

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий
(наименование института полностью)

Кафедра «Высшая математика и математическое образование»
(наименование)

44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Математическое образование
(направленность (профиль))

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)

на тему «Формирование мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе»

Студент

Е.П. Акимова
(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный
руководитель

канд. пед. наук, доцент И.В. Антонова
(ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Тольятти 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МОТИВАЦИИ К УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ	11
§1. Понятие и сущность мотивации учебно-познавательной деятельности обучающихся	11
§2. Методические особенности формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности у обучающихся в общеобразовательной школе	21
§3. Основные приемы и методы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе ...	34
Выводы по первой главе.....	44
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МОТИВАЦИИ К УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ	47
§4. Развитие мотивации обучающихся на уроках алгебры с помощью практико-ориентированных задач	47
§5. Использование технологии проблемного обучения как средства формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся на уроках алгебры общеобразовательной школы	60
§6. Методический проект по теме «Арифметическая прогрессия», направленный на формирование мотивации обучающихся.....	69
§7. Педагогический эксперимент и его результаты	95
Выводы по второй главе.....	100
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	103
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	108
Приложение А. Алгоритм конструирования практико-ориентированных задач при обучении математике	123

Приложение Б. Методика Н.Г. Лускановой для определения у школьников уровня мотивации к обучению	124
--	-----

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и научная значимость настоящего исследования.

В соответствии с ФГОС основного общего образования «личностные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, осознанному выбору и построению дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, с учетом устойчивых познавательных интересов, а также на основе формирования уважительного отношения к труду, развития опыта участия в социально значимом труде» [79].

Вместе с этим, известно, что одним из главных условий осуществления учебной деятельности, а также достижения определенных целей в любой области знаний является мотивация. Деятельность учителя и ученика является продуктивной, если способствует повышению мотивации у обучающихся к предмету.

В Концепции развития математического образования в Российской Федерации [51] указано, что одной из основных проблем развития математического образования является низкая учебная мотивация школьников, что связано с общественной недооценкой значимости математического образования, перегруженностью образовательных программ общего образования, а также оценочных и методических материалов техническими элементами и устаревшим содержанием, с отсутствием учебных программ, отвечающих потребностям обучающихся и действительному уровню их подготовки; при этом задачами развития математического образования являются: обеспечение обучающимся, имеющим высокую мотивацию и проявляющим выдающиеся

математические способности, всех условий для развития и применения этих способностей.

Методическим аспектам формирования мотивации у школьников к учебно-познавательной деятельности при обучении математике в общеобразовательной школе посвящены исследования В.Г. Болтянского [18], М.Б. Воловича [28; 29], В.А. Гусева [32], О.Б. Епишевой [37-38], Т.А. Ивановой [40]; Ю.М. Колягина [48], М.А. Родионова [85-89], Г.И. Саранцева [93; 94], Л.Н. Стефановой и Н.С. Подходовой [69], Л.М. Фридмана [106] и др.

Анализ ранее выполненных диссертационных работ, посвященных формированию мотивации к учебно-познавательной деятельности школьников при обучении математике в общеобразовательной школе, показал, что они были рассмотрены в следующих аспектах:

Анализ ранее выполненных диссертационных работ по теме исследования показал, что в них представлены различные аспекты формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности школьников при обучении математике в общеобразовательной школе:

- рассмотрение потребностно-мотивационной сферы ученика как необходимого компонента методической системы обучения математике; выявление закономерностей формирования мотивации учебной деятельности школьников осуществляется автором посредством предметного математического содержания (М.А. Родионов [89], 2001 г.);

- личностные особенности учащихся классов лингвистической направленности и возможности содержательного взаимодействия дисциплин математического и лингвистического циклов (С.Л. Вельмисова [26], 2005 г.);

- целенаправленная организация диагностики математической подготовки школьников с учетом специфики усваиваемого математического содержания (С.Ю. Варлашина [25], 2009 г.);

- использование комплекса нестандартных математических задач (Е.Н. Качуровская [44], 2010 г.);

- повышение качества знаний школьников (Г.Г. Сулейманов [100], 2015).

Таким образом, актуальность и научная значимость темы исследования обусловлена сложившимися к настоящему времени противоречием между необходимостью формирования мотивации обучающихся с учетом требований ФГОС основного общего образования к реализации системно-деятельностного подхода к обучению математике; современной действительности к использованию математики в решении широкого круга проблем, возникающих в реальном мире за пределами образовательного процесса, и фактическим состоянием методики ее формирования при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

Указанное противоречие позволили сформулировать **проблему диссертационного исследования:** каковы методические особенности формирования мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе?

Объект исследования: процесс обучения алгебре в общеобразовательной школе.

