все специалисты выбирают модульный подход при проектировании индивидуальных траекторий обучающихся. Так А.М. Максаева [44] отмечает, что модульный подход благодаря его вариативности позволяет достичь при проектировании больших результатов, используя сравнения с точки зрения эффективности различных технологий построения процесса обучения. В той же работе выделены основные этапы, которые необходимо пройти в процессе разработки.

Основными сторонами процесса являются преподаватель и учащийся, при этом каждому в процессе построения индивидуальной траектории отведена своя функция (рисунок 3).

Таким образом, выделяя вариативные и обязательные модули, преподаватель предоставляет учащемуся возможность изучить обязательную часть и далее на этом основании выбрать дополнительные вариативные разделы, а также формы и методы их изучения. Такой выбор может проводиться вместе с родителями, психологами.

Результатом такой совместной деятельности становится *деятельностное портфолио*.

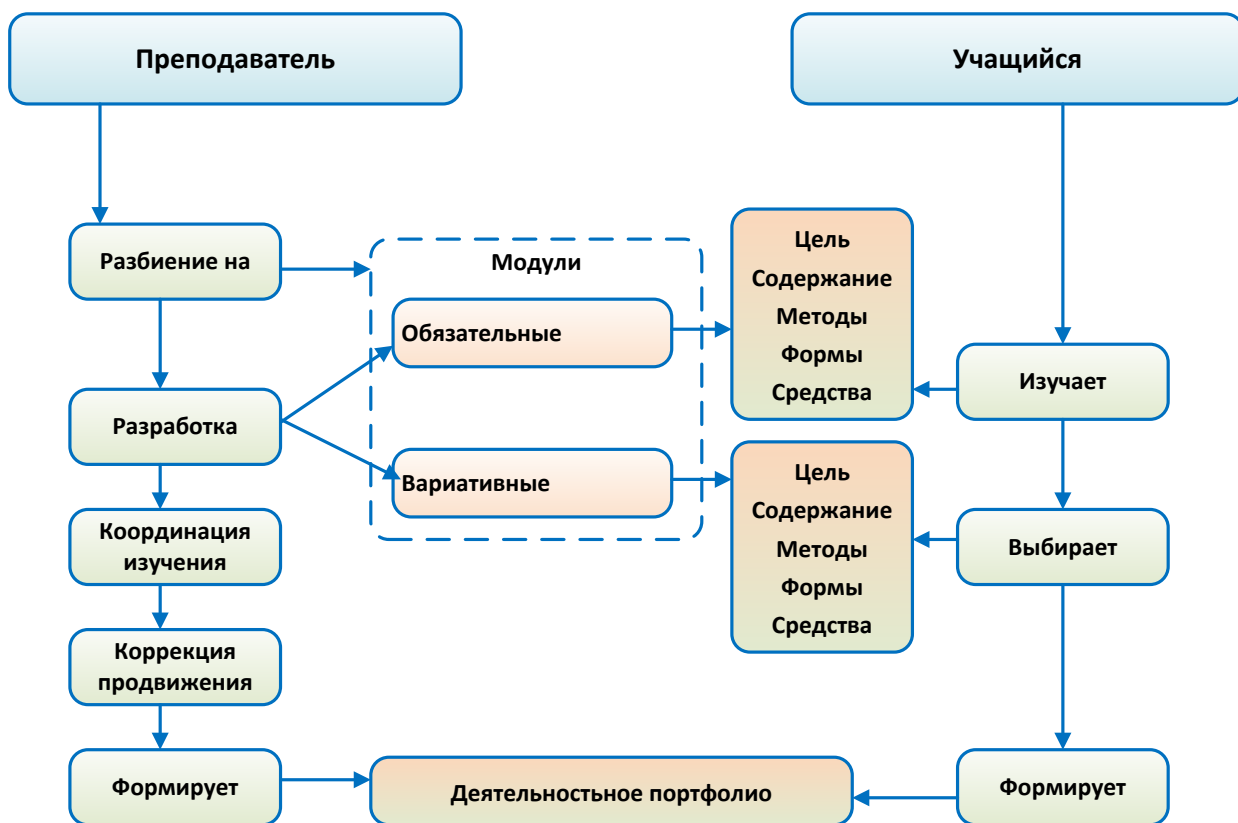


Рисунок 3 – Совместный процесс проектирования индивидуальной образовательной траектории (по Максевой А.М.)

После прохождения собственной траектории учащегося структура портфолио представлена выполненными заданиями, на основании анализа которых возможна оценка математических способностей. Дополнительной целью организации работы с портфолио становится рефлексия своей учебной деятельности.

Кроме этого вырабатываются навыки и умения организации собственного учебного процесса путем планирования достигаемых результатов и этапов обучения, а также самооценки на основании уровня достижений в рамках работы с деятельностным портфолио.

В качестве примера построения таких индивидуальных траекторий А.М. Максеева рассматривает в работе [45] технологию разработки для раздела «Начала математического анализа».

Так на первом этапе преподаватель выделяет во всем изучаемом разделе «Начала математического анализа» следующие модули:

- базовые (производная; применение производной к исследованию функций; первообразная; определенный интеграл);
- вариативные (пределы; методы интегрирования; подготовка к ЕГЭ по математике; история развития математического анализа; применение производной и интеграла в областях науки; нестандартные методы дифференцирования и интегрирования).

В рамках каждого модуля определяется цель и содержание, а также формы и средства, которые используются в образовательном процессе. Выбор этих средств очень важен, так как форма подачи вариативного модуля может как привлечь, так и отпугнуть потенциального обучающегося. В процессе разработки индивидуальной траектории преподаватель и учащийся совместно выбирают эти формы и средства.

При этом в качестве основных форм обучения используются как стандартные: индивидуальные и групповые, так и специализированные. Так для вариативных модулей учащийся вполне может выбрать дистанционное обучение, что позволит и преподавателю и учащемуся не корректировать свой график, а перемещать образовательный процесс на удобные часы.

В качестве методов и технологий обучения по индивидуальным траекториям могут предлагаться как классические: объяснительно-иллюстративный, разноуровневый, так и инновационные (исследовательский, личностно-ориентированный). Примечательно, что такие подходы могут использоваться и при изучении обязательных модулей.

Вариативные модули требуют особенного подхода, который может кроме указанных методов и технологий применять проектный подход, проблемно-поисковый, проблемный, наглядного моделирования, фундирования. В данном случае под фундированием понимается определение Е.М. Смирнова «процесс создания условий для поэтапного углубления и расширения школьных знаний в направлении

профессионализации и формирования целостной системы научных и методических знаний» [2].

Средствами обучения могут выступать для вариативных модулей: интернет-ресурсы, листы проектирования, научно-методическая литература. Дополнительные средства контроля проработки вариативных модулей соответствуют используемым методикам: проекты, рефераты.

Необходимо также отметить подходы, выделяемые Н.В. Бобровой [7].

Первый вариант – формирование списка обязательных (в специализированных школах профильных) и элективных курсов. Происходит разделение основного массива информации на обязательную и вариативную часть.

Построение индивидуальной траектории исключительно на базе субъективного опыта учащегося, основной целью при данном подходе является личностная реализация, построение стройной системы знаний с учетом межпредметных связей.

Л.Н. Ишкова [34] при проектировании индивидуальных траекторий предлагает ориентироваться на профильное обучение в старшей школе и проводить предварительную диагностику обучающихся. На основании результатов которой будет вырабатываться дифференцированный подход с объединением учащихся в группы по способностям с учетом склонностей, выражающих их будущие профессиональные интересы.

Проектирование индивидуальных траекторий при изучении математики стало одним из этапов технологии дифференцированного обучения математике, которая строилась как концепция обучения математике [8].

Н.В. Боброва, И.В. Дробышева, Н.В. Кузина[8] выделяют при проектировании индивидуальных траекторий уровни, которые они определяют как:

- диагностико-оценочный;

– проектирования индивидуальных образовательных траекторий для индивидуального обучения;

– проектирования индивидуальных образовательных траекторий для группового обучения.

Первый этап диагностики необходим для выполнения следующих задач:

1. Разработки индивидуальной образовательной траектории конкретного учащегося.

2. Создания микрогрупп для использования дифференцированного подхода в обучении.

3. Проведения моделирования учебного процесса как для отдельных, конкретно выбранных учащихся, так и для коллектива в целом, при этом выделение микрогрупп также может определять условно не индивидуальные, а групповые траектории [30].

Второй этап характеризуется проведением анализа общего содержания материала, с применением следующих принципов:

– разделение по уровням сложности;

– наличие связей с уже полученными знаниями и навыками;

– оценка возможностей для применения исследовательских форм, проблемного и проблемно-исследовательского обучения, творческих проектов (ориентация на поиск самостоятельных форм освоения материала).

Третьим этапом заканчивается формирование целей, которые направлены на достижение соответствующих компетенций в процессе освоения дисциплины.

Н.С. Лабчук [40] в своей работе «Об этапах проектирования индивидуальных образовательных траекторий обучения математике» предлагает рассматривать процесс достижения основной цели обучения поэтапно, согласно этой идее и строится индивидуальная образовательная траектория.

Для описания процесса проектирования индивидуальной образовательной траектории рассматривается концепция, регламентированная ФГОС, в рамках которой результаты освоения математики, как и любой другой дисциплины определяются по трем направлениям:

1. Предметные, включающие освоение математики согласно разработанной программе дисциплины;
2. Личностные, определяющие изменения уровня личностного развития учащегося в процессе обучения;
3. Межпредметные, возникающие благодаря корректно построенной системе организации учебного материала и формируемым навыкам применения полученных знаний и умений для решения задач в рамках обучения прикладным наукам (физике, химии, биологии и других).

Главная идея концепции – это разбиение основной цели обучения на подцели и корректировка процесса обучения согласно скорости и уровня достижения выделенных подцелей.

Ключевым результатом обучения математике в старшей школе становится не только достаточный уровень знаний и умений для продолжения обучения в высших учебных заведениях, но и понимание технологий использования математических методов для прикладных нужд, организации собственной жизни и решения различных насущных проблем.

Таким образом, с точки зрения Н.С. Лабчук так как конечная цель у каждого индивидуальна, то специфичным должно быть и определение подцелей в процессе проектировании индивидуальной траектории.

Основной принцип – дискретность достижения цели. Производится подбор необходимых подцелей и конкретизация достигаемых результатов на уровнях подцелей. Автор утверждает, что такой подход к проектированию, с выделением подцелей дает более высокие результаты в процессе освоения благодаря корректировке процесса освоения в ходе обучения, так как сами

постановка уровня достигаемых результатов в подцелях может изменяться на основании результатов уже пройденных подцелей.

Опираясь на работу [8], Н.С. Лабчук [40] вводит в использование понятие вектора индивидуальных особенностей, характеризующегося тремя группами координат согласно направлениям результатов освоения. На базе данных *диагностического этапа* разрабатываются матрицы, характеризующие индивидуальные особенности конкретного учащегося с точки зрения способностей, уровня знаний и умений и склонностей к математике.

Второй этап, который Боброва Н.В., Дробышева И.В. и Кузина Н.В.[8] в своей технологии дифференцированного обучения математике описывают как определение содержания с учетом применения всех возможных форм самостоятельного обучения, проводится Лабчук Н.С. уже на основе индивидуальной матрицы.

Применяя идею разбиения на подцели, автор предлагает в качестве подцелей при освоении курса математики использовать модули, как один из элементов естественного деления:

- последовательность освоения модулей призвана обеспечить получения знаний и умений должного уровня в области алгебры и геометрии;
- очевидно влияние уровня освоения каждого модуля на работу со следующими модулями, так как разбиение на модули предполагает использование не только уже изученных понятий и теорем, но и методов решения задач);
- освоение каждого модуля можно рассматривать как отдельный уровень усвоения – подцель.

Рисунок 4 схематично представляет индивидуальную образовательную траекторию изучения модуля группой учащихся (в виде отрезка), уровень сформированности приоритетных особенностей индивидуального характера которых одинаков.

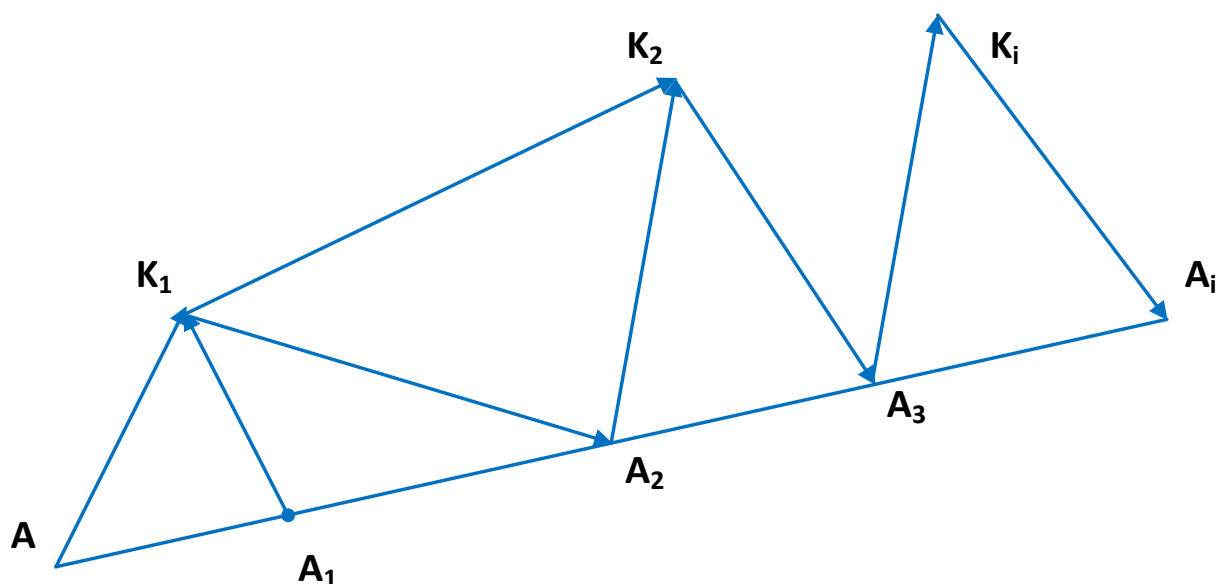


Рисунок 4 – Схема индивидуальной образовательной траектории по изучению модуля учебной дисциплины [40, С. 95]

Начало и окончания каждой из тем находятся на соответствующих концах отрезка $[A; A_i]$.

Узлы представленной ломанной определяют каждый раз при продвижении к новой подцели диагностический этап. Отталкиваясь от концепции дифференцированного обучения каждый раз при достижении определенных результатов необходимо провести диагностику и возможно перейти в точку коррекции K_i :

- внести коррективы при недостаточном уровне освоения (предложить новые материалы для уточнения определенных в подцели знаний и умений);
- расширить возможности применяемых форм обучения при изменении интереса к обучению;
- скорректировать следующую подцель при большом отклонении времени и уровня освоения выбранной подцели.

Если же достигнуты плановые показатели, то далее движение продолжается по выбранной траектории $[A; A_i]$.

Коррекция призвана в общем случае произвести возврат на основную линию развития по индивидуальной образовательной траектории $[A; A_i]$. Если же диагностические этапы проводятся не очень корректно, то существует опасность полного смещения с индивидуальной траектории, что требует полной разработки новой траектории с оценкой проблем возникших в процессе работы по ней. Такая работа должна проводиться совместно с родителями, психологами и преподавателями других дисциплин.

Представленная технология позволяет работать с использованием индивидуальных траекторий для различных групп учащихся. Разработка планов конкретных занятий должна проводиться с учетом выбранных технологий работы по индивидуальным траекториям и быть сфокусирована на всех присутствующих на занятии группах учащихся.

Таким образом, Н.С. Лабчук выделяет свои этапы проектирования индивидуальных образовательных траекторий, которые разработаны помодульно:

- выделение результатов, которыми будет оцениваться уровень достижения цели при освоении конкретного модуля с учетом индивидуальных особенностей учащихся;
- проведение диагностики достижения предыдущих целей (подцелей) с учетом выбранных ранее результатов, результатом этого этапа становятся маркеры индивидуальных особенностей - вектор и матрица;
- создание на основе проведенной диагностики типологических групп, включение в которые производится с учетом рассчитанных маркеторв индивидуальных особенностей;
- разработка проекта индивидуальной образовательной траектории для выделенных типизированных групп;
- разработка плана деятельности преподавателя, выполняющего интегрирующую функцию для всех типизированных групп в процессе обучения.

Т.А. Соби́на [54] корректирует предложенные другими исследователями разработки и вычленяет свои этапы проектирования:

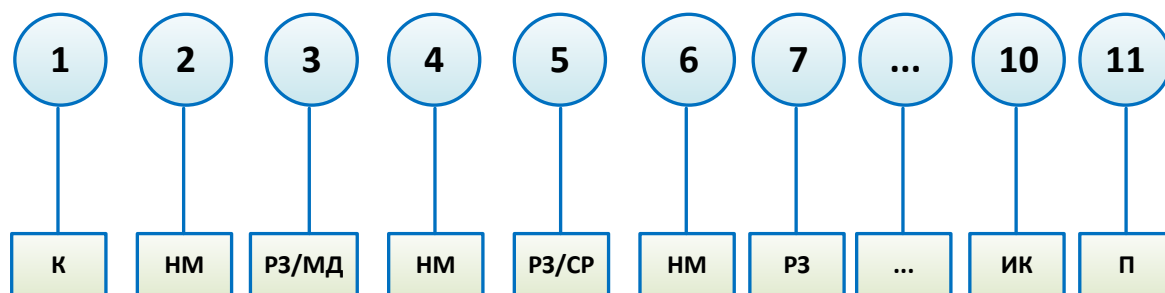
1. Концептуально-целевой.
2. Мотивационно-проектировочный.
3. Содержательно-технологический.
4. Оценочно-результативный.

Концептуально-целевой, который ориентирован не на простой отбор материала, а создание условий для работы с этим материалом с учетом индивидуальных особенностей (по сути, основной элемент данного этапа определен как диагностика, структура которого оказывает значительное влияние на дальнейшее построение траектории).

Диагностика представлена следующими обязательными компонентами оценки для каждого учащегося:

- определение когнитивного стиля с целью оценки наиболее эффективных путей для восприятия и запоминания информации учащимся;
- уровень знаний;
- уровень полученных умений.

Отталкиваясь от определённого уровня учащегося и класса в целом, преподаватель формирует модули с вычленением целей освоения, основных понятий и методов и форм обучения. Результатом этого этапа должен стать путеводитель (рисунок 5) [54, С. 244].



К – конструирование ИОТ НМ – новый материал РЗ – решение задач П – презентация ОП
СР – самостоятельная работа МД – математический диктант ИК – Итоговая контрольная работа

Рисунок 5 – Модель путеводителя по Собиной Т.А. [54, С. 244]

Верхний уровень путеводаителя указывает на номер урока, а нижний на используемые виды учебной работы.

Этап мотивационно-проектировочный включает знакомство с путеводаителем учащегося после представления темы преподавателем и дает возможность учащемуся получить общее представление о технологиях работы в рамках разбираемого модуля. В рамках этого этапа происходит собственное целеполагание учащегося, и определение будущего уровня достижения, от которого зависит и характер форм обучения и глубина освоения материала.

Содержательно-технологический этап проектирования включает не только освоение содержания модуля учетом выбранной траектории и скорости движения, но и корректировки процесса вместе с преподавателем на основании данных текущего контроля (самостоятельных, контрольных и других видов работ, которые могут отличаться для разного возраста учащихся).

Процесс освоения хорошо отражается на схеме возможных сценариев прохождения индивидуальной образовательной траектории (рисунок б). Основной уровень движения представлен обязательными заданиями в рамках модуля, а дополнительные ответвления вариативными. При этом такая технология позволяет учащемуся с более высоким уровнем освоения продвинуться достаточно далеко в работе над тематикой не теряя времени.

На последнем этапе оценочно-результативном обязательно присутствует элемент самооценки, путем выполнения контрольных заданий для определения уровня достижения поставленных целей.

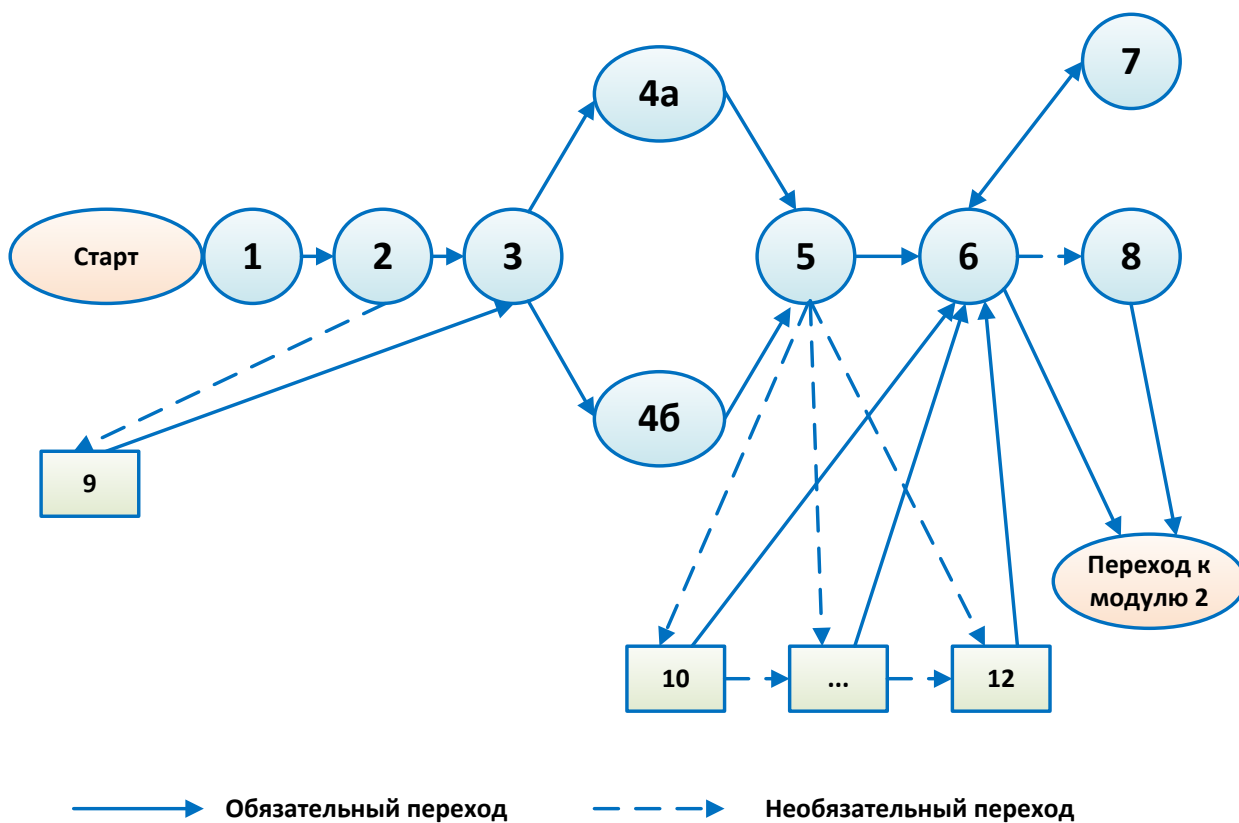


Рисунок 6 – Возможные сценарии работы учащегося по выбранной индивидуальной траектории по Собиной Т.А. [54, С. 244]

§3. Формы, методы и средства обучения при реализации индивидуальных траекторий обучающихся по математике

Основные методики, которые могут быть использованы для реализации индивидуальных траекторий, можно описать следующим образом:

репродуктивный, проблемный, частично-поисковый,
исследовательский.

Организация работы по темам часто носит модульный характер с возможностью выделения не только основной части модуля для описания теоретических моментов, но и создания фонда оценочных средств. Первый метод характерен для базового уровня развития процесса обучения приводит к проблемному. Для работы на углубленном уровне и с одаренными детьми

применяются методики частично-поискового и исследовательского характера [36].

Указанные технологии можно продемонстрировать на примере ввода нового понятия. Так, например, изучая новые фигуры в курсе геометрии, необходимо сначала выяснить, что именно понимается учащимися под тем или иным понятием, и только получив, и сравнив ответы каждого из учащихся на этот вопрос, проведя соответствующий анализ с последующим точным обобщением, появляется возможность введения точного определения понятия (чаще формулирование производится самими учащимися).

Если к этому моменту познавательные УУД не усвоены учениками, то степень самостоятельности учащихся не может быть достаточно высокой, поэтому преобладает коллективная УПД, на котором и основывается на данный момент деятельность учителя.

Развитие математического мышления и обучение математике необходимо проводить целено, так как только поступательно, опираясь на уже полученные знания, ученик может освоить сложные разделы геометрии, которые включают понятия о пространстве и основных постулатах его построения. Ввод нового понятия должен предполагать не просто введение определения, в изучение свойств и признаков, характеризующих геометрический объект.

Процесс освоения конкретного понятия школьниками можно проиллюстрировать при введении понятия «четырехугольник» и на его основе освоения понятия «параллелограмм».

На основе представленной схемы определения понятия «четырехугольник» предлагается самостоятельно сформулировать различные определения четырехугольника, используя предложенные логические связки «И» и «ИЛИ» (рисунок 7).

Четырёхугольник:

- 1) многоугольник, содержащий,
- 2) четыре стороны, **ИЛИ**
- 3) четыре угла, **ИЛИ**
- 4) четыре вершины.

Рисунок 7 – Схема определения понятия «четырёхугольник»

С целью выявления четырёхугольников рассматривается некоторый набор фигур, для которого необходимо провести анализ, используя алгоритмы, предложенные учителем и распределенные на несколько уровней (рисунок 8).

Каждый из уровней представляет собой некоторый уровень освоения для школьника, при этом выделяются:

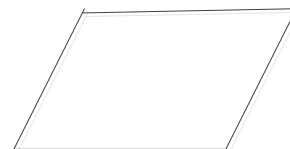
- 1) репродуктивно-вариативный;
- 2) вариативно-эвристический,
- 3) эвристический уровни.



а)



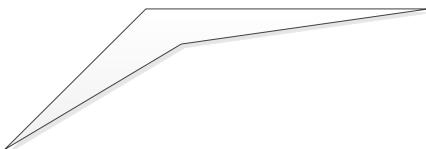
б)



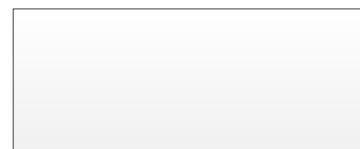
в)



г)



д)



е)

Рисунок 8 – Набор объектов для введения понятия параллелограмма

На самом низком уровне – репродуктивно-вариативном необходимо:

1. Осуществить сравнение представленных объектов и составить схему определения понятий используя материал учебника.

2. Рассмотреть представленную в учебнике схему «Виды четырехугольников».

3. Провести поиск понятий в учебнике, связанных с элементами схемы и построить собственную упрощенную схему информации, связанной со свойствами четырехугольников.

На втором уровне, в котором уже проявляются элементы саморегуляции необходимо:

1. Осуществить сравнение представленных объектов и составить схему определения понятий, после ее формирования провести сверку полученной схемы с материалами учебника.

2. Заполнить схему взаимосвязи рассмотренных понятий (рисунок 9) и сверить ее с представленной в учебнике.

3. При необходимости дополнить полученную схему новыми понятиями, представленными в материалах.



Рисунок 9 – Шаблон схемы освоения понятия «параллелограмм»

И, наконец, последний уровень – определяющий самостоятельный процесс исследования понятия может быть организован путем:

– выявить различные виды четырёхугольников, имеющих хотя бы одну пару параллельных сторон, выявить термины соответствующих понятий и сверить свои результаты с содержанием учебника;

–составить системную схему видов четырёхугольников и сверить с предложенной в учебнике;

–при необходимости дополнить полученную схему новыми понятиями, представленными в материалах.

Общая структура регуляции УПД при освоении математических понятий начинается с постановки учебной цели и обязательный выбор уровня достижения цели (репродуктивно-вариативный, вариативно-эвристический, эвристический уровни).

Следующим этапом обязательно становится выявление необходимой информации для изучения понятия. При этом происходит соотнесение существующих знаний и умений с необходимыми для изучения понятия и согласно результатам этого сравнения выбираются необходимые дополнительные материалы в качестве помощи.

Далее процесс исследования понятия проходит для каждого уровня отдельно, что продемонстрировано ранее в примере. Предлагаемый план деятельности определяется возможностями обучаемого и уровнем его саморегуляции (таблица 1).

Таблица 1– Структура плана освоения понятия в геометрии [10]

Репродуктивно-вариативный уровень (I)	Вариативно-эвристический уровень (II)	Эвристический уровень (III)
1) рассмотреть данный набор объектов; 2) используя определение понятия в учебнике и данный набор объектов, составить схему определения понятия и сверить с эталоном; 3) подвести данные объекты под изучаемое понятие; выделить в наборе те объекты, которые есть в учебнике; 4) сформулировать «своими словами» определение понятия, используя составленную	1) используя данный набор объектов (возможно, неполный), разбить их постепенно на две группы, выявляя свойства объектов «главной группы»; 2) составить схему определения изучаемого понятия; 3) сформулировать определение понятия, используя составленную схему, и сравнить с определением в учебнике; 4) составить схему взаимосвязи «открытого»	1) используя указанные объекты, исследовать их всевозможные взаимные расположения, зафиксировать каждую группу расположений, выявить свойства и признаки объектов каждой группы; 2) найти в учебнике аналоги выявленных объектов и термины для их определения; 3) составить схемы определений понятий; составить набор объектов для подведения под понятие; 4) сформулировать определения «открытых» понятий и сверить их с определениями в учебнике; 5) составить классификационную схему, родословную

Репродуктивно-вариативный уровень (I)	Вариативно-эвристический уровень (II)	Эвристический уровень (III)
схему	понятия с ранее изученными понятиями	понятия(рисунок 10).

Следование конкретному плану приводит ученика к ожидаемым результатам и окончательно все уровни выполняют:

- 1) запись полученной схемы и построение изображения исследуемого объекта, а также рассмотренных частных случаев;
- 2) проведение контроля усвоения выбранного понятия;
- 3) оценка результатов исследования;
- 4) проведение самодиагностики и коррекции собственных действий, используя приемы (таблица 1).

Пример родословной понятия, представленной для вписанного угла (рисунок 10).

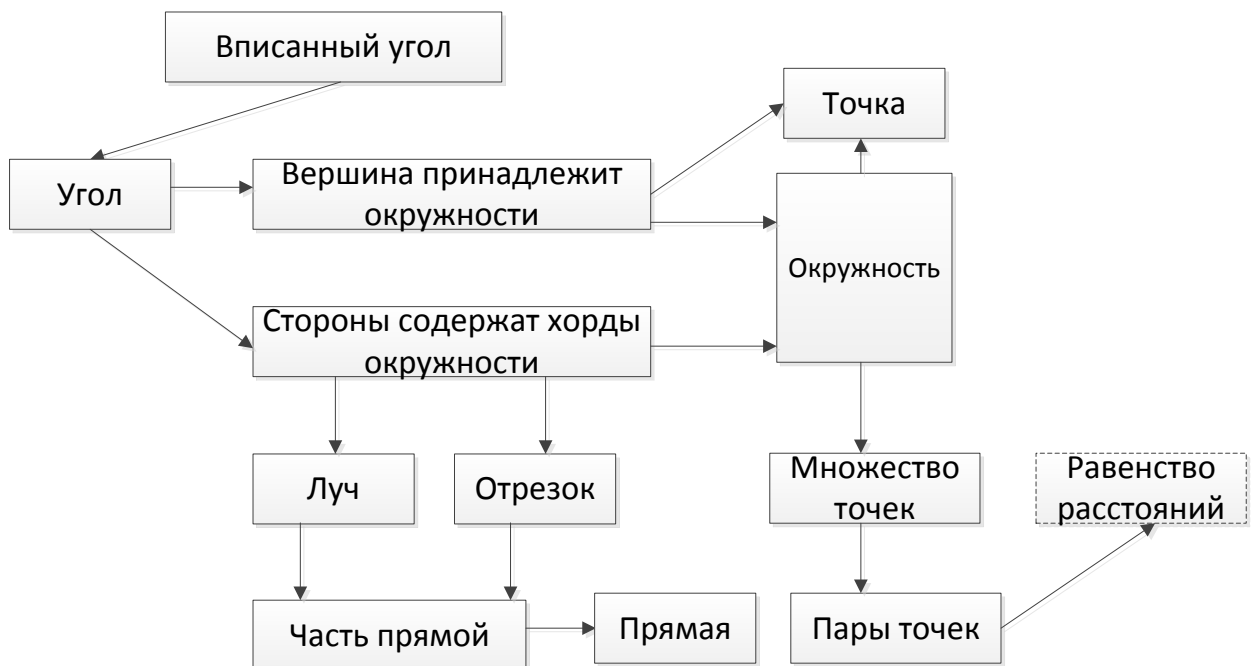


Рисунок 10 – Родословная понятия «вписанный угол»

Деятельность учащихся в процессе «открытия» теорем регулируется с помощью использования ими сформированных познавательных логических и

общеучебных УУД. Эти действия включаются в структуру регуляторного процесса на различных уровнях самостоятельности при освоении теорем. При этом последовательный процесс обучения представлен теми же этапами, как и при регуляции деятельности при обучении геометрическим понятиям:

- 1) постановки учебной цели и обязательный выбор уровня достижения цели (репродуктивно-вариативный, вариативно-эвристический, эвристический уровни);
- 2) выявление необходимой информации для освоения теорем;
- 3) соотнесение существующих знаний и умений с необходимыми для освоения теорем и согласно результатам этого сравнения выбираются необходимые дополнительные материалы в качестве помощи.