Предметом исследования является методика формирования мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

Цель исследования заключается в выявлении методических особенностей формирования мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

Гипотеза исследования основана на предположении о том, что повышение мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности будет достигаться, если: при обучении алгебре в общеобразовательной школе реализовывать определенные приемы и методы ее формирования, а также технологию проблемного обучения и технологию обучения с применением практико-ориентированных задач.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи исследования:**

1. Раскрыть понятие и сущность мотивации учебно-познавательной деятельности обучающихся.

2. Выявить методические особенности формирования мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности в общеобразовательной школе.

3. Рассмотреть основные приемы и методы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

4. Выявить методические особенности развития мотивации обучающихся на уроках алгебры с помощью практико-ориентированных задач.

5. Рассмотреть методические особенности использования технологии проблемного обучения как средства формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся на уроках алгебры общеобразовательной школы.

6. Разработать методический проект по теме «Арифметическая прогрессия», направленный на формирование мотивации обучающихся на уроках алгебры в общеобразовательной школе.

7. Провести педагогический эксперимент и представить его результаты.

Теоретико-методологическую основу исследования составили работы В.Г. Болтянского, М.Б. Воловича, В.А. Гусева, О.Б. Епишевой, Т.А. Ивановой; Ю.М. Колягина, М.А. Родионова, Г.И. Саранцева, Л.Н. Стефановой и Н.С. Подходовой, Л.М. Фридмана.

Базовыми для настоящего исследования явились также: работы В.А. Гусева [32], М.В. Егуповой [33 - 35].

Методы исследования, использованные для решения поставленных задач: анализ психолого-педагогической, научной и учебно-методической литературы; изучение, наблюдение и обобщение школьной практики; анализ

собственного опыта работы в школе; наблюдение за учащимися; тестирование школьников; анализ результатов опытно-экспериментальной работы по проверке основных положений исследования.

Основные этапы исследования:

1 этап (2017/18 уч.г.): анализ ранее выполненных исследований по теме диссертации, анализ школьных учебников, нормативных документов (стандартов, программ), анализ опыта работы школы по данной теме;

2 этап (2018/19 уч.г.): определение теоретических основ исследования по теме диссертации;

3 этап (2018/19 уч.г.): определение методических основ исследования, разработка методического проекта по теме «Арифметическая прогрессия»;

4 этап (2019/20 уч.г.): оформление диссертации, корректировка ранее представленных материалов, уточнение аппарата исследования, описание результатов экспериментальной работы, формулирование выводов.

Опытно-экспериментальная база исследования: ГБОУ СОШ с. Шигоны Самарской области.

Научная новизна исследования заключается в том, что в нем предложены методические рекомендации по формированию мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нем:

- раскрыты понятие и сущность мотивации учебно-познавательной деятельности обучающихся;

- выявлены методические особенности формирования мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении математике в общеобразовательной школе;

- рассмотрены основные приемы и методы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

Практическая значимость исследования определяется тем, что в нем разработаны:

– методические рекомендации по формированию мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся при обучении алгебре в общеобразовательной школе;

– методический проект изучения темы «Арифметическая прогрессия», направленный на формирование мотивации обучающихся на уроках алгебры общеобразовательной школы на основе технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач.

Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечивались: сочетанием теоретических и практических методов исследования, анализом педагогической практики и личным опытом работы в общеобразовательной школе.

Личное участие автора в организации и проведении исследования состоит в определении методических рекомендаций по формированию мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся при обучении алгебре в общеобразовательной школе; разработке методического проекта по теме «Арифметическая прогрессия», направленного на формирование мотивации обучающихся; в описании результатов экспериментальной работы.

Апробация и внедрение результатов работы велись в течение всего исследования. *Экспериментальная проверка* предлагаемых методических рекомендаций была осуществлена в период производственной практики (научно-исследовательской работы) и преддипломной практики на базе кафедры высшей математики и математического образования Тольяттинского государственного университета, а также в период работы учителем математики на базе ГБОУ СОШ с. Шигоны Самарской области. *Теоретические выводы и практические результаты* исследования представлены в 1 публикации в научном журнале «Вестник магистратуры» [1] (май 2020 г.).

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по формированию мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

2. Содержание методического проекта по теме «Арифметическая прогрессия», направленного на формирование мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности обучающихся на уроках алгебры общеобразовательной школы на основе технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач.