Далее процесс освоения теоремы проходит для каждого уровня отдельно. Предлагаемый план деятельности определяется возможностями обучаемого и уровнем его саморегуляции (таблица 2).

Таблица 2 – Структура плана освоения теорем в геометрии [10]

Репродуктивно-вариативный уровень (I)	Вариативно-эвристический уровень (II)	Эвристический уровень (III)
<p>0) выполнить практическую работу по данному развёрнутому плану; попытаться сформулировать утверждение-гипотезу;</p> <p>1) ознакомиться с формулировкой теоремы в учебнике; сверить формулировку со своим утверждением, если оно получено; выполнить анализ формулировки;</p> <p>2) раскрыть термины понятий, данных в условии;</p> <p>3) попытаться вывести следствия из условия теоремы;</p> <p>4) вспомнить формулировку теорем, указанные в столбце</p>	<p>0) выполнить практическую работу по данному краткому плану; попытаться сформулировать утверждение-гипотезу;</p> <p>1) сверить своё утверждение с формулировкой теоремы в учебнике; выполнить анализ формулировки; 2) раскрыть термины понятий, данных в условии;</p> <p>3) вывести следствия из условия теоремы;</p> <p>4) вывести следствия из заключения теоремы;</p> <p>5) попытаться заполнить пропуски в схеме поиска доказательства теоремы;</p> <p>6) составить план доказательства, используя частично заполненную схему;</p> <p>7) перечислить обоснования</p>	<p>0) используя определение данного понятия, зрительные впечатления, практические действия и др., сформулировать условное высказывание-гипотезу;</p> <p>1) раскрыть термины понятий, данных в условии;</p> <p>2) вывести следствия из условия высказывания;</p> <p>3) вывести следствия из требования высказывания;</p> <p>4) выполнить последовательный анализ заключения и условия, составляя схему по иску (при необходимости воспользоваться каркасом схемы поиска);</p> <p>5) составить план доказательства и записать его;</p> <p>6) сравнить число шагов в</p>

Репродуктивно-вариативный уровень (I)	Вариативно-эвристический уровень (II)	Эвристический уровень (III)
<p>«обоснования» данной таблицы;</p> <p>5) попытаться вывести следствия из заключения теоремы;</p> <p>6) рассмотреть готовую схему по иска доказательства теоремы и указать номера соответствующих обоснований, актуализированных в пункте 4;</p> <p>7) прочитать доказательство теоремы в учебнике;</p> <p>8) записать доказательство теоремы, используя приём и данную таблицу</p>	<p>для каждого шага;</p> <p>8) записать доказательство теоремы, используя приём и план, указанный в схеме поиска;</p> <p>9) сравнить обоснования, указанные в доказательстве учебника и в своей записи доказательства;</p> <p>10) сформулировать обратное утверждение, установить его истинность</p>	<p>своей записи доказательства, с числом шагов, которые можно выделить в доказательстве учебника;</p> <p>7) попытаться сформулировать идею доказательства;</p> <p>8) сформулировать все виды утверждений и установить их истинность;</p> <p>9) попытаться найти другие способы и методы доказательства</p>

Ключевым отличием плана освоения теорем от изучения геометрических понятий является выделение нулевого этапа, который характеризуется формулированием гипотезы. При этом на каждом из уровней процесс подведения к гипотезе различный. На эвристическом уровне ученик проводит самостоятельное исследование и после предварительного анализа на основе своих знаний пытается сформулировать гипотезу.

Для вариативно-эвристического уровня дается краткий план подсказка, направляющий предварительное исследование.

И, наконец, на репродуктивно-вариативном уровне ученику предоставляется развернутый план, поэтапное выполнение которого приводит к формулированию необходимой гипотезы.

Конечно, применение подобной техники возможно не для всех теорем, обычно такая теорема должна характеризоваться:

- возможность разработки практической работы, которая может привести к выдвижению гипотезы (определение площади треугольника);

- формирование гипотезу возможно путем формулирования обратных утверждений на основе уже известных теорем (свойства ромба);
- гипотеза становится результатом решения целой цепочки связанных задач;
- выдвижение гипотез на основе аналогий: замена одной фигуры другой (обобщение признаков или частные случаи, например, получение признаков равенства прямоугольных треугольников), замена элементов в одной системе (соотношение свойств параллельных прямых и свойств параллелограмма).

Такой подход сложнее реализовать в рамках обучения непрофильного класса, однако необходимо использовать технологии проблемного обучения, ориентироваться на личностные характеристики учеников, по возможности выделять группы более высокого уровня освоения и предлагать им урок-исследование. Инструментами для этого могут стать дидактические материалы в виде карточек-информаторов.

Пример введения регуляторной деятельности при обучении геометрическим теоремам можно продемонстрировать на теме «Свойства параллелограмма».

На первом этапе учитель формулирует цель исследования: «На основе использования определения параллелограмма, зрительных впечатлений, свойств параллельных прямых, практических действий сформулировать утверждения, характеризующие свойства параллелограмма, и установить их истинность». Выбирая в дальнейшем уровни, ученики могут организовывать группы, так как коллективная УПД формируется раньше личностной и в процессе освоения проблемного подхода учителем и учениками возможно использование этой особенности.

Следующим этапом определяется объективная известная учебная информация, необходимая для освоения теорем: свойства параллельных прямых и перечень познавательных УУД, необходимых для усвоения теорем.

Используя рефлексию собственных знаний, учащиеся определяют объем необходимой помощи для освоения теоремы. Уровень выражается в выборе формы помощи.

Работа проходит на основании предложенного в рамках таблицы 2 плана деятельности при освоении теоремы. Происходит фиксация узанных свойств параллелограмма по мере их выявления большинством учащихся. Для организации особой формы помощи при изучении свойств параллелограмма может применяться полностью или частично заполненная карточка-информатор, в зависимости от выбранной группы учеников (таблица 3).

Выявленные свойства параллелограмма могут быть записаны учащимися в виде формулировки и доказательства теорем, при этом на высоком эвристическом уровне возможно также требование реализации доказательства несколькими способами. На более низких уровнях процесс доказательства может проходить с использованием полного или краткого плана согласно индивидуальным возможностям обучаемых.

Корректно составленный план доказательства позволяет с большой вероятностью достичь поставленных целей, по крайней мере, на репродуктивно-вариативном уровне.

Таблица 3– Пример карточки-информатора [10]

Свойства параллелограмма	Теоремы, с помощью которых доказываются свойства	Главная идея в поиске доказательства
1. Сумма углов, при лежащих к одной стороне равна 180°	Свойство параллельных прямых (о сумме односторонних углов)	Вывести необходимые следствия из данного условия
2. Диагональ образует с парой противоположных сторон параллелограмма равные углы	Свойство параллельных прямых (о равенстве накрест лежащих углов)	Дополнительное построение: проведение диагонали для получения необходимых следствий (равенство накрест лежащих углов)
3. Противоположные углы параллелограмма	Свойство параллельных прямых (о равенстве накрест лежащих	

Свойства параллелограмма	Теоремы, с помощью которых доказываются свойства	Главная идея в поиске доказательства
равны	углов); свойство величин углов	
4.Противоположные стороны параллелограмма попарно равны	Свойство параллельных прямых (о равенстве на крест лежащих углов); признак и определение равных треугольников	Дополнительное построение: проведение диагонали для получения необходимых следствий (равных треугольников)
5.Диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам	Второе свойство параллелограмма; признак равных треугольников	
6.Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника	Первое и второе свойства параллелограмма; признак равных треугольников или другой способ	

Обязательным этапом становится представление своих результатов коллективу и проходит перекрестное (взаимооценивание) и самооценивание.

В результате использование регуляции деятельности при освоении теорем приводит к личностно-ориентированному подходу, так как выбор уровня и процесса деятельности учитель оставляет за учеником. Проблемный подход позволяет выявить особенности каждого ученика и работать на его уровне, что дает более высокие результаты не только при освоении предмета геометрии, но и для развития личности в целом.

Кроме рассмотренных популярных методов для работы по индивидуальным траекториям могут использоваться:

- научно-исследовательская деятельность, корректируемая преподавателем;
- подготовка и участие в разнообразных тематических конкурсах и олимпиадах, которые позволяют одаренным детям почувствовать свою исключительность и дать толчок к саморазвитию[35];

– работа по элективным курсам, ориентированных конкретно на подготовку отдельных групп учеников или по индивидуальным проектам [46];

– работа со специализированными электронными ресурсами [35];

– применение дистанционных форм обучения [56].

Стоит также отметить и особые формы обучения, отраженные в работах Восторговой Е.В. [14] и Бойчук В.Н., Липатниковой И.Г. [9] – это новые образовательные среды и технологии обучения.

Одна из моделей образовательной среды, предназначенных для осуществления индивидуальных образовательных траекторий обучающихся (ИОТР), является так называемая модель STEM-образования (рисунок 11). Данная модель может быть разбита на три части – содержательную (предметную), организационную и технологическую.

В состав содержательной части входят программы образования, базирующиеся на STEM-подходе. С их помощью осуществляется формирование образовательной среды, способствующей совершенствованию ИОТР.

У программ образования, построенных на принципе STEM-подхода, существуют свои отличительные черты. Одной из них является наличие выбора индивидуальной траектории, по которой будет выполняться проработка образовательной программы.

Это достигается за счет возможности выбирать тематику работ исследовательского и проектного характера, необходимых (а не всех) программных модулей, совместной работы и работы в группах творческого направления, овладения различными ролевыми функциями.

Другая характерная черта заключается в объединении содержательной части как знаний и компетенций, получаемых в ходе изучения определенного предмета, так и относящихся к метапредметной области (умение применять знания в реальной жизни).

Наконец, STEM-подход позволяет одновременно получать знания в соответствии с естественнонаучными и технологическими программами. Это существенно повышает возможность учащегося, имеющего определенный уровень по одному образовательному модулю (программе) овладевать новым образовательным модулем (программой) на том же уровне.

В общем виде, принцип построения образовательной среды для осуществления индивидуальной образовательной траектории учащегося приведен на рисунок 11.

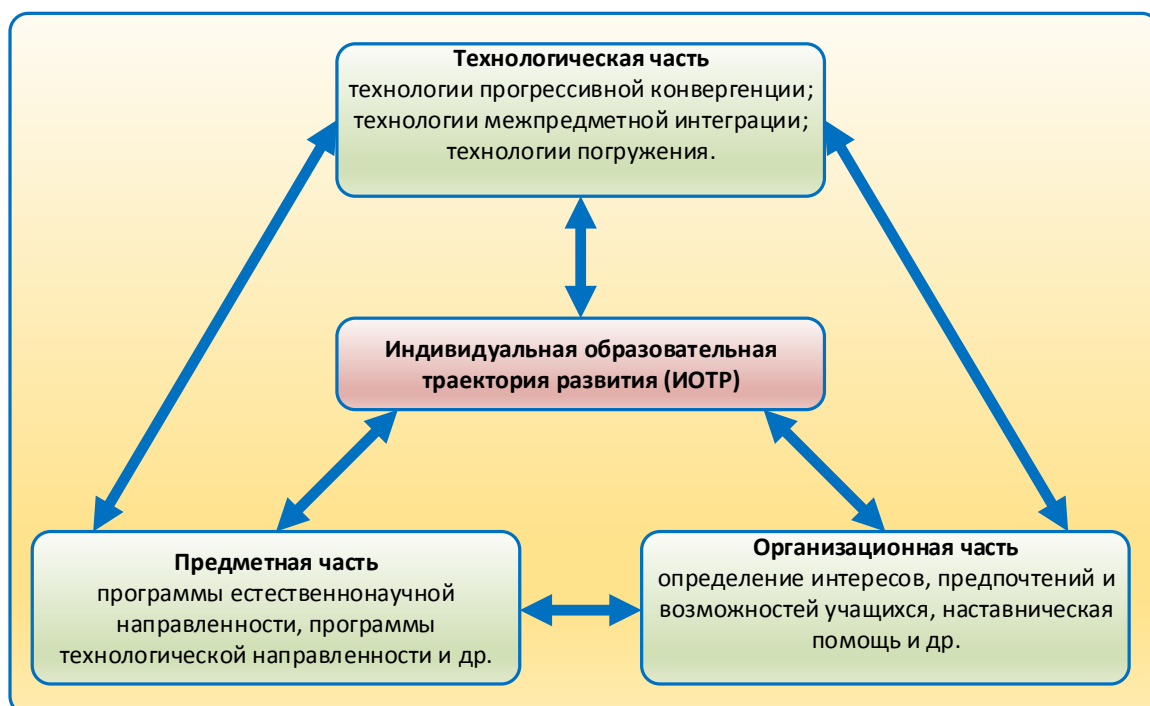


Рисунок 11 – Образовательная среда для осуществления индивидуальной образовательной траектории учащегося

В организационной части акцент делается на формирование условий, позволяющих исполнить ИОТР, и механизмов, способствующих их выполнению в процессе обучения. Каждый учащийся имеет возможность выбирать предметные и/или метапредметные направления (в состав которых входят курсы, модули). При этом главными факторами выбора являются круг его собственных интересов, предпочтений и реальных возможностей. Помимо этого, во внимание может быть принято наличие у образовательного

учреждения (в частности, школы) оформленного заказа на обучение по определенному предметному модулю (программе).

Также нельзя не учитывать и стремление самих учащихся к выполнению работ исследовательского, проектного, творческого характера по определенным темам (к которым у них существует повышенный интерес).

Задача технологической части состоит в выявлении наиболее эффективных с точки зрения составления и осуществления ИОТР педагогических технологий. Здесь имеются в виду достаточно известные и проверенные на практике методики, например, технология погружения, проектная технология, технология прогрессивной конвергенции, межпредметная технология.

Практика показывает, что организация органичного и эффективного взаимодействия всех перечисленных трех частей является необходимыми внутренними условиями для полноценной реализации модели в процессе образования.

Еще одним из заслуживающих внимания нестандартных подходов к образовательному процессу является такой вид изобретательской деятельности, как теория решения изобретательских задач (ТРИЗ). Ее отличия от учебной деятельности в традиционной форме достаточно значительны. Акцент в ТРИЗ сделан на продуктивной деятельности учащегося. Другими словами, деятельность ориентирована не только на формирование какого-то багажа знаний, а на осмысление перерабатываемой реальной информации и понимание того, что ее преобразование может привести к созданию некоего интеллектуального продукта.

Вторым аспектом концепции ТРИЗ является представление знаний, прежде всего, в качестве инструмента познания и механизма, позволяющего преобразовывать информацию. Получившийся интеллектуальный продукт представляет собой плод серьезного осмысления, что делает его действительно не поверхностным, а прочным.

Конечно, необходимость осуществления прямого взаимодействия с информацией неизбежно приводит к ситуации, при которой на учащегося возлагается ответственность за принятие решения. Обучение подобного рода готовит учащегося к реальным жизненным ситуациям, а не просто заявляет о подобной цели.

Например, при обучении математике в соответствии с концепцией ТРИЗ уровнем можно считать число идей, которые появляются в сознании ученика. Для поступательного движения учащегося вперед совершенно необходимым является совершенствование этих идей в ходе обучения математике.

Деятельность изобретательского характера, целью которой является создание умений, касающихся принятия решения, и технического мышления может быть осуществлена последовательно за несколько стадий.

На первой стадии целесообразно остановиться на системном подходе к информации и определении степени ее актуальности. Результатом выполнения данной стадии считается формирование у учащегося умения работать с бессистемной и внешне неактуализированной информацией объективного характера, и извлечения из нее действительно значащей части.

На второй стадии выполняется исследование проблемной информации. Это делается для преобразования бессистемной информации в проблемную актуализированную реальную ситуацию.

Задача третьей стадии состоит в формулировании ключевой проблемы с последующим декларированием уточненной поставленной цели. На данной стадии учащийся приобретает навыки, связанные со стратегическим выбором решения поставленной задачи.

Следующая стадия – своего рода тактическая (определяется тактика решения сформулированной задачи). Учащийся выполняет разработку решения ключевой проблемы (задачи).

На финальной стадии осуществляется рефлексивный анализ процесса решения задачи. Учащийся выполняет проверку собственного решения с последующей оценкой его эффективности.

Выводы по первой главе

В результате проведенного анализа по проблеме методических основ построения и разработки индивидуальных траекторий выяснено, что понятие индивидуальной траектории представляет собой одну из современных технологий, которая в полной мере позволяет учесть личностные характеристики учащегося, и сформировать программу обучения, удовлетворяющую указанным требованиям.