Структура магистерской диссертации. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, содержит 9 рисунков, 3 таблицы, списка используемой литературы (122 источников). Основной текст работы изложен на 120 страницах.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МОТИВАЦИИ К УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§1. Понятие и сущность мотивации учебно-познавательной деятельности обучающихся

Ключевой проблемой образования на современном этапе развития общества, в условиях стремительного проникновения во все сферы жизнедеятельности информационных и технических новинок, является создание, поддержание и развитие интереса учащихся к классическому образованию. Какие бы технологические новинки не сопровождали процесс обучения алгебре, математике, остается стандартный набор знаний, который надо передать обучающимся, причем, независимо это начального уровня их знаний, способностей и навыков. Большинство психологов и педагогов считают, что самым важным компонентом в этом процессе является *мотивация обучающихся к учебно-познавательной деятельности.*

Впервые термин «мотивация» был введен немецким *философом* А. Шопенгауэром в 19 веке как «причинность, рассматриваемая изнутри».

Рассмотрим различные трактовки понятия «мотивация».

В *психологии* понятие мотивации определяют, как: совокупность мотивов, которая определяет ту или иную деятельность (Л.И. Божович [41]); иерархическую организацию всей системы побуждений (С.Л. Рубинштейн [91]); «все виды побуждений: мотивы, потребности, интересы, стремления, цели, влечения, мотивационные установки или диспозиции, идеалы и т. д.» (В.Г. Асеев [10]); «активное, деятельное состояние ученика, в котором реализуются его направленность, склонность и заинтересованность в учебе» (О.К. Тихомиров [102]).

Таким образом, психологи рассматривают мотивацию в качестве сложного многоуровневого регулятора жизнедеятельности человека – «его поведения, деятельности» [31; 62; 81].

Высшим уровнем этой регуляции является сознательно-волевой. В.Г. Асеев отмечает, что «мотивационная система человека имеет гораздо более сложное строение, чем простой ряд заданных мотивационных констант. Она описывается исключительно широкой сферой, включающей в себя и автоматически осуществляемые установки, и текущие актуальные стремления, и область идеального, которая в данный момент не является актуально действующей, но выполняет важную для человека функцию, давая ему ту смысловую перспективу дальнейшего развития его побуждений, без которой текущие заботы повседневности теряют свое значение» [10].

Все это, с одной стороны, «позволяет определять мотивацию как сложную, неоднородную многоуровневую систему побудителей, и включающую в себя потребности, мотивы, интересы, идеалы, стремления, установки, эмоции, нормы, ценности и т.д., а с другой, – говорить о полимотивированности деятельности, поведения человека и о доминирующем мотиве в их структуре» [10].

По мнению Е.С. Гафла, «исследователи определяют мотивацию как один конкретный мотив, как единую систему мотивов и как особую сферу, включающую в себя потребности, мотивы, цели, интересы в их сложном переплетении и взаимодействии» [31].

В.Г. Асеев отмечает, что «динамика формирования личности скрывает в себе те устойчивые закономерности, раскрытие которых является основной целью психологии. Самыми важными из них являются закономерности развития мотивации как высшей формы регуляции психических процессов и движущей силы человеческой деятельности» [10].

В *педагогике* мотивацию рассматривают как «постоянно изменяющуюся у каждого конкретного ребенка, а иногда и противоречивую структуру, состоящую из разных побуждений, где место ведущего,

доминирующего мотива занимает то одно, то другое побуждение в зависимости от условий обучения, обстоятельств общения с окружающими и др.» (А.К. Маркова [66]).

Вместе с этим, отмечается, что развитие учебной мотивации лежит в основе многих деятелей в области педагогической науки. Например, роль и место мотивов в активизации учебной деятельности исследовал Л.С. Выготский, а также А.Н. Леонтьев [56].

Вопросам развития учебной мотивации в рамках образовательного процесса посвящены работы А.К. Марковой, Н.Ф. Талызиной, Г.И. Щукиной и др. По мнению А.К. Марковой, «цель определяет направленность активности школьника на промежуточный результат, а в практической деятельности без умения школьника ставить цели и продумывать способы их достижения в учебной деятельности даже зрелые формы потребностей и мотивов остаются нереализованными» [66].

Еще относительно недавно при построении педагогического процесса потребности, интересы и особенности обучающихся не принимались во внимание. Однако, в настоящее время педагоги все активнее исследуют возможности добровольного вовлечения детей в учебный процесс, создания заинтересованности и эмоциональной привлекательности занятий, их мотивированности, учета потребностей и интересов школьников.

По мнению Н.Г. Морозовой, «существует два пути формирования положительного отношения к учению. Один путь – через положительные переживания, связанные с тем, что сопровождает усвоение учебного материала, т.е. формирование эмоционально-положительного отношения к учению. Другой путь воспитания положительного отношения и интереса к учению лежит через формирование мотивов долга, социальной значимости, осознание личного и общественного смысла учения. Наибольшее значение он имеет во второй половине среднего и в старшем школьном возрасте. Иногда второй путь идет вслед за первым, но чаще в тесном взаимодействии с ним» [70].

В связи с этим Н.Г. Морозова акцентирует внимание на том, что «одним из основополагающих моментов в учении является эмоциональная привлекательность усвоения учебного материала, что достигается применением соответствующих средств, методов и форм организации учебной деятельности школьников» [70].

Важное значение учению придавал и С.Л. Рубинштейн. По его мнению, в основе учения всегда лежит учебная мотивация.

П.М. Якобсон, утверждает, что «для того, чтобы возбудить интерес, нужно не указывать цель, а затем пытаться мотивационно оправдать действие в направлении указанной цели, но нужно, наоборот, создать мотив, а затем открыть возможность нахождения цели Интересный учебный предмет это и есть учебный предмет, ставший сферой целей учащегося в связи с тем или другим побуждающим его мотивом» [116].

О.К. Тихомиров также считает «основным путем формирования учебно-познавательной мотивации путь от задачи (и, соответственно, цели) - к мотиву» [102]. Он указывает, что познавательная мотивация «возникает как познавательная потребность, т.е. как потребность, вынужденная обстоятельствами и условиями конкретной задачи».

Учащиеся с наиболее *высоким уровнем мотивации* отличаются стремлением достичь наилучших результатов, творческим подходом к решению задач и заинтересованностью во внеклассовых занятиях и элективных курсах.

Учащиеся с относительно высокой мотивацией достигают хороших результатов в усвоении материала и отличаются общей прилежностью по многим предметам школьной программы, посещают дополнительные занятия.

К третьей группе можно отнести учащихся, которые, в целом, положительно относятся к учебному процессу и школе, однако достигают лишь средних показателей в освоении предмета и не имеют мотиваций к внеклассовым занятиям.

Низкой мотивацией отличаются учащиеся четвертой группы. Они нерегулярно посещают учебное заведение, не отличаются внимательностью на занятиях, испытывают проблемы с адаптацией к коллективу и школе в целом.

Учащиеся с крайне низкой, практически отсутствующей мотивацией, имеют отрицательное отношение к школе, неуживчивы в коллективе. У них плохие отношения с преподавателем, часто агрессивны и отказываются выполнять установленные правила и распорядки.

Рассматривая понятие «мотивация», принято выделять несколько структурных элементов: потребности учащегося, движущие мотивы, цели, которые преследуют учащиеся, эмоциональные переживания.

Применительно к учебно-познавательной деятельности потребности можно классифицировать следующим образом: потребность в своего рода трудовой деятельности, потребность в получении новых знаний, умений, информации, потребность в общении и со сверстниками, и с преподавателями, потребность в отдыхе, восстановлении.

Стоит отметить, что мотивацию учебной-познавательной деятельности следует рассматривать как разнообразную систему стимулов и побуждений, которая направляет учащихся на учебную и познавательную деятельность в целях достижения других поставленных задач.

Учебная деятельность включает систему побуждений к изучению технологий, методов и способов обучения.

Познавательная деятельность – это система побуждений, направленная на овладение непосредственно знаниями по изучаемому предмету.

Воплощением потребностей учащегося являются движущие им мотивы. Единообразной трактовки понятия «мотив» не существует. Однако, применительно к теме данной работы, думается, что под мотивом следует понимать форму реализации потребности учащегося к познавательной деятельности, его представления и намерения, чувства и идеи.

Также, отсутствует единая классификация всех мотивов. Обзор работ педагогов, посвященных исследованию мотивов, позволил выделить следующую классификацию:

По своему содержанию среди мотивов к познавательной деятельности можно выделить:

- мотивы к самореализации;
- мотивы к позитивным достижениям;
- мотивы к общению и игре;
- мотив к учебной деятельности, к познанию.

По длительности действия мотивы бывают перманентными, одномоментными и краткосрочными. По степени проявления, мотивы можно подразделить на:

- устойчивые мотивы;
- слабо выраженные мотивы;
- мотивы нейтральные или средней степени проявления.

Таким образом, проблема мотивации в обучении не новая. Значение ее утверждали многие известные ученые, педагоги, психологи.

Мастерство педагога заключается в его способности укреплять и развивать познавательный интерес у обучающихся в процессе обучения.

В *теории и методике обучения математике* существуют различные подходы к определению понятия мотивации. Так, в учебно-методической литературе понятие мотивации определяют, как:

- «совокупность процессов, определяющих движение по направлению к поставленной цели, а также факторы (внешние и внутренние), которые влияют на активность или пассивность поведения человека в различных ситуациях» (Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова [69]);
- «интерес к учебному предмету» (В.А. Гусев [32]);
- «деятельность, возникающая под влиянием внутреннего или внешнего стимула» (Ю.М. Колягин [48]);

- «мотивация представляет собой сложное многоуровневое образование, включающее интенциональный, компетенциальный и когнитивный компоненты. Ее совершенствование осуществляется в ходе постоянного заполнения новых уровней своей организации за счет локализации в индивидуальном опыте человека актуализированных мотивационных значений усваиваемых единиц математического знания» (М.А. Родионов [87]).