К проблеме выделения понятия индивидуальной траектории обращались множество специалистов, конкретизируя свои особенности выделенного понятия. Так Исакова О.А. [33] утверждает, что непосредственно понятие «индивидуальная образовательная траектория» рассматривалось еще в работах Агаевой Л.Н., Александровой Е.А., Воронцова А.Б. и многих других исследователей. При этом термин траектория появился не сразу, вначале суть индивидуального подхода рассматривалась как личностно-ориентированное образование в целом.

Отмечается также различие в подходах к построению индивидуальных траекторий (согласно И.В. Картополовой, отмеченной в работе С.А. Вдовиной [13]): практика внедрения индивидуальных траекторий в профильных школах позволяет определять следующие три базовых учебных плана для проектировки индивидуальной траектории: профильный, элективный и внеклассной деятельности.

В качестве методов и технологий обучения по индивидуальным траекториям могут предлагаться как классические: объяснительно-иллюстративный, разноуровневый, так и инновационные (исследовательский, личностно-ориентированный). Примечательно, что такие подходы могут использоваться и при изучении обязательных модулей.

Основные методики, которые могут быть использованы для реализации индивидуальных траекторий, можно описать следующим образом: репродуктивный, проблемный, частично-поисковый, исследовательский.

Организация работы по темам часто носит модульный характер с возможностью выделения не только основной части модуля для описания теоретических моментов, но и создания фонда оценочных средств. Первый метод характерен для базового уровня развития процесса обучения приводит к проблемному. Для работы на углубленном уровне и с одаренными детьми применяются методики частично-поискового и исследовательского характера

ГЛАВА 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РЕАЛИЗАЦИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПОТЕМЕ «ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ»

§4. Анализ содержания темы «Четырехугольники» в соответствии с требованиями образовательного стандарта

Проблема организации работы по теме «Четырехугольники» связана с выбранной схемой обучения, в которой в зависимости от используемых учебников и прослушанными пропедевтических курсов могут быть выбраны разнообразные последовательности изучения.

Однако согласно общей регламентации ФГОС относительно целей обучения геометрии можно сформулировать и ключевые особенности, связанные конкретно с выбранной тематикой «Четырехугольники», однако необходимо привязать тематики к некоторому учебному материалу в рамках пособий, рекомендованных ФГОС.

Рассматривается несколько учебников, которые на данный момент рекомендованы согласно приказу Минпросвещения России от 28.12.2018 №345 (в ред. Приказов Минпросвещения России от 08.05.2019 №233, от 22.11.2019 №632).

Таблица 4 представляет используемый перечень учебников, которые будут анализироваться на наличие задач и теоретического материала, способствующего реализации схем индивидуальных траекторий по теме «Четырехугольники».

Практически все стандартные учебники по геометрии для средней школы представлены изданиями, рассчитанными на 7 - 9 классы. Часть учебников включает весь материал с седьмого по девятый класс, остальные распределены на три части по одной для каждого класса.

Таблица 4– Список анализируемых учебников

Наименование в работе	Библиографические данные учебника	Ссылки
Серия 1	Геометрия 7-9 классы / Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др.	7 - 9 класс [15]
Серия 2	Берсенев А. А., Сафонова Н. В. Геометрия. Учебное пособие. УМК Сферы.	7 класс [4], 8 класс [5], 9 класс [6]
Серия 3	Геометрия 7-9 классы / Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б., Прасолов В.В. под ред. Садовниченко.	7 класс [17], 8 класс [18], 9 класс [19]
Серия 4	Геометрия. 7–9 кл.: учеб. для организаций, осуществляющих образовательную деятельность / С.А. Козлова, А.Г. Рубин, В.А. Гусев.	7 - 9 класс [20]
Серия 5	Геометрия 7-9 классы / Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.	7 класс [21], 8 класс [22], 9 класс [23]
Серия 6	Геометрия 7-9 классы / Мерзляк А.Г., Поляков В.М.	7 класс [21], 8 класс [22], 9 класс [23]
Серия 7	Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Погорелов А.В.	7 - 9 класс [24]
Серия 8	Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Смирнова И.М., Смирнов В.А.	7 - 9 класс [25]
Серия 9	Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Шарыгин И.Ф.	7 - 9 класс [26]

Результаты проведённого анализа учебников выбранного перечня согласно ФГОСс учетом выделения исследовательских задачи возможности построения на базе учебника заданий для индивидуальных траекторий по теме «Четырёхугольники» (таблица 5).

На основании проведенного анализа выбирается следующая структура содержания темы «Четырёхугольники». Тематика рассматривается в рамках изучения предмета «Геометрия» 8 класс для базового уровня и углубленного уровней.

Цели изучения для базового и углубленного уровня несколько отличаются. Цель изучения темы для базового уровня – формирование у обучающихся понятий нескольких видов четырехугольников –

параллелограмм, трапеция, прямоугольник, ромб и квадрат, а также формирование представления о средней линии треугольника и введения понятия о трапеции, умений решать и доказывать задачи, пользуясь основными свойствами и признаками четырехугольников.

Таблица 5 –Результаты анализа учебников из списка ФГОС

Наименование в работе	Приставленные инструменты	
Серия 1	Выделение групп сложности	Отсутствует, кроме выделения задач повышенной сложности
	Акцентирование на практических задачах	Все задачи кроме отдельных разделов имеют формальное содержание
	Подача материала в виде исследования	Предполагается исключительно следование определенной методике
	Выделение темы «Четырехугольники»	Выделен в отдельную тему в 8 классе. Разделена на три раздела: многоугольники; параллелограмм и трапеция; прямоугольник, ромб, квадрат.
Серия 3	Выделение групп сложности	Деление по типам задач и уровням сложности для каждого раздела
	Акцентирование на практических задачах	Большая часть задач снабжена практическими примерами и акцентировано вызывает необходимые ассоциации Имеется отдельный раздел задач с практическим содержанием
	Подача материала в виде исследования	Среди задач повышенной сложности часть представлена в виде исследовательских задач в 7 классе. Учебники 8 и 9 класса снабжены разделами исследовательских задач.
	Выделение темы «Четырехугольники»	В отдельную тему не выделена. Компоненты темы «Многоугольники» в разделах «Параллелограмм и трапеция», «Многоугольник» (8 класс).
Серия 4	Выделение групп сложности	Деление по типам задач и уровням сложности для каждого раздела
	Акцентирование на практических задачах	Большая часть задач снабжена практическими примерами. Выделены «жизненные задачи» как один из вариантов использования теоретических методов.
	Подача материала в виде исследования	Значимые разделы снабжены материалом для исследовательских проектов
	Выделение темы «Четырехугольники»	В отдельную тему не выделена. Компоненты темы «Треугольники, многоугольники, многогранники» в разделах «Параллелограмм, ромб, трапеция» (7, 8 класс).
Серия 5	Выделение групп	Деление по уровню сложности задач

Наименование в работе	Приставленные инструменты	
	сложности	(требующие устного решения, для самостоятельной работы, повышенной сложности)

Продолжение таблицы 5

	Акцентирование на практических задачах	Часть задач снабжена практическими примерами.
	Подача материала в виде исследования	Задачи на исследование вводятся путем постепенного ознакомления (группа задач «Наблюдай, рисуй, конструируй, фантазируй»)
	Выделение темы «Четырехугольники»	Выделен в отдельную тему в 8 классе. Включает описание четырехугольника; параллелограмма и трапеция; прямоугольник, ромб, квадрат, описанные и вписанные окружности четырехугольника.
Серия 6	Выделение групп сложности	Деление по уровню сложности задач (требующие устного решения, для самостоятельной работы, повышенной сложности)
	Акцентирование на практических задачах	Часть задач снабжена практическими примерами.
	Подача материала в виде исследования	Задачи на исследование вводятся путем постепенного ознакомления (группа задач «Наблюдай, рисуй, конструируй, фантазируй»)
	Выделение темы «Четырехугольники»	Выделен в отдельную тему «Многоугольники, четырехугольники» в 8 классе. Включает описание многоугольника и его элементов и как частного случая четырехугольника; параллелограмма и трапеция; прямоугольник, ромб, квадрат. Описанные и вписанные окружности четырехугольника выделены в отдельную тематику.
Серия 7	Выделение групп сложности	Отсутствует, кроме выделения задач повышенной сложности
	Акцентирование на практических задачах	Все задачи кроме отдельных разделов имеют формальное содержание
	Подача материала в виде исследования	Предполагается исключительно следование определенной методике
	Выделение темы «Четырехугольники»	Выделен в отдельную тему в 8 классе. Разделена на три раздела: многоугольники; параллелограмм и трапеция; прямоугольник, ромб, квадрат.
Серия 8	Выделение групп сложности	Деление по уровню сложности задач (требующие устного решения, для самостоятельной работы, повышенной сложности)

		сложности)
	Акцентирование на практических задачах	Большая часть задач снабжена практическими примерами и акцентировано вызывает необходимые ассоциации. Выделены отдельные разделы для решения практических задач, например, оптимизационных.

Продолжение таблицы 5

Наименование в работе	Приставленные инструменты	
	Подача материала в виде исследования	Задачам на исследование посвящены целые разделы, которые включают теоретический материал по тематикам: графы, кривые второго порядка, теория раскрасок, паркеты, задачи на разрезания. Теоретический материал разделов изложен в форме исследования.
	Выделение темы «Четырехугольники»	В отдельную тему не выделена. Компоненты темы «Параллельность»: сумма углов многоугольника, параллелограмм и его признаки, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция» (7, 8 класс).
Серия 9	Выделение групп сложности	Деление по уровню сложности задач (требующие устного решения, для самостоятельной работы, повышенной сложности)
	Акцентирование на практических задачах	Большая часть задач снабжена практическими примерами и акцентировано вызывает необходимые ассоциации. Выделены отдельные разделы для решения практических задач, например, оптимизационных.
	Подача материала в виде исследования	Задачам на исследование посвящены целые разделы, которые включают теоретический материал по различным тематикам. Сведения подаются не в классическом порядке а на основании возникающих в процессе исследования гипотез.
	Выделение темы «Четырехугольники»	В отдельную тему не выделена. Компоненты темы «Основные свойства плоскости» (многоугольники) «Подобие»: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция» (7, 8 класс).

Цель изучения темы для углубленного уровня – формирование у обучающихся понятий о многоугольниках, их элементах введение понятия выпуклости многоугольника. Представление четырехугольника как частного

случая многоугольника и его видов: параллелограмм, трапеция, прямоугольник, ромб и квадрат, а также формирование представления о средней линии треугольника и введения понятия о трапеции, умений решать и доказывать задачи, пользуясь основными свойствами и признаками четырехугольников.

Для изучения темы необходимо освоение следующих тематик в 7 классе:

- треугольники (равенство треугольников, признаки равенства, медиана, высота и биссектриса в треугольнике, равнобедренный треугольник);
- параллельные прямые, сумма углов в треугольнике (признаки и свойства параллельных прямых, прямоугольный треугольник и его свойства).

В результате освоения темы обучаемые должны знать.

Для базового уровня:

- определение понятий четырехугольника, в том числе выпуклого и его элементов;
- видов четырехугольника (параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции) и их свойств и признаков;
- сумму углов выпуклого четырехугольника;
- основные типы задач на построение;
- средней линии треугольника и трапеции и ее свойств.

Для углубленного уровня:

- определение понятий многоугольника, в том числе выпуклого и его элементов;
- видов четырехугольника (параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции) и их свойств и признаков;
- сумму углов выпуклого многоугольника;
- типы задач на построение;
- средней линии треугольника и трапеции и ее свойств.

В результате освоения темы обучаемые должны уметь.

Для базового уровня:

- грамотно описывать решение задачи с использованием новой терминологии;
- выявлять среди разнообразных фигур четырехугольники, отмечать выпуклые и разделять понятия трапеции, параллелограмма;
- на основании текстового условия задачи корректно изображать фигуры и наносить на чертеж дополнительные условия задачи;
- использовать чертежи для решения задач;
- применять для решения задач свойства средней линии в треугольнике и трапеции;
- использовать формулу для суммы углов в четырёхугольнике;
- решать вычислительные задачи на определение углов в четырёхугольниках и его компонентов;
- использовать в доказательствах признаки и свойства видов четырёхугольников: параллелограмма, трапеции, ромба и квадрата.

Для углубленного уровня:

- грамотно описывать решение задачи с использованием новой терминологии;
- выявлять среди разнообразных фигур многоугольники, отмечать выпуклые и разделять понятия трапеции, параллелограмма;
- на основании текстового условия задачи корректно изображать фигуры и наносить на чертеж дополнительные условия задачи;
- составлять простые задачи на вычисление элементов многоугольника;
- использовать чертежи для решения задач, применять дополнительные построения;
- применять для решения задач свойства средней линии в треугольнике и трапеции;

- использовать формулу для суммы углов в многоугольнике;
- решать вычислительные задачи на определение углов в многоугольнике и его компонентов;
- уметь проводить доказательства признаков и свойства видов четырёхугольников: параллелограмма, трапеции, ромба и квадрата;
- использовать при доказательстве признаки и свойства видов четырёхугольников: параллелограмма, трапеции, ромба и квадрата.

Распределение темы для разных уровней (таблица 6, таблица 7).

Таблица 6 – Тематическое планирование базовый уровень

Параграф	Количество часов	Содержание
Четырёхугольник и его элементы	2	Введение понятия четырёхугольника, элементов. Определение выпуклого четырёхугольника, сумма углов в выпуклом четырёхугольнике.
Параллелограмм и его свойства	2	Введение понятия параллелограмма и определение его свойств
Признаки параллелограмма	4	Знакомство с признаками параллелограмма и решение задач на их использование
Прямоугольник, ромб, квадрат	3	Знакомство с видами параллелограмма и решение задач на использование их свойств и признаков.
Средняя линия треугольника	1	Введение понятия средней линии в треугольнике и описание ее свойств.
Трапеция	2	Введение понятия трапеции и описание ее свойств.
	14	

Таблица 7–Тематическое планирование углубленный уровень

Параграф	Количество часов	Содержание
Многоугольник и его элементы	2	Введение понятия многоугольника, элементов. Определение выпуклого многоугольника, сумма углов в выпуклом многоугольнике.
Параллелограмм и его свойства	2	Введение понятия параллелограмма и определение его свойств
Признаки параллелограмма	4	Знакомство с признаками параллелограмма и решение задач на их использование
Необходимые и достаточные условия	2	Знакомство с понятиями необходимого и достаточного. Определение понятия критерия. Переформулирование известных теорем с использованием понятия критерия.
Прямоугольник, ромб, квадрат	4	Работа по проектам исследование свойств прямоугольника, ромба и квадрата. Формулирование признаков для разных видов

Параграф	Количество часов	Содержание
		четырёхугольников.
Средняя линия треугольника	2	Введение понятия средней линии в треугольнике и описание ее свойств.
Трапеция	2	Введение понятия трапеции и описание ее свойств.
	18	

В качестве основных учебников рассматриваются учебники А.Г. Мерзляк, В. Б. Полонского, М. С. Якир «Геометрия 8 класс» для базового уровня и А.Г. Мерзляк, В.М. Полякова «Геометрия 8 класс» для углублённого уровня.

§5. Программа индивидуальной траектории обучающихся по теме «Четырёхугольники» на базовом уровне

Выработка индивидуальных траекторий по теме «Четырёхугольники» на базовом уровне проходит с использованием методов рефлексии и частично вариативно-эвристического уровня.

Первый этап освоения включает подготовку к изучению понятия четырёхугольника и его элементов. Пример введения понятия четырёхугольника с использованием понятия соседних сторон.

Рассматривается фигура, которая содержит четыре точки M, N, O, P и четыре отрезка MN, NO, OP, PM . Эти отрезки обладают двумя свойствами: на одной прямой не располагаются никакие два соседних отрезка, а также ни у каких двух несоседних отрезков нет общих точек (рисунок 12, а). Фигура, которую образовали данные отрезки, ограничивает часть плоскости. Эта часть выделена на рисунок 12, б оранжевым цветом. Такая часть плоскости вместе с отрезками MN, NO, OP, PM называется четырёхугольником. Точки M, N, O, P называются вершинами четырёхугольника. Отрезки MN, NO, OP, PM называются сторонами четырёхугольника.

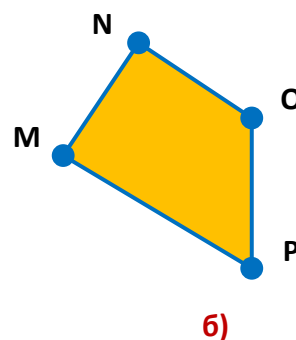
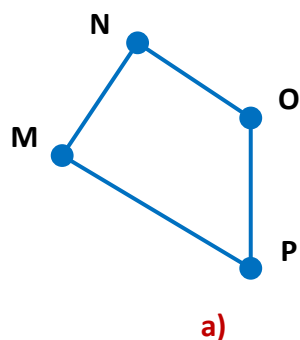


Рисунок 12 – Построение четырёхугольника

Уточнение понятия четырёхугольника путем указания на похожие фигуры, но не обладающие необходимыми свойствами.