При этом, по мнению Е.Н. Качуровской, структуру мотивации учебно-познавательной деятельности можно также представить в виде компонентов:

- продуктивный компонент, который является ведущим мотивом в учебно-познавательной деятельности,
- когнитивный компонент, который определяет вид учебно-познавательной деятельности,
- ценностно-волевой компонент, в котором можно выделить такие показатели, как формулировка цели, отношение к изучаемому предмету (алгебре, математике) и рефлексия учебной деятельности [44].

Обобщив все точки зрения, можно сделать вывод, что большинство из них сходится во мнении о том, что в основе мотивации лежит мотив. При этом вопрос об основных функциях мотивов в психологической и педагогической литературе решается по-разному. Например, А.К. Маркова, выделяет только одну - «смыслообразующую функцию мотива» [66], а В.С. Ильин полагает, что мотивы, включая мотивы к обучению, «оказывают стимулирующее влияние на психическую деятельность: являются внутренними условиями развития личности; активизируют протекание мыслительных процессов; положительно сказываются на качестве знаний» [42].

При этом нельзя не согласиться в точкой зрения В.А. Гусева, который полагает, что «Как бы ни трактовался мотив, он необходим для успеха в любой сфере деятельности, особенно в области математики» [32].

Исследовав различные подходы к классификации мотивов, выделим наиболее, на наш взгляд, значимые.

Н.Ф. Талызина разделяет мотивы учения обучающихся по содержанию на: «учебно-познавательные, связанные с содержанием (изучаемым материалом) и процессом учения; широкие социальные, связанные со всей системой жизненных отношений школьника (чувство долга, самосовершенствование, самоопределение, престиж, благополучие, желание избежать неприятностей и т.п.)» [101].

Помимо этого, В.В. Вардапетян указано, что все мотивы в педагогике можно условно поделить на две группы [25]:

- 1) мотивы непосредственно учебно-познавательной деятельности:
 - побуждающие учащихся к изучению нового материала;
 - способствующие проявлению и развитию интеллектуальных способностей;
- 2) мотивы, сопутствующие учебно-познавательной деятельности, в том числе:
 - социальные мотивы;
 - индивидуальные мотивы личного плана;
 - «негативные» мотивы, которые вызваны желаниями избежать чего-либо.

Различают также мотивы осознанные и неосознанные. Неосознанные мотивы можно рассматривать в двух аспектах, то есть когда учащийся: а) не осознает своих потребностей, выразившихся в соответствующих мотивах; б) осознавая свою потребность, не осознает сам мотив его действий [14].

Осознанные мотивы характеризуются пониманием учащимися, как своих потребностей, так и осознанием соответствующих мотивов.

По функциональной нагрузке мотивы разделяют на: а) побуждающие мотивы, играющие стимулирующую роль; б) смыслообразующие мотивы,

которые носят для учащегося личностный смысл [26]. Совместно эти две функции придают учебно-познавательной деятельности учащихся характер осознанности.

Следующим структурным элементом мотивации является цель. Обычно цель следует за мотивом, так как мотив является побуждающим аспектом при постановке цели. Причем, как правило, несколько мотивов одновременно являются побуждающими для одной цели.

Цели, наряду с мотивами, являются главными элементами при формировании мотивации к учебно-познавательной деятельности.

Причем, мотивы при одной и той же цели могут носить противоположный характер. Например, такими являются мотив заинтересованности в изучении способов решения уравнений и мотив избежать наказания со стороны родителей.

Очевидно, что цели, подкрепленные большим количеством мотивов, являются более сильным фактором в деятельности учащихся. В отличие от мотивов, цели всегда осознаются учащимися, и это осознание заключается в понимании:

- конечного результата учебной деятельности и потенциальной возможности по достижению этой цели;
- перспектив, связанных с этой целью;
- возможных негативных последствий;
- структуры и соподчиненности целей, когда их несколько;
- соподчиненности цели к уже полученному предыдущему результату;
- необходимых средств (навыков, знаний) для достижения цели [15].

Для постановки эффективных целей, необходимо уяснить значение цели, возможные механизмы её достижения, промежуточные этапы, а также возможные трудности по ее достижению. На пути к поставленной цели важно отмечать даже незначительный прогресс учащихся и показанные ими промежуточные результаты, любой позитив. Все это, вместе с

количественной оценкой успехов, усиливает мотивацию учащихся к учебно-познавательной деятельности, увеличивает их активность.

Следует отметить, что мотивация учащихся претерпевает изменения. Если в младших классах ими в большей степени движет желание впечатлений, равно как и интерес к решению задач, то, в более старшем возрасте, мотивация смещается к стремлению получить так называемый «знания жизни» [4].

Как показывает практика работы в общеобразовательной школе, учителя математики выделяют *четыре типа отношения к учению* [15]:

- *отрицательное отношение*, когда мотивы к учебной деятельности у учащихся не сформированы;

- *положительно-нейтральное отношение*, если учебная деятельность учащихся ограничивается выполнением лишь отдельных учебно-познавательных действий;

- *положительно-познавательное отношение*, когда учебная деятельность включает выполнение действий по собственной инициативе;

- *положительно-ответственное отношение*, когда мотивы устойчивы и учащиеся стремятся освоить учебные действия до уровня решения нестандартных задач, выходящих за рамки обычной программы.

Таким образом, под мотивацией мы будем понимать «интерес к учебному предмету». Сущность ее состоит в побуждении интереса учебно-познавательной деятельности и активности обучающихся.

Далее исследуем методические особенности формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности у обучающихся в общеобразовательной школе.

§2. Методические особенности формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности у обучающихся в общеобразовательной школе

Современный подход к процессу обучения ориентирует педагогов не только на усвоение знаний и умений по предметам (хотя это остается одним из важнейших показателей в школе), но также на развитие учащихся.

Многие исследователи посвятили свои работы изучению возможностей повышения эффективности обучения и формирования интереса к нему у обучающихся, в том числе зарубежные авторы [118-122]. Рассмотрим основные из них.

Так, М.Б. Волович в своей книге «Не мучить, а учить» отмечает, что «можно и нужно учить лучше, эффективнее, гуманнее, чем это делается сегодня» [28]. В своей работе автор не только критикует психологическую основу традиционной педагогики, но и демонстрирует новую модель обучения, которая позволит реализовать каждому учителю в каждом классе педагогику сотрудничества

В книге «Математика без перезагрузок» М.Б. Волович отмечает, что эффективно обучить математике можно всех желающих.

Кроме того, автор предлагает к использованию разработанную педагогическую технологию обучения математике, которая «обеспечивает успешное и прочное усвоение школьниками определений, формулировок и доказательств теорем» [29].

При этом в своей работе автор не только критикует психологическую основу традиционной педагогики, но и демонстрирует новую модель обучения, которая позволит реализовать каждому учителю в каждом классе педагогику сотрудничества. При этом, по его мнению, реализуется принцип индивидуализации обучения, вводятся элементы взаимного обучения, а творчески работающие учителя освобождаются от ряда рутинных процессов при подготовке к учебным занятиям и их проведении.

О.Б. Епишева в книге «Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности», ссылаясь на исследования советских психологов и педагогов, опыт учителей-новаторов, отмечает, что «чтобы научить учащихся самостоятельно и творчески учиться, нужно включить их в специально организованную деятельность, сделать хозяевами этой деятельности» [38]. При этом автор отмечает, что для этого необходимо не только выработать мотивы и цели учебной деятельности у школьников, но и произвести обучение способам ее реализации.

Кроме того, О.Б. Епишевой предложена классификация приемов учебной деятельности учащихся в школьном курсе математики в зависимости от характера (типа) учебной деятельности и этапов.

Ю.М. Колягин в книге «Задачи в обучении математике» отмечает, что основным средством обучения и развития обучающихся выступают задачи; При этом им не только характеризуется роль задач в системе образования. По мнению автора, «решение задач является ведущим средством математического развития учащихся, средством привития им элементов творческого мышления, существенно повышающим качество обучения и воспитания в процессе изучения школьного курса математики» [48].

Ю.М. Колягиным была создана «теоретическая база построения эффективной методики обучения школьников решению задач и обучения математике через задачи (построена модель общего понятия задачи, разработана типология, выявлены основные функции)» [48]. При этом в качестве основных функций задач в обучении математике автором выделены «обучающие, воспитывающие, развивающие и контролирующие. Каждая учебная задача может и должна нести в себе наряду с ведущей функцией другие, реализация которых повышает эффективность использования задач в обучении математике» [48].

Важное значение Ю.М. Колягин уделяет формированию у школьников интереса к решению задач. Он полагает, что применение в обучении задач, способных развивать творческий потенциал учащихся, является «важным

условием повышения качества математической подготовки школьников, а наличие должным образом сформулированных задач в каждом разделе учебника - еще одним важным требованием к учебнику математики» [48].

Отметим, что решение олимпиадных задач также способствует повышению мотивации школьников при обучении математике [12; 13; 46].

Л.Н. Стефанова и Н.С. Подходова в лекциях «Методика и технология обучения математике» полагают, что при формированию мотивации у обучающихся учителю следует учитывать 4 основных момента:

1) учителю необходимо помогать поддерживать обучающимся реалистичный уровень притязаний;

2) мотивацию к обучению зависит не только от мотивов и потребностей обучающихся, но и внутренними процессами определения психологической причинности, имеющей связь с мотивацией;

3) в основе формирования мотивации должны лежать индивидуальные нормы в оценивании;

4) основное условие формирования мотивации - наличие активно-положительной установки учителя по отношению к каждому ученику [69].