На рисунок 13 представлены фигуры, содержащие в себе четыре отрезка MN, NO, OP, PM и часть плоскости, которая ими ограничена. Однако данные фигуры не относятся к четырёхугольникам. Укажите почему.

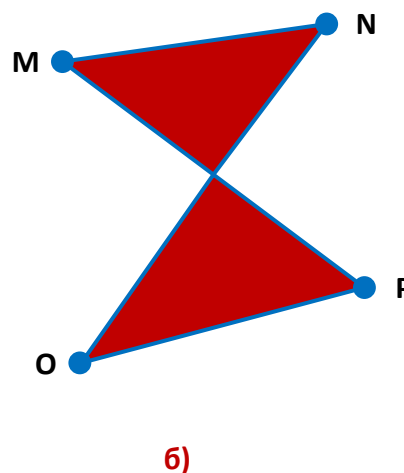
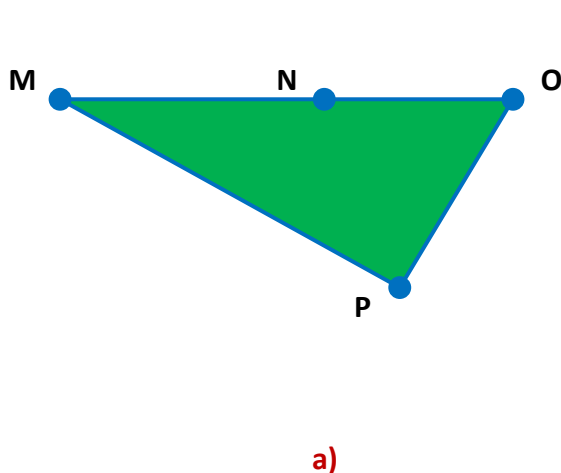


Рисунок 13 – Фигуры, не являющиеся четырёхугольниками

Определение основных элементов четырёхугольника:

- соседние стороны и вершины;
- противоположные стороны и вершины;
- периметр четырёхугольника;
- диагонали четырёхугольника.
- выпуклый четырёхугольник.

На рисунок 14 приведен четырёхугольник, в котором, например, соседними сторонами называются АВ и АС, а противоположными – ВС и АД.

Вершины Di Сназываются соседними, противоположными вершинами являются, например, Ai С.

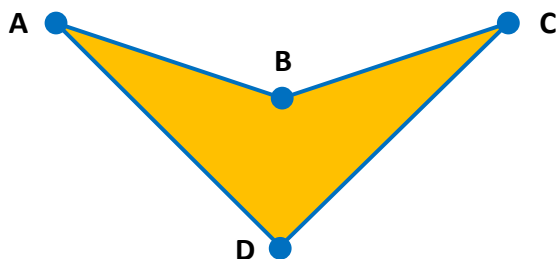
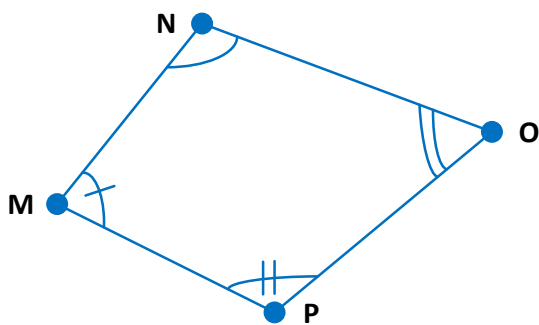


Рисунок 14 – Пример четырехугольника

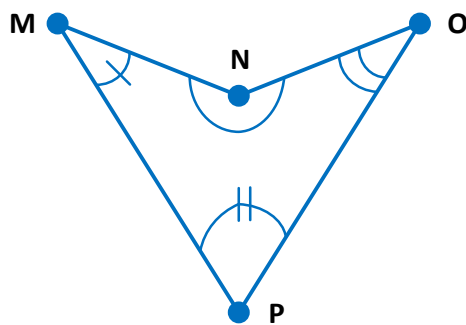
Название и обозначение четырехугольника осуществляется в соответствии с его вершинами. Так четырехугольник, показанный на рисунок 12, б, называется MNOP, а четырехугольник на рисунок 14–ABCD. Буквы, находящиеся рядом в обозначении четырехугольника, соответствуют соседним вершинам четырехугольника. В качестве примера можно взять четырехугольник на рисунок 14. Для него допустимы следующие обозначения: CDAB, ADCB, BCDAи т.д.

Демонстрация примера четырёхугольника, не являющегося выпуклым

Углы MNOи MPOназываются противоположными углами четырехугольника MNOP. Другой пример противоположных углов – NMPи NOP. Также четырехугольник, представленный на рисунок 15, а, является выпуклым (все его углы меньше развернутого угла), а представленный на рисунок 15, б – нет.



а)



б)

Рисунок 15 – Обозначение углов четырехугольника

Ввод теоремы о сумме углов в четырехугольнике и описание доказательства.

Примеры заданий для проведения текущего контроля знаний учащихся. При этом предоставляется выбор порешаемым задачам.

Уровень рефлексии.

Задание 1. Привести три каких-либо обозначений четырехугольника, представленного на рисунок 16. Указать все его вершины, все пары соседних вершин, пары противоположных вершин, стороны четырехугольника, пары противоположных сторон, пары соседних сторон, диагонали четырехугольника.

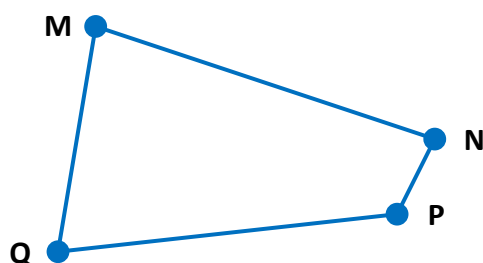


Рисунок 16 – Пример четырехугольника

Задание 2. Среди всех четырехугольников, которые приведены на рисунок 17, выбрать выпуклые.

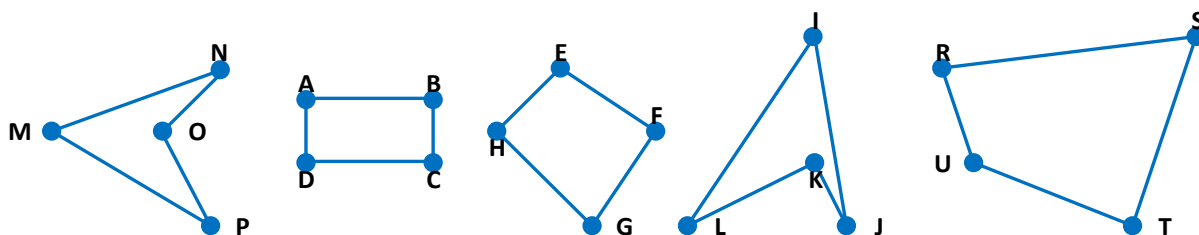


Рисунок 17 – Примеры четырехугольника

Задание 3. Найти стороны четырехугольника, если одна из них на 4 см больше, чем вторая, на 12 см меньше, чем третья, в три раза меньше, чем четвертая. Периметр четырехугольника составляет 128 см.

Задание 4. Четырехугольник $MNPQ$ содержит равные стороны MN и NP . Диагональ NQ образует с данными сторонами одинаковые углы. Необходимо доказать, что равными являются также и стороны PQ и MQ .

Уровень вариативно-эвристический включает также задачи на построение и исследование.

Задание 5. В треугольнике MNP известными величинами являются угол $NMP = 22^\circ$, а также угол $MNP = 112^\circ$. Точкой пересечения проведенных биссектрис треугольника MQ и NR является точка O . Найти все углы четырехугольников $ROQP$ и $MONP$.

Задание 6. Определить диагональ четырехугольника, если значение его периметра составляет 160 см, а периметры треугольников, на которые эта диагональ делит данный четырехугольник, соответственно равны 72 см и 128 см.

Задание 7. В четырехугольнике $MNPQ$ известными величинами являются угол $NMQ=90^\circ$ и угол $NPQ = 90^\circ$. Необходимо доказать что биссектрисы двух других углов четырехугольника являются либо параллельными, либо принадлежащими одной прямой.

Задание 8. Выполнить построение четырехугольника, если известными являются величины всех его сторон и один из углов.

Задание 9. Выполнить построение четырехугольника $MNPQ$ по его углам QMN и MNP , сторонам MN и NP , а также сумме сторон MQ и PQ .

Продолжение изучения включает определение понятия параллелограмма через параллельность противоположных сторон.

Описание основных свойств параллелограмма путем ввода теорем:

- противоположные стороны параллелограмма равны
- противоположные углы равны;
- деление диагоналей точкой пересечения пополам.

Для учащихся выбравших вариативно-эвристический уровень предлагается перед формулировкой теорем выдвинуть гипотезы, которые необходимо доказать.

Примеры задач для закрепления описанных свойств параллелограмма.

Задание 10. Определить углы параллелограмма, если величина одного из них:

- а) в 5 раз меньше другого;
- б) на 48° больше другого.

Задание 11. В треугольнике MNP величина угла PMN равна 70° . Через произвольную точку, лежащую на стороне NP , проведены две прямые, одна из которых параллельна стороне MN треугольника, а вторая – параллельна стороне MP . Определить, какой вид имеет получившийся четырехугольник и вычислить значения всех его углов.

Задание 12. Точкой пересечения биссектрис углов QMN и MNP параллелограмма $MNPQ$ является точка R . Вычислить величину угла RMN треугольника MNR .

Для уровня вариативно-эвристического предлагается выполнить задания следующего характера.

Задание 13. Выполнить построение параллелограмма:

- а) по известным высоте и двум диагоналям;
- б) по известным стороне, проведенной к ней высоте и одной из диагоналей;
- с) по известным острому углу и двум высотам, которые проведены к двум соседним сторонам.

Задание 14. Выполнить построение параллелограмма:

- а) по известным двум сторонам и высоте;
- б) по известным диагонали и двум высотам, которые проведены к двум соседним сторонам.

Задание 15. Их вершины N параллелограмма $MNPQ$ был опущен перпендикуляр NA на диагональ MP . Через точку M проведена прямая $г$, являющаяся перпендикулярной прямой MQ , а через точку P – прямая $с$, являющаяся перпендикулярной прямой PQ . Необходимо доказать, что точка пересечения прямых $г$ и $с$ лежит на прямой NA .

Признаки параллелограмма формулируются в виде теорем для рефлексивного уровня. При выборе вариативно-эвристического производится пояснение понятия обратной теоремы и предлагается сформулировать признаки самостоятельно.

Дополнительно рассматривается практический аспект, а также для подготовленных учащихся вводится понятие о необходимости выполнения некоторого условия и его достаточности на примере признаков параллелограмма.

В отличие от треугольника параллелограмм не задается своими сторонами, а следовательно конструкция из четырех скрепленных реек будет подвижной. Данное свойство параллелограмма получило широкое практическое применение. Например, подвижность конструкций на основе параллелограмма позволяет установку настольной лампы в удобное для работы положение. В качестве еще одного примера можно упомянуть о сдвигании раздвижной решетки в дверном проеме на требуемое расстояние (рисунок 18).

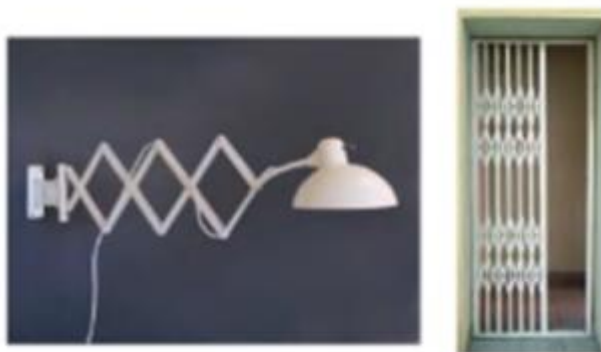


Рисунок 18 – Применение свойств параллелограмма

На рисунок 19 представлена схема механизма, входящего в состав паровой машины. Повышение скорости вращения оси вызывает, за счет действия центробежной силы, отдаление шаров от нее. Это вызывает открытие заслонки, которая регулирует количество пара. Механизм получил название параллелограмма Уатта в честь человека, который первым изобрел паровую машину.



Рисунок 19 – Схема параллелограмма Уатта

Задание 16. Необходимо доказать, что при равенстве в четырехугольнике каждых двух противоположных углов данный четырехугольник является параллелограммом.

Примеры задач для уровня рефлексии.

Задание 17. У двух окружностей существует один общий центр O (\cdot). В одной из окружностей был проведен диаметр MN , а во второй – диаметр PQ . Необходимо доказать, что четырехугольник $MPNQ$ является параллелограммом.

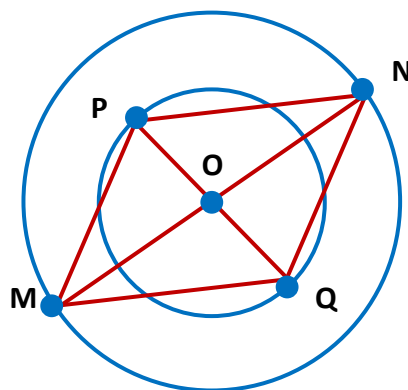


Рисунок 20 – Иллюстрация к заданию 17

Задание 18. Равные отрезки MR и PS отложены на сторонах MN и PQ параллелограмма $MNPQ$. Необходимо доказать, что четырехугольник $RNSQ$ является параллелограммом.

Уровень вариативно-эвристический

Задание 19. В параллелограмме $ABCD$ была проведена прямая через середину O диагонали BD . Эта прямая пересекает стороны параллелограмма

АВ и CD, соответственно, в точках М и N. Необходимо доказать, что четырехугольник MBND является параллелограммом.

Задание 20. В параллелограмме MNPQ были проведены биссектрисы углов QMN и NPQ. Они пересекают его диагональ NQ, соответственно, в точках А и В. Необходимо доказать, что четырехугольник МАРВ.

Задание 21. В параллелограмме ABCD через точку пересечения диагоналей были проведены две прямые. Одна из них пересекает стороны параллелограмма АВ и CD, соответственно, в точках М и N. Вторая прямая пересекает стороны ВС и AD в точках Р и Q соответственно. Необходимо доказать, что четырехугольник MPNQ является параллелограммом.

Связывание понятий прямоугольника и параллелограмма. Для уровня рефлексивного определяется прямоугольник, для вариативно-эвристического предлагается сделать вывод о свойствах прямоугольника из уже известных о параллелограмме.

Примеры задач рефлексивного уровня.

Задание 22. Точка О является точкой пересечения диагоналей прямоугольника MNPQ (рисунок 21). Величина угла MNQ составляет 26° . Необходимо рассчитать углы POQ и MOQ.

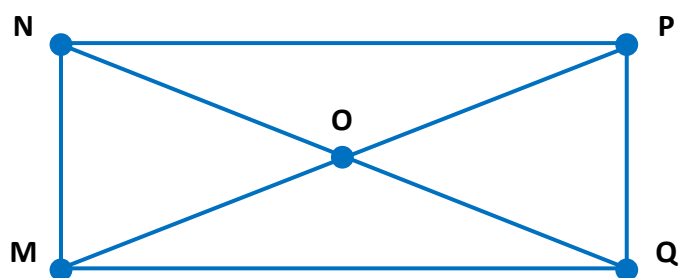


Рисунок 21 – Иллюстрация к заданию 22

Задание 23. Величина угла между диагоналями прямоугольника составляет 60° , а меньшая сторона прямоугольника равна 16 см. Вычислить величину диагонали прямоугольника.

Задание 24. Точка О является точкой пересечения диагоналей прямоугольника MNPQ (рисунок 21). Величина угла MQN равна 60° ,

диагональ NQ равна 20 см. Необходимо определить периметр прямоугольника.

Вариативно-эвристический уровень использует задачи на построение

Задание 25. Построить прямоугольник:

- по известным стороне и диагонали;
- по известным диагонали и углу между диагоналями.

Задание 26. В прямоугольнике $MNPQ$ известно, что величина угла NPM относится к величине угла QPM в соотношении 1 к 5. Также известно, что величина MP равна 36 см. Необходимо рассчитать расстояние от точки P до диагонали NQ .

Задание 27. Выполнить построение прямоугольника по известной стороне и углу между диагоналями, который противолежит данной стороне.

Аналогично вводятся понятия ромба и квадрата на основании уже изученных понятий параллелограмма и прямоугольника. Для вариативно-эвристического уровня предлагается самостоятельно сформулировать свойства ромба и квадрата, а также выдвинуть гипотезы о возможных признаках фигур.

Примеры задач для вариативно-эвристического уровня

Задание 28. Четырехугольники $MNOP$, $PQRS$, $STUV$, $VWXY$, $YZAB$ являются квадратами (рисунок 22.) Рассчитать сумму длин тех сторон квадратов, которые не лежат на прямой MB , если длина отрезка MB составляет 19 см.

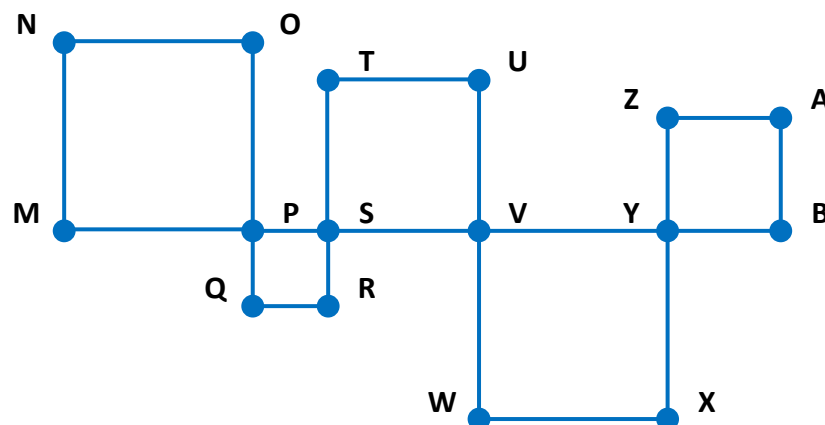


Рисунок 22 – Иллюстрация к заданию 28

Ввод понятия средняя линия для треугольника и трапеции.

Примеры заданий уровня рефлексии.

Задание 29. Определить вид треугольника, в котором все средние линии равны между собой.

Задание 30. Доказать, что средняя линия QR треугольника MNP (точки Q и R лежат, соответственно, на сторонах MN и NP) и его медиана NS точкой пересечения делятся на две равные части.

Задание 31. Точки Q и R являются, соответственно, серединами сторон MN и NP треугольника MNP . Рассчитать величину стороны MP , если она на 14 см больше величины отрезка QR .

Задание 32. Доказать, что средние линии треугольника делят его на четыре равных треугольника.

Вариативно-эвристический метод.

Задание 33. На сторонах MN и NP треугольника MNP выполнена отметка точек Q и R таким образом, что MQ в три раза больше NQ , PR в три раза больше NR . Необходимо доказать параллельность прямых QR и MP , а также найти величину отрезка QR , если величина отрезка MP составляет 32 см.

Задание 34. Построить треугольник по серединам трех его сторон.

Задание 35. При каком условии высота равнобокой трапеции составляет половину разности оснований.

Задание 36. Выполнить построение прямоугольной трапеции по известным основаниям и меньшей боковой стороне.

Задание 37. Выполнить построение прямоугольной трапеции по известным основаниям, боковой стороне и углу между ними.

Задание 38. Выполнить построение параллелограмма по известным серединам трех его сторон.

Задание 39. Углы NMQ и NPR являются внешними углами треугольника MNP . Из вершины N были проведены перпендикуляры NS и NT ,

соответственно, к биссектрисам углов NMQ и NPR . Рассчитать величину отрезка ST , если периметр треугольника MNP составляет 36 см.

Пример исследовательской задачи

Задание 40. Выполнено разбиение многоугольника на треугольники, окрашенные в синий и зеленый цвета таким образом, что любые два треугольника, у которых существует общая сторона, имеют разную окраску. Необходимо доказать, что общее количество синих треугольников не может составлять больше, чем утроенное количество зеленых треугольников.

Таким образом, индивидуальная образовательная траектория может быть определена следующим образом.

Процесс освоения хорошо отражается на схеме возможных сценариев прохождения индивидуальной образовательной траектории (рисунок 6).

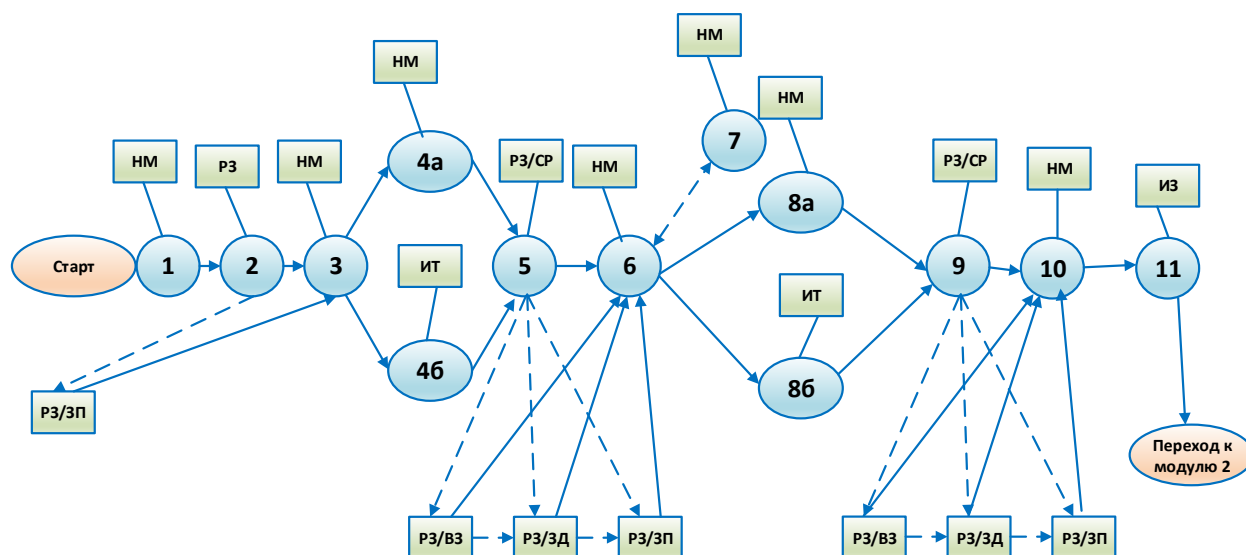


Рисунок 23 – Возможные сценарии работы учащегося по выбранной траектории

На первом этапе ввод понятий четырёхугольника и его элементов, далее переход к решению задач, для выбранных учащихся задачи могут расширяться задачами на построение.

Переход к темам свойств параллелограмма обязателен и далее для определения признаков параллелограмма предлагается либо новый материал, либо исследовательский процесс с формулированием гипотез. Закрепление знаний решением задач с делением на вычислительные задачи, задачи на

доказательство и построение. Переход к теме необходимых и достаточных условий происходит только у учащихся выбравших дополнительную траекторию.

Изучение темы свойств и признаков прямоугольника, квадрата и ромба проводится либо в виде изложения нового материала, для отдельных учащихся могут быть предложены исследовательские задачи на поиск свойств видов параллелограмма. Закрепление аналогично самостоятельной работой с подборкой задач на вычисление, доказательство и построение. Таким образом, формируются уровни рефлексивный, частично вариативно-эвристический и эвристический. Изучение тематики заканчивается итоговым занятием.

§6. Программа индивидуальной траектории обучающихся по теме «Четырехугольники» на углубленном уровне

Выработка индивидуальных траекторий по теме «Четырехугольники» на базовом уровне проходит с использованием методов рефлексии, но основном частично вариативно-эвристического уровня и эвристического уровня.

Первый этап освоения включает подготовку к изучению понятия многоугольника и его элементов. Пример введения понятия многоугольника с использованием понятия соседних сторон.

Рассматривается фигура, которая содержит n точек V_1, V_2, \dots, V_n и n отрезков $V_1V_2, V_2V_3, \dots, V_{n-1}V_n, V_nV_1$. Эти отрезки обладают двумя свойствами: на одной прямой не располагаются никакие два соседних отрезка, а также ни у каких двух несоседних отрезков нет общих точек (рисунок 24, а). Фигура, которую образовали данные отрезки, ограничивает часть плоскости. Эта часть выделена на рисунок 24, б оранжевым цветом. Такая часть плоскости вместе с отрезками $V_1V_2, V_2V_3, \dots, V_{n-1}V_n, V_nV_1$ называется многоугольником. Точки V_1, V_2, \dots, V_n называются вершинами многоугольника. Отрезки $V_1V_2, V_2V_3, \dots, V_{n-1}V_n, V_nV_1$ называются сторонами многоугольника.

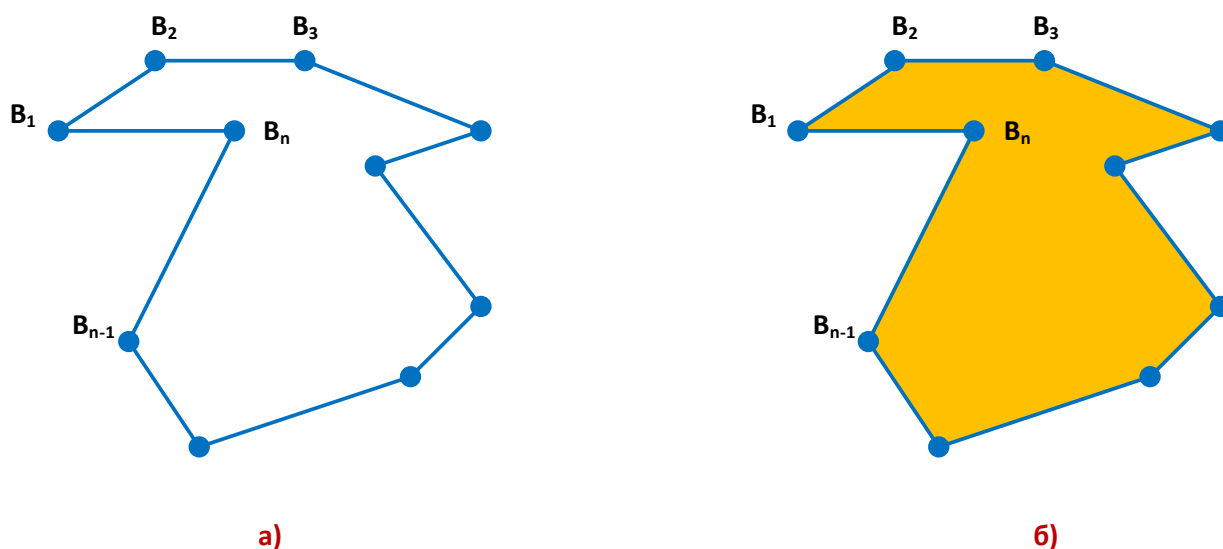


Рисунок 24 – Построение многоугольника по вершинам и сторонам
 Уточнение понятия четырехугольника путем указания на похожие
 фигуры, но не обладающие необходимыми свойствами.

Определение основных элементов многоугольника:

- соседние стороны и вершины;
- противоположавшие стороны и вершины;
- периметр многоугольника;
- диагонали многоугольника.
- выпуклый многоугольника.

Для выпуклого многоугольника справедливы следующие утверждения:

- такой многоугольник всегда расположен с одной стороны плоскости, образованной любой его стороной (рисунок 25, а);
- все диагонали выпуклого многоугольника содержатся внутри него (рисунок 25, б).

Все эти свойства можно рассматривать и в качестве признаков выпуклости для многоугольника. Невыпуклый многоугольник указанными свойствами не обладает (рисунок 25, в).

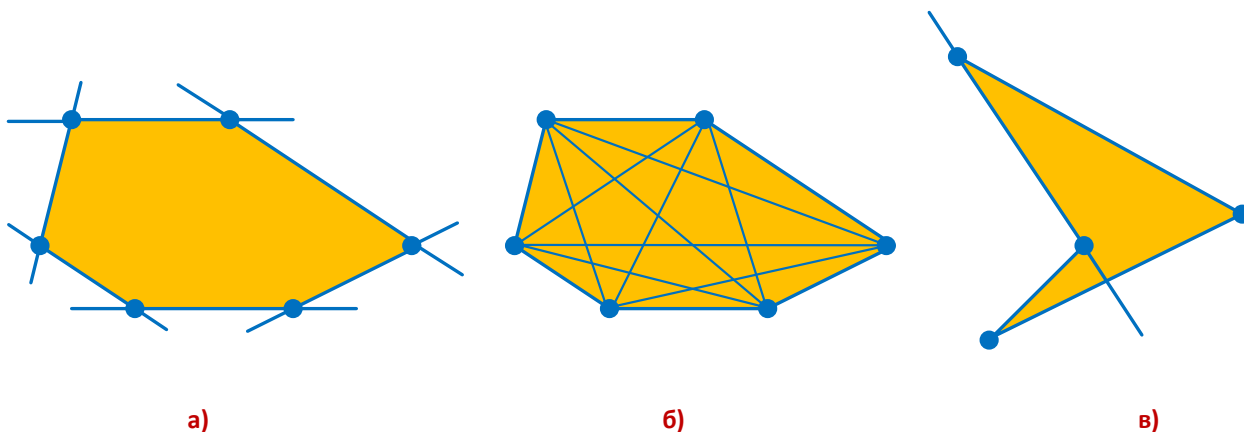


Рисунок 25 – Выпуклые и невыпуклые многоугольники

Ввод теоремы о сумме углов в многоугольнике и сумме внешних углов многоугольника, описание доказательства.

Примеры заданий для проведения текущего контроля знаний учащихся. При этом предоставляется выбор порешаемым задачам.

Уровень рефлексии.

Задание У.1. Сколькими диагоналями обладает девятиугольник, двадцатиугольник?

Задание У.2. В треугольнике MPK , углы M и P которого равны 44° и 56° соответственно, проведены биссектрисы MA и PB , пересекающиеся в точке O . Определите углы в четырёхугольниках $POAK$ и $MOPK$.

Уровень вариативно-эвристический включает также задачи на построение и исследование.

Задание У.3. Докажите, что если в выпуклом четырёхугольнике проведенные биссектрисы противоположных углов параллельны, то выбранные углы равны.

Задание У.4. Необходимо построить четырехугольник, используя его четыре стороны и один угол.

Эвристический уровень

Задание У.5. Выпуклый n -угольник можно разрезать на несколько равносторонних треугольников. На какое максимальное число равносторонних треугольников можно разрезать выпуклый n -угольник?

Продолжение изучения включает определение понятия параллелограмма через параллельность противоположных сторон.

Описание основных свойств параллелограмма путем ввода теорем:

- противоположные стороны параллелограмма равны
- противоположные углы равны;
- деление диагоналей точкой пересечения пополам.

Для учащихся выбравших вариативно-эвристический уровень предлагается перед формулировкой теорем выдвинуть гипотезы, которые необходимо доказать.

Примеры задач для закрепления описанных свойств параллелограмма.

Задание У.6. В произвольном треугольнике ABC проведены параллельные сторонам прямые через противоположные вершины. Необходимо найти периметр треугольника, если сумма периметров всех образованных параллелограммов равняется 100 см.

Задание У.7. Сколько можно построить параллелограммов, с вершинами в произвольных трех точках, не лежащих на одной прямой.

Признаки параллелограмма формулируются в виде теорем для рефлексивного уровня. При выборе вариативно-эвристического производится пояснение понятия обратной теоремы и предлагается сформулировать признаки самостоятельно.

Задание У.8. На сторонах параллелограмма $MNPQ$ выбраны точки E и F середины сторон NP , ML . Докажите, что $MEPF$ является параллелограммом.

Вводится понятие о необходимости выполнения некоторого условия и его достаточности на примере признаков параллелограмма, определяется понятие критерия.

Тема прямоугольник, ромб и квадрат распределяется в виде исследовательских проектов, включающих изучение свойств и признаков отдельных видов параллелограмма.

В рамках проекта могут рассматриваться как не очень известные свойства, так и применение свойств видов параллелограмма в практической деятельности или же составление новых задач на данную тематику, решение популярных задач несколькими способами.

Ввод понятия средняя линия и трапеции.

Примеры задач вариативно-эвристического и эвристического уровня.

Задание У.9. Докажите, что середины отрезков, соединяющих выбранную точку с некоторой прямой лежат на одной прямой.

Задание У.10. Докажите, что диагонали четырёхугольника, образованного отрезками, соединяющими середины сторон любого выпуклого четырёхугольника, перпендикулярны

Задание У.11. Докажите, что если в выпуклом четырёхугольнике прямая, проходящая через середины противоположных сторон образует равные углы с диагоналями, то диагонали равны.

Таким образом, индивидуальная образовательная траектория может быть определена следующим образом.

Процесс освоения хорошо отражается на схеме возможных сценариев прохождения индивидуальной образовательной траектории (рисунок б).