Г.И. Саранцев в учебном пособии «Методика обучения математике в средней школе» отмечает, что «важными условиями гуманизации образования являются усиление мотивации и дифференциации обучения» [93].

Автор особое внимание уделяет классификации методов обучения математике; им отмечается, что существующие классификации методов «выполнены в дидактическом контексте и не учитывают предметного содержания, а потому они не могут отразить всю номенклатуру методов обучения математике» [93].

По мнению Г.И. Саранцева, методическая классификация методов обучения должна соответствовать трактовке метода обучения математике. По характеру учебно-познавательной деятельности и организации содержания материала автором предлагаются следующие методы обучения:

«индуктивно-репродуктивный, индуктивно-эвристический, индуктивно-исследовательский, дедуктивно-репродуктивный, дедуктивно-эвристический, дедуктивно-исследовательский, обобщенно-репродуктивный, обобщенно-эвристический, обобщенно-исследовательский» [93].

Кроме того, автором указывается, в последнее время в практике обучения все большую популярность завоевывают нестандартные уроки: урок-лекция, урок-практикум, урок-семинар, урок-зачет, урок-консультация, урок-соревнование, театрализованный урок, урок одной задачи, урок-бенефис и т. д. Структура этих уроков отличается от структуры классических типов уроков, рассмотренных выше, поэтому их и называют нестандартными уроками. Расширяющийся список уроков, по мнению автора, «является результатом активного, творческого поиска учителей таких форм обучения, которые соответствовали бы требованиям к выпускникам школ, тенденциям развития математического образования, новым образовательным идеям и максимально способствовали бы развитию способностей ученика, его личностных качеств, самостоятельности мышления и т. д.» [93].

М.А. Родионов полагает, что «работа по формированию и актуализации учебной мотивации приобретает особую специфику в процессе изучения математики в силу присущих ей содержательных особенностей: абстрактности материала, ведущей роли задач, наличия большого количества математических языков представления фактов и закономерностей, сильной выраженности внутрипредметных связей, приоритета логических умозаключений над правдоподобными рассуждениями, разнохарактерности представленных в составе математической деятельности компонентов (логические умозаключения, аналитические преобразования, геометрические построения, арифметические вычисления)» [89]. Перечисленные характеристики оказывают особое влияние на реализацию механизмов мотивации к учебной деятельности.

Интересен и опыт исследователей в области теории и методики обучения математике по формированию мотивации у школьников.

Так, С.Ю. Варлашина для формирования мотивации базовые механизмы развития учебной мотивации, выявленные в ходе диагностики, а также основные средства, обеспечивающие функционирование этих механизмов, и основные условия такого функционирования

При этом в качестве основного пути усиления мотивационного потенциала диагностических процедур на различных этапах учебного процесса автором предлагается создание различного вида мотивационно-ориентирующих ситуаций [25].

С.Л. Вельмисова для выявления особенностей развития мотивации предлагает использовать комплексный подход, учитывающий, как личностные особенности обучающихся, так и возможности содержательного взаимодействия дисциплин с математикой. При этом взаимодействие, по мнению автора, «должно осуществляться в ходе сематического анализа учебного текста и создания коммуникативно-речевых ситуаций на уроках и во внеурочной учебной деятельности» [26].

Е.Н. Качуровская считает, что в формировании мотивации важная роль должна уделяться нестандартным математическим задачам, способным повышать степень самостоятельности обучающихся. Кроме того, автором выделяются «компоненты мотивации к учебно-познавательной деятельности (продуктивный, когнитивный, ценностно-волевой) в соответствии с ведущими функциями мотивации к учебно-познавательной деятельности побуждающей, стимулирующей, управляющей» [44].

Г.Г. Сулейманов полагает, что именно мотивация является важнейшим фактором активизации познавательной деятельности, причем «не только в усвоении нового материала, но и при решении практических задач» [100]. Автор выделяет принципы организации учебной деятельности, обуславливающие условия мотивации; отмечает, что при обучении математике «мотивация должна применяться на всех этапах формирования понятий, работы с теоремой, решения задач, а не только на этапе ознакомления с понятием и теоремой....»; мотивация в обучении математике

реализуется посредством специальных приемов, основанных на использовании упражнений практического характера, эстетических средств, проблемных ситуаций, моделирования, диалога, исторических экскурсов, методов научного познания и т.д. [100].