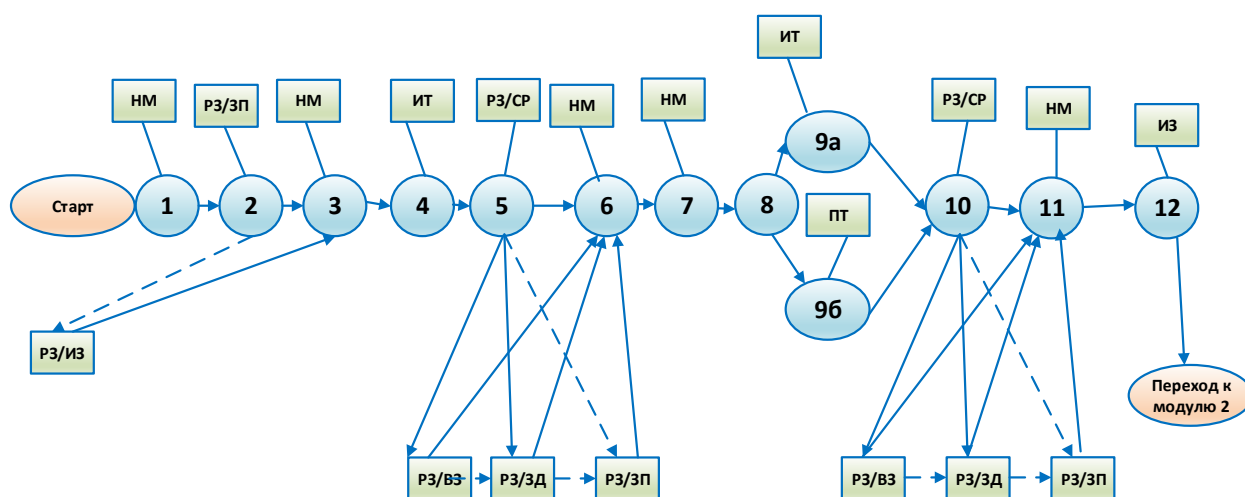


Рисунок 26 – Возможные сценарии работы учащегося по выбранной траектории (углублённый уровень)

На первом этапе ввод понятий многоугольника и его элементов, далее переход к решению задач, для выбранных учащихся задачи могут расширяться исследовательскими задачами, задачи на построение обязательны.

Переход к темам свойств параллелограмма обязателен и далее для определения признаков параллелограмма предлагается исследовательский процесс с формулированием гипотез. Закрепление знаний решением задач с делением на вычислительные задачи, задачи на доказательство и построение. При этом вычислительные задачи и задачи на доказательство являются обязательными. Переход к теме необходимых и достаточных условий происходит для всех учащихся.

Изучение темы свойств и признаков прямоугольника, квадрата и ромба проводится, либо в виде исследовательских задач либо для отдельных учащихся могут быть предложены работы по проектной технологии. Закрепление аналогично самостоятельной работой с подборкой задач на вычисление, доказательство и построение. При этом вычислительные задачи и задачи на доказательство являются обязательными. Таким образом формируются уровни рефлексивный, частично вариативно-эвристический и эвристический. Изучение тематики заканчивается итоговым занятием.

§7. Методика проведения диагностики обучающихся для проектирования индивидуальных образовательных траекторий по теме «Четырехугольники»

Организация учебной деятельности на уроках геометрии может проводиться путем выделения среднего уровня усвоения и распределения нагрузки между учениками путем оценки существующего объема знаний и умений в предметной области. В данном случае в качестве предметной области выбирается геометрия и прикладные навыки, которые связаны с изучением и применением математических понятий и законов.

При такой технологии работы проводится предварительное тестирование учащихся, которое позволяет разделить их на несколько групп. Если такой базой для внедрения методики становится 8 класс, который предполагает продолжение изучения геометрии, то предварительная диагностика не может основываться исключительно на оценке уровня знаний в области геометрии, так как возможно изменение состава учащихся.

Методика вводится уже на базе развернутого учебного процесса и предполагает работу с учениками 8 класса, уже знакомыми с геометрическими понятиями, то входной контроль может быть построен на основе материала учебника [17].

Задание 1. В треугольнике ABC $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 55^\circ$:

а) докажите, что треугольник ABC — равнобедренный, и укажите его основание;

б) отрезок BM — высота данного треугольника. Найдите углы, на которые она делит угол ABC .

Задание 2. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O , которая является серединой каждого из них:

а) докажите, что $\triangle AOC = \triangle BOD$;

б) найдите $\angle OAC$, если $\angle ODB = 20^\circ$, $\angle AOC = 115^\circ$.

Задание 3. В равнобедренном треугольнике с периметром 64 см одна из сторон равна 16 см. Найдите длину боковой стороны треугольника.

Оценка контрольной работы проводится не простым учетом количества выполненных заданий, а с применением следующих критериев (благодаря выбранной системе оценивания производится градирование знаний учеников, которые поступили в 8 класс. при этом неточности отделяются от принципиальных ошибок.

под неточностями понимаются проблемы связанные с:

- неправильное переписывание данных условия;
- некорректная запись математических символов;

- отсутствие ответов к заданиям или ошибки в их записи.

таблица 8).

Благодаря выбранной системе оценивания производится градирование знаний учеников, которые поступили в 8 класс. При этом неточности отделяются от принципиальных ошибок.

Под неточностями понимаются проблемы связанные с:

- неправильное переписывание данных условия;
- некорректная запись математических символов;
- отсутствие ответов к заданиям или ошибки в их записи.

Таблица 8– Критерии оценивания входной контрольной

Оценка	Общее описание	Комментарии
«5» («отлично»)	Выполнение требований значительно выше удовлетворительного	Не более одного недочета
«4» («хорошо»)	Выполнение требований выше удовлетворительного, проявление самостоятельности суждений	От двух до четырех недочетов (нерациональные способы решения, неточности)
«3» («удовлетворительно»)	Достаточный уровень выполнения требований	До восьми недочетов или пяти ошибок (нарушение логики изложения, не более пяти ошибок)
«2» («плохо»)	Недостаточный уровень выполнения требований	Более пяти ошибок или восьми недочетов (ошибочность суждений)

Недочеты не всегда отражают отсутствие знаний по определенной тематике, а могут быть связаны с особенностями психики ребенка. Использование индивидуальных траекторий предполагает обязательный учет таких особенностей, поэтому ошибками считаются:

- незнание или неправильное применение свойств, правил, которые

являются основной для решения конкретного задания;

- некорректный выбор последовательности действий и операций;
- проведение неправильных расчетов, на проверку знаний которых ориентировано выбранное задание;

- существенные различия в решении и полученных результатах.

Однако распределение по группам на основании такого оценивания может быть некорректным.

Критерии оценивания и распределения по специализированным группам на основании проведенного тестирования (таблица 9).

Таблица 9 представляет сформированные на основании проведенного исследования группы. Необходимо заметить, что в результате полученные специализированные группы не будут обладать необходимыми свойствами для построения индивидуальных траекторий учащихся.

Таблица 9– Распределение по специализированным группам на основании проведенного тестирования

Специализированная группа	Оценочный критерий		Возможные проблемы помещения в группу
Продвинутый уровень	Отлично	Все ученики	– списывание; – формальное запоминание; – обязательность без интереса.
	Хорошо	Проявившие самостоятельные суждения	
Средний уровень	Хорошо	Большое число неточностей	– работа по другой программе обучения; – особенности изложения результатов; – необязательность при наличии интереса.
	Удовлетворительно	Наличие только неточностей	
Группа, требующая повышенного внимания	Удовлетворительно	Наличие большого числа ошибок	– медленное восприятие; – особенности изложения результатов; – отсутствие интереса
	Плохо	Наличие большого числа ошибок	

			некорректно выбранного способа изложения.
--	--	--	---

Причины, которые вызывают неправильное формирование специализированных групп, вызваны отсутствием оценки следующих факторов:

- возможного потенциала ученика;
- психоэмоционального состояния на момент проведения входного контроля;
- различием базового уровня учащихся из-за вероятного обучения в других классах (школах) по иной учебной программе;
- особенностей восприятия конкретного ученика;
- существующим уровнем интереса к предмету, который сформирован ранее.

Проведенный анализ обычной технологии выделения специализированных групп показал, что такое примитивное деление не позволяет в должной степени провести оценку способностей и возможностей учеников, а, следовательно, и выделить одаренных и талантливых школьников, которым необходим личностно-ориентированный подход. При этом, как отмечают специалисты [48], выявление интересов и одаренности не только в узконаправленном предмете позволяет повысить уровень освоения геометрии с использованием индивидуальных траекторий.

Следуя тезисам авторов работы по диагностике одаренных детей [3] можно выделить основных субъектов, которые принимают участие в формировании и развитии одаренности талантливого ученика:

- педагоги;
- родители.

Важную часть в формировании личности одаренного ребенка принимают родители, которые обязательно со своей стороны являются частью учебного процесса. С другой стороны родители могут стать причиной

затухания интереса даже талантливого ребенка в силу выставленных собственных приоритетов или просто из-за отсутствия достаточного уровня знаний в разных областях науки, в том числе и психологии развития ребенка.

Формируя специализированные группы для работы по личностно-ориентированному подходу, педагог должен:

- подходить к вопросу неформально;
- провести всестороннюю оценку возможностей учеников;
- постараться выявить приоритеты и интересы, которые были ошибочно сформированы;
- акцентировать внимание на возможных изменениях в приоритетах и интересах учеников.

При выявлении одаренных учеников рекомендуется ориентироваться не столько на объем полученных знаний, которые достаточно просто оценить при проведении различных видов контроля, сколько на личностные особенности.

Специалисты отмечают целый набор факторов, который бы позволил заподозрить одарённость в ребенке в различных сферах:

- широта восприятия мира;
- любознательность не только в узконаправленной области, но и смежных областях;
- уровень развития речи и словарный запас;
- сохранение концентрации на протяжении длительного времени;
- желание учиться и приобретать различные навыки, не только знания;
- наличие высокого уровня организованности в определенных вопросах;
- низкий уровень поверхностного эмоционального восприятия;
- недовольство своими успехами, высокая требовательность к себе;
- склонность к игровой деятельности или фантазиям;

– излишняя самоуверенность, вызванная сравнением своих успехов и окружающих.

Представленные факторы могут не в полной мере присутствовать в каждой личности талантливого ребенка, так как некоторые даже входят в определенное противоречие.

Например, самоуверенность в определенной сфере и неуверенность в социальной жизни и в общении со сверстниками.

Таблица 10 демонстрирует возможные примеры технологий, которые можно использовать для выявления приведенных факторов.

Развитие личности ученика проходит в рамках общества, поэтому для проведения корректной оценки возможностей школьника, которые будут опираться не только на существующий объем знаний возможно только с учетом: социальной среды, наследственности, психологических механизмов саморазвития личности.

Построение индивидуальных траекторий также требует выделения самих видов одаренности, которые могут быть напрямую не связаны со способностями к математическому мышлению, однако позволяют сориентировать педагога в особенностях восприятия конкретного ребенка.

Таблица 10– Технологии выявления факторов возможной одаренности

Фактор	Технология выявления	Возможный результат
Широта восприятия мира	Использование задач на построение, практических задач	Знание физических, социальных, экономических и других законов. Высокий уровень интереса к такому виду задач
Любознательность не только в узконаправленной области, но и смежных областях	Использование задач на построение, практических задач	Знание физических, социальных, экономических и других законов. Высокий уровень интереса к такому виду задач
Уровень развития речи и словарный запас	Задание на составление своих задач на построение и вычислительного характера	Составление стройных логических условий
Сохранение концентрации на протяжении длительного времени	Задание с применением элементов исследования	Активное участие в исследовании, возможно индивидуального характера
Желание учиться и	Задания на создание макетов	Активное участие в

Фактор	Технология выявления	Возможный результат
приобретать различные навыки, не только знания	фигур и геометрических тел	создании, возможно индивидуального характера
Наличие высокого уровня организованности в определенных вопросах	Задание с применением элементов исследования	Активное участие в исследовании, возможно индивидуального характера
Низкий уровень поверхностного эмоционального восприятия	Участие в олимпиадах, конкурсах	Достижение результатов, при отсутствии результатов интерес к процессу утрачивается не сразу
Недовольство своими успехами, высокая требовательность к себе	Участие в олимпиадах, конкурсах	Достижение результатов, при отсутствии результатов интерес к процессу утрачивается не сразу
Склонность к игровой деятельности или фантазиям	Участие в олимпиадах, конкурсах, математических марафонах	Достижение результатов, при отсутствии результатов интерес к процессу утрачивается не сразу
Излишняя самоуверенность, вызванная сравнением своих успехов и окружающих	Участие в олимпиадах, конкурсах, математических марафонах	Сложность работы в команде, отдача приоритета индивидуальной деятельности

С этой целью выделяют следующие виды одаренности:

- интеллектуальная, проявляющаяся как умение нестандартно, оригинально мыслить, умение находить новые проблемы и необычные решения этих проблем;
- творческая, одаренность выражается в нестандартности мышления, в особом, часто непохожем на других взгляде на мир;
- академическая, включающая способности легкого усвоения и высокого уровня обучаемости;
- художественная, проявляющаяся в особенностях восприятия и успехах в живописи, скульптуре;
- музыкальная, проявляющаяся в особенностях восприятия и успехах в музыке;
- литературная;
- артистическая;
- техническая, связанная со способностями в области решения

практических задач;

- лидерская, характеризуется способностью понимать других людей, строить с ними конструктивные отношения, руководить ими;
- спортивная, особенности развития ребенка, отражающиеся в физической активности.

Личностно-ориентированный подход предполагает выделение особенностей ученика и формирование планов его развития на основании этих особенностей.

Очевидно, что, не являясь психологом, педагог-предметник не может в полной мере оценить наличие или отсутствие необходимых способностей. Тем не менее, путем анализа действий ученика и его личностных ориентиров можно сформировать специальные группы.

Таблица 11 представляет вариант разделения на специализированные группы с учетом выявленных типов одаренности.

Ученики в классе могут обладать сразу несколькими типами одаренности, в таком случае формирование специализированных групп проводится по наиболее приоритетным для развития математического мышления видам: интеллектуальной, академической и технической одаренности.

Выявляя, таким образом, не только приоритетные для математического мышления вида одаренности, педагог воспринимает основную часть класса как одаренных детей, у которых есть свои особенности развития.

Таблица 11 – Распределение по специализированным группам с учетом выявленных типов одаренности

Специализированная группа	Включаемые типы одаренности	Варианты работы с группой
Продвинутый уровень	Интеллектуальная; академическая; техническая.	Технологии, ориентированные на развитие логического мышления. Поддержка интереса путем использования исследовательской деятельности.

Специализированная группа	Включаемые типы одаренности	Варианты работы с группой
Средний уровень	Лидерская; спортивная	Технологии, ориентированные на взаимодействие со сверстниками. Поддержка интереса путем использования командных соревнований (игр, математических марафонов).
Группа, требующая повышенного внимания	Артистическая, литературная, музыкальная, художественная.	Технологии, ориентированные на ассоциативное восприятие. Поддержка интереса путем использования художественных образов. Проявление эмоциональной поддержки.

Выводы по второй главе

В рамках второй главы проведен анализ содержания темы «Четырехугольники» согласно требованиям государственных стандартов, определены основные тематики, рассматриваемые в рамках раздела «Четырехугольники». Проанализированы учебники, рекомендованные для использования при изучении геометрии в 7-9 классах. В качестве основных учебников рассматриваются учебники Мерзляк А.Г., Полонского В.Б., Якир М.С. «Геометрия 8 класс» для базового уровня и Мерзляк А.Г., Полякова В.М. «Геометрия 8 класс» для углублённого уровня.

Сформирована программа индивидуальной траектории обучающихся по теме «Четырехугольники» на базовом и углубленном уровне. Определены примерные сценарии прохождения индивидуальных траекторий обучаемыми.

Предложена методика диагностирования обучающихся для проектирования для проектирования индивидуальных образовательных траекторий по теме «Четырехугольники» с учетом возрастных, личностных и психологических особенностей учащихся.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы, целью которой является проектирование индивидуальных траекторий обучающихся по математике как условие реализации образовательных стандартов в общеобразовательной школе (на примере темы «Четырехугольники»), решены все поставленные задачи исследования.

В результате проведенного анализа по проблеме методических основ построения и разработки индивидуальных траекторий выяснено, что понятие индивидуальной траектории представляет собой одну из современных технологий, которая в полной мере позволяет учесть личностные характеристики учащегося, и сформировать программу обучения, удовлетворяющую указанным требованиям.

К проблеме выделения понятия индивидуальной траектории обращались множество специалистов, конкретизируя свои особенности выделенного понятия. Так Исакова О.А. [33] утверждает, что непосредственно понятие «индивидуальная образовательная траектория» рассматривалось еще в работах Агаевой Л.Н., Александровой Е.А., Воронцова А.Б. и многих других исследователей. При этом термин траектория появился не сразу, вначале суть индивидуального подхода рассматривалась как личностно-ориентированное образование в целом.

Отмечается также различие в подходах к построению индивидуальных траекторий (согласно И.В. Картополовой, отмеченной в работе С.А. Вдовиной [13]): практика внедрения индивидуальных траекторий в профильных школах позволяет определять следующие три базовых учебных плана для проектировки индивидуальной траектории: профильный, элективный и внеклассной деятельности.

В качестве методов и технологий обучения по индивидуальным траекториям могут предлагаться как классические: объяснительно-иллюстративный, разноуровневый, так и инновационные

(исследовательский, личностно-ориентированный). Примечательно, что такие подходы могут использоваться и при изучении обязательных модулей.

Основные методики, которые могут быть использованы для реализации индивидуальных траекторий, можно описать следующим образом: репродуктивный, проблемный, частично-поисковый, исследовательский.

Организация работы по темам часто носит модульный характер с возможностью выделения не только основной части модуля для описания теоретических моментов, но и создания фонда оценочных средств. Первый метод характерен для базового уровня развитие процесса обучения приводит к проблемному. Для работы на углубленном уровне и с одаренными детьми применяются методики частично-поискового и исследовательского характера

Проведен анализ содержания темы «Четырехугольники» согласно требованиям государственных стандартов, определены основные тематики, рассматриваемые в рамках раздела «Четырехугольники». Проанализированы учебники, рекомендованные для использования при изучении геометрии в 7-9 классах. В качестве основных учебников рассматриваются учебники А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонского, М.С. Якир «Геометрия 8 класс» для базового уровня и А. Г. Мерзляк, В.М. Полякова «Геометрия 8 класс» для углублённого уровня.

Сформирована программа индивидуальной траектории обучающихся по теме «Четырехугольники» на базовом и углубленном уровне. Определены примерные сценарии прохождения индивидуальных траекторий обучаемыми.

Предложена методика диагностирования обучающихся для проектирования для проектирования индивидуальных образовательных траекторий по теме «Четырехугольники» с учетом возрастных, личностных и психологических особенностей учащихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Приказ Минобрнауки России от 17 декабря 2010 г. № 1897 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (с изменениями на 29 июня 2014 года)».
2. Абатурова, В.С. Формирование и развитие практико-ориентированного мышления как результат выраженности индивидуального стиля деятельности педагога / В.С. Абатурова, В.В. Богун, Е.И. Смирнов, Е.И. Смирнов – Текст: непосредственный // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 5-1. – С. 95-100.
3. Баклашова, О. Н. Особенности работы с одаренными детьми в общеобразовательной школе / О.Н. Баклашова, Р.Р. Ахметзянова// КПЖ. 2016. №6 (119).
4. Берсенев, А. А. Геометрия. 7 класс. Учебное пособие УМК Сферы/ А.А. Берсенев, Н.В. Сафронова.–М.: Просвещение, 2018. – 134 с.
5. Берсенев, А. А. Геометрия. 8 класс. Учебное пособие. УМК Сферы/ А.А. Берсенев, Н.В. Сафронова.–М.: Просвещение, 2018. – 124 с.
6. Берсенев, А. А. Геометрия. 9 класс. Учебное пособие. УМК Сферы/ А.А. Берсенев, Н.В. Сафронова.–М.: Просвещение, 2018. – 144 с.
7. Боброва, Н.В. К вопросу об использовании электронного учебника как средства проектирования и реализации индивидуальных образовательно-развивающих траекторий / Н.В. Боброва. – Текст: непосредственный // FundamentalResearch. – 2011. – №.8. – С. 50-52.- Рез. англ. – Библиогр. с. 52 (6 назв.).
8. Боброва, Н.В. Технология дифференцированного обучения студентов математике в условиях компетентностного подхода: монография/ Н.В. Боброва, И.В. Дробышева, Н.В. Кузина. – М.: Дрофа, 2011. – 96 с.
9. Бойчук, В.Н. Формирование умений принимать решения как один из способов развития инженерного мышления учащихся 5-х классов в

процессе обучения математике / В.Н. Бойчук, И.Г. Липатникова– Текст: непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2016. – № 6. – С. 23-28. Рез. англ. – Библиогр. с. 27-28 (16 назв.).

10. Боженкова, Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии / Л.И. Боженкова. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 205 с.

11. Бузецкая, Т.В.Современные технологии на уроках математики и физики// Педагогика online. – 2014. <http://aneks.spb.ru/obrazovatelnye-tekhnologii/sovremennye-pedagogicheskie-tekhnologii-na-urokakh-matematiki-i-fiziki.html>

12. Ванцова, Н.Г. Индивидуальная образовательная траектория на уроках математики / Н.Г. Ванцова – Текст: непосредственный // В сборнике: Современная наука: теоретический и практический взгляд Сборник научных статей. – 2018. – С. 35-37. Рез. англ. – Библиогр. с. 328 (4 назв.).

13. Вдовина, С. А. Сущность и направления реализации индивидуальной образовательной траектории / С. А. Вдовина, И.М. // Вестник евразийской науки. – 2013. – №6 (19). – С.

14. Восторгова, Е.В. Модель образовательной среды для реализации индивидуальных образовательных траекторий развития обучающихся в условиях STEM-образования / Е.В. Восторгова, Д.А. Махотин, А.Е. Васильева // В сборнике: Воспитание детей - инвестиции в будущее! Сборник статей III Всероссийского форума. – 2018. – С. 76-79.

15. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др.].–М.: Просвещение, 2014. – 384 с.

16. Геометрия 7-9 классы :учеб. для общеобразоват. учреждений / [Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б., Прасолов В.В. под ред. Садовниченко]. –М.: Просвещение, 2012. – 145 с.

17. Геометрия. 7 класс :учеб. для общеобразоват. учреждений / [Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б., Прасолов В.В. под ред. Садовниченко]. –М.: Просвещение, 2012. – 125 с.
18. Геометрия. 7 класс :учеб. для общеобразоват. учреждений / [Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б., Прасолов В.В. под ред. Садовниченко]. –М.: Просвещение, 2014. – 175 с.
19. Геометрия. 7 класс :учеб. для общеобразоват. учреждений / [Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б., Прасолов В.В. под ред. Садовниченко]. –М.: Просвещение, 2012. – 145 с.
20. Геометрия. 7–9 кл.: учеб. для организаций, осуществляющих образовательную деятельность / С.А. Козлова, А.Г. Рубин, В.А. Гусев. – М.: Баласс, 2015. – 320 с.
21. Геометрия. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. – М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2016. – 394 с.
22. Геометрия. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. – М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2016. – 422 с.
23. Геометрия. 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. – М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2016. – 394 с.
24. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / А.В. Погорелов.–М.: Просвещение, 2014. – 240 с.
25. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов.–М.: ИОЦ МНМОЗИНА, 2014. – 374 с.
26. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / И.Ф. Шарыгин. –М.: Дрофа, 2014. – 464 с.
27. Гребенникова, В.М. Проектирование индивидуального образовательного маршрута как совместная деятельность учащегося и

педагога / В. М. Гребенщикова, С.С. Игнатович // Фундаментальные исследования.-2013.-№3, ч. 3.- с. 529-534.

28. Григорян, Ф. Ф. Научно-теоретические основы исследования профессионального образовательного маршрута / Ф.Ф. Григорян // Вестник ЮУрГУ. Серия: Образование. Педагогические науки. – 2017. – №4.

29. Григорян, Ф.Ф. Сущность и направления реализации индивидуальной образовательной траектории / Ф.Ф. Григорян – Текст: непосредственный // Научный вестник Государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Невинномысский государственный гуманитарно-технический институт». – 2016. – № 3. – С. 64-68. Рез. англ. – Библиогр. с. 68 (15 назв.).

30. Дробышева, И.В. Диагностический этап технологии дифференцированного обучения математике: условия и особенности реализации / И.В. Дробышева. – Текст: непосредственный // Известия Тульского государственного университета. Гуманитарные науки. – 2013. – 1 № 3-2. – С. 91-98., Библиогр. с. 98 (2 назв.).

31. Зеер, Э.Ф. Навигационные средства как инструменты сопровождения освоения компетенций в условиях реализации индивидуальной образовательной траектории / Э.Ф. Зеер, Е.Ю. Журлова // Образование и наука. – 2017. – №3.

32. Зотова, А.А. Средства реализации личностно ориентированного обучения / А. А. Зотова – Текст: непосредственный // Интерактивное образование. – 2018. – В. 80. – С. 2

33. Исакова, О.А. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся старших классов в условиях вариативного обучения математике: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Исакова Ольга Анатольевна; Ин-т пед. образования и образования взрослых РАО (Санкт-Петербург). – Санкт-Петербург, 2015. – 22 с. : ил. – Библиогр.: С.19-20, -Место защиты: Ин-т пед.

образования и образования взрослых РАО (Санкт-Петербург). – Текст : непосредственный.

34. Ишкова, Л.Н. Индивидуальная образовательная траектория обучающихся – основа повышения уровня качества образования / Л.Н. Ишкова – Текст: непосредственный// Научный альманах. – 2017. – № 10(36). – С. 203-207. Рез. англ. – Библиогр. с. 207 (4 назв.).

35. Карабельская, И.В. Развитие творческого и математического мышления при решении математических задач/ И.В. Карабельская // Вестник УГНТУ. Наука, образование, экономика. Серия: Экономика. – 2018. – № 2 (24). – С. 147-152.

36. Киселёва, И. Н. Технология построения индивидуальных образовательных траекторий школьников на уроках математики в условиях введения новых ФГОС / И.И. Киселева, Н. Н. Храмова, М. А. Родионов – Текст: непосредственный // Вестник Пензенского государственного университета. – 2014. – № 1 (5). – С. 7-13. - Рез. англ. – Библиогр. с. 12-13 (7 назв.).

37. Ковылина А.А. Проектная и исследовательская деятельность по математике как важнейший компонент индивидуальной образовательной траектории / А.А. Ковылина, Т.В. Пихотина, Л.Ю. Уразаева – Текст: непосредственный // Образование и наука в современных условиях. – 2016. – № 2-1 (7). – С. 116-118. Рез. англ. – Библиогр. с. 118 (4 назв.).

38. Корнеева Н. Ю. Технология модульного обучения как инструмент созидания индивидуальной образовательной траектории обучающегося/ Н.О. Корнеева, Д.Н. Корнеев, А.А. Лоскутов, Н.В. Уварина // Вестник ЮУрГГПУ. – 2016. – №7.

39. Круглик, О.С.Соотношение понятий проектная и исследовательская деятельности учащихся 5-6 классов / О.С. Круглик– Текст: непосредственный //Электронный журнал «Вестник Новосибирского государственного педагогического университета». – 2013. - № 1(11). – С. 21-29. Библиогр. с. 28-29 (10 назв.).

40. Лабчук, Н.С. Об этапах проектирования индивидуальных образовательных траекторий обучения математике / Лабчук Н.С. – Текст: непосредственный // В сборнике: Актуальные проблемы обучения математике Сборник научных трудов. Под ред. Ю.А. Дробышева. Калуга. – 2014. – С. 92-97. - Рез. англ. – Библиогр. с. 97 (3 назв.).

41. Лахин, Р.А. Педагогика: методические материалы к изучению дисциплины и организации самостоятельной работы студентов 3-го курса, обучающихся по направлению 44.03.02 Психолого-педагогическое образование (Психология и социальная педагогика) очной и заочной форм обучения / Р. А. Лахин. – Славянск-на-Кубани : Филиал Кубанского гос. ун-та в г. Славянске-на-Кубани, 2018. – 49 с.

42. Магомедгаджиева, А.М. Особенности реализации личностно-ориентированного подхода при изучении курса алгебры и геометрии / А.М. Магомедгаджиева, Ш.С. Гаджиагаев, З.Д. Гаджиева, Р.А. Амирханова – Текст: непосредственный // Мир науки, культуры, образования. – 2018. - № 2 (69). – С. 106-108. Рез. англ. – Библиогр. с. 108 (5 назв.).

43. Максаева, А.М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся старших классов в условиях вариативного обучения математике: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Максаева Александра Михайловна; Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского. – Ярославль, 2011. – 23 с. : ил. – Библиогр.: С.21-22, -Место защиты: Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского. – Текст : непосредственный.

44. Максаева, А.М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий обучающихся. – Текст: непосредственный // Инициативы XXI века. – 2010. – № 3. – С. 23-24.

45. Максаева, А.М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся при изучении раздела «Начала

математического анализа» – Текст: непосредственный // Ярославский педагогический вестник. – 2011. – Т. 2. – № 1. – С. 69.

46. Паладян, К.А. Элективные курсы как содержательная основа профильного обучения / К.А. Паладян // В сборнике: Современные тенденции развития системы образования Сборник трудов Международной научно-практической конференции. 2018. С. 184-187.

47. Пархоменко, Т.Л. Применение метода индивидуальной образовательной траектории к обучению физике детей с ограниченными возможностями здоровья / Т.Л. Пархоменко. – Текст: непосредственный // FundamentalResearch. – 2011. – №.8. – С. 50-52.- Рез. англ. – Библиогр. с. 52 (9 назв.).

48. Прокопьева, Л. Б. Исследовательская деятельность как средство развития творческих и интеллектуальных способностей одаренных учащихся / Л.Б. Прокопьева // Профессиональное образование в России и за рубежом. – 2017. – №3 (27).

49. Рапопорт, А.Д. К проблеме определения педагогической категории «учебно-методический комплекс» / А.Д. Рапопорт– Текст: непосредственный // Казанский педагогический журнал. – 2010. – Т 2(80). – С. 17-22.

50. Родионов, М.А. Мотивация учения математике и пути её формирования: Монография / М.А. Родионов. Саранск: МШИ им. М.Е. Евсевьева, 2001. - 252 с.

51. Саранцев, Геннадий Иванович Методика обучения геометрии [Текст]: учеб. пособие для студентов бакалавриата вузов по направлению "Пед. образование" (профиль "Математика") / Г. И. Саранцев. - Казань: Центр инновац. технологий, 2011. -220 с.: ил. - Библиогр. в конце глав. -

52. Смирнова, Е.Е. Реализация кредитно-рейтинговой системы обучения математике в индивидуально-ориентированном образовательном процессе / Е.Е. Смирнова, А.В. Кучина – Текст: непосредственный //

Научный альманах. Педагогические науки. – 2015. – № 9(11). – С. 610-613. - Рез. англ. – Библиогр. с. 613 (4 назв.).

53. Собина, Т. А. Организация процесса обучения математике на основе индивидуальных траекторий учащихся / Т.А. Собина, В. Ф. Любичева. – Текст: непосредственный // Омский научный вестник. – 2009. – Т.79. – С. 190-193.- Рез. англ. – Библиогр. с. 193 (3 назв.).

54. Собина, Т. А. Технология проектирования индивидуальной траектории обучения математике / Т.А. Собина. – Текст: непосредственный // Мир науки, культуры, образования. – 2009. – Т.17. – С. 242-247.- Рез. англ. – Библиогр. с. 193 (2 назв.).

55. Степанова, Н.В. Личностно ориентированное образование: от истории к современности / Н.В. Степанова – Текст: непосредственный // Актуальные вопросы современной психологии и педагогики. Сборник докладов XVI-й Международной научной конференции. – 2014. – С. 35-40.

56. Троешестова, Д.А. Технологии самообразования учащихся с математической одаренностью / Д.А. Троешестова, С.А. Ярдухина – Текст: непосредственный // Проблемы современного педагогического образования. – 2018. – № 60-3. – С. 325-328. Рез. англ. – Библиогр. с. 328 (4 назв.).

57. Утева Р.А. Теоретические основы организации учебной деятельности учащихся при дифференцированном обучении математике в средней школе: Монография. М.: Прометей, 1997.-230 с.

58. Шатило Э.Н., Личностно-ориентированное обучение на уроках математики / Э.Н. Шатило, С.А. Чернышева, И.В. Горелова, А.В. Власова – Текст: непосредственный // В сборнике: Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения Сборник материалов LVIII Международной научно-практической конференции. – 2017. – С. 130-137. Рез. англ. – Библиогр. с. 137 (4 назв.).

59. Шеманаева, М. А. О трактовках термина «индивидуальная образовательная траектория» – Текст: непосредственный // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – № S12.

60. Янченко, О.В. Технологии для проектирования индивидуальной образовательной траектории обучающихся 5-11 классов / О.В Янченко – Текст: непосредственный // Певзнеровские чтения: материалы V Региональной научно-практической конференции. – 2017. – С. 79-88.
61. Bloom, B.S. Developing Talent in Young People. New York: Ballentine. - 1985.
62. Bouma, E. The Challenge of Project Work Text. / English. 2003. №17.
63. Fried-Booth, Diana L. Project Work Text. Oxford University Press, 2004.
64. Gallagher, J.J. Research Trends and Needs in Educating the Gifted. Washington, 1964.
65. Saettler, P. E. The Evolution of American Educational Technology Text. Englewood, CO: Libraries Unlimited, 1990.