Таким образом, ряд исследователей в области теории и методики обучения математике (О.Б. Епишева, Ю.М. Колягин, Г.И. Саранцев и др.) отмечают, что важнейшим средством формирования системы знаний у обучающихся, а также средством развития мышления, учебно-познавательной деятельности и обучения их действиям по самостоятельному приобретению знаний являются *задачи*.

Сущность процесса мотивации учащихся в значительной мере обуславливается технологией обучения.

Часто, такие понятия, как «методика преподавания математики» и «технология преподавания математики», неправильно воспринимаются в качестве синонимов. С очевидностью, их следует различать, так как технологический подход содержит в большей степени целевой, процессуальный, количественный и расчетный компоненты, в то время, как в методике выделяют содержательную, качественную и вариативную стороны. Технология акцентируется на функционировании, на процессах изменения во времени.

Приведем ряд современных технологий обучения математике, которые позволяют пробудить у школьников познавательный интерес к математике, а значит повысить мотивацию их учебно-познавательной деятельности:

- технология интенсификации обучения математике на основе схемных и знаковых моделей учебного материала (В.Ф. Шаталов);
- укрупнение дидактических единиц. – УДЕ (П.М. Эрдниев);
- реализация теории поэтапного формирования умственных действий (М.Б. Волович);

– технология обучения математике на основе решения задач (Р.Г. Хазанкин);

- технологии развивающего обучения: система развивающего обучения Л.Н. Занкова; технология развивающего обучения под авторством Д.Б. Эльконин – В.В. Давыдова; личностно-ориентированное развивающее обучение И.С. Якиманской; технология саморазвивающего обучения Г.К. Селевко.

В основе многих технологий лежат принципы модульного обучения, которые, при всех плюсах и минусах, создают надежную основу для индивидуальной и групповой самостоятельной работы обучающихся и приносят существенную экономию учебного времени без ущерба для полноты и глубины изучаемого материала. Кроме того, достигается высокий эффект при формировании знаний и умений обучающихся, повышается их творческое и критическое мышление.

Целью технологии модульного обучения (П.И. Третьяков, И.Б. Сенновский, М.А. Чошанов) является формирование навыков по получению максимально полезной информации из различных источников информации и их систематизация. Формирование учебно-познавательной деятельности учащихся происходит на основе развития комплекса общих интеллектуальных умений. В результате эта технология содействует мотивации учебно-познавательной деятельности на основе преимущественно самостоятельной творческой деятельности, организации, самоконтроля и внешнего контроля на основе рефлексии учащегося и преподавателя.

При технологическом подходе более существенным, чем в методике, является диагностика при постановке целей. Она необходима для правильной организации обратной связи, которая отражает процесс достижения поставленных целей и является средством корректировки их достижения. Самым существенным отличием является гарантированность достижения результата при технологическом подходе и возможность ее воспроизвести

другими преподавателями и участниками образовательного процесса, что позволяет, отчасти, о возможности унификации процесса формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности.

Е.Ю. Лукичева, к.п.н., доцент, заведующий кафедрой математического образования и информатики СПб АППО в разработанных методических рекомендациях о преподавании математики в 2019-2020 гг. отмечает, что важную роль в определении результатов учебно-познавательной деятельности играет их количественная оценка в виде баллов, очков. Эта оценка выполняет несколько очень значимых функций:

- социальная функция, когда оценки обеспечивают должный уровень подготовки учащихся;
- образовательная функция, когда оценка определяет качество и количество усвоенного материала;
- воспитательная функция, когда оценивается степень мотивированности учащихся к учебно-познавательной деятельности;
- эмоциональная функция, когда независимо от оценки эмоциональная направленность и преподавателя и учащегося должны стимулировать к повышению мотивации и улучшению качества усваивания материала;
- информационная функция, когда выставленные оценки служат ориентиром для составления планов по дальнейшему изучению предмета [59].

Можно выделить несколько общих закономерностей при корректировке мотиваций, учащихся к познавательной деятельности. Это:

- корректировка мотивации для достижения поставленной цели;
- корректировка мотивации для определения лучших средств, приводящих к цели.

При этом, как показывает обзор методической литературы, существуют различные методы для корректировки мотивации, независимо от того, чем вызвана такая корректировка:

- применение социальных мотивов;
- улучшение общего климата в коллективе и налаживание позитивных отношений с учащимися;
- обучение анализу, самоконтролю и корректной самооценке;
- создание атмосферы исследовательской работы, занимательности и позитивной эмоциональности;
- выстраивание нужной психологической структуры для понимания стоящих целей и задач;
- выработка у учащихся навыков учиться, обучение соответствующим приемам и способам;
- демонстрация реалистичности и способности в достижении поставленной цели [11; 17; 23; 45; 63].

Заметим, что самостоятельно поставленные цели вызывают больший интерес у учащихся, и они склонны работать над достижением своих целей значительно больше, чем, когда цели поставлены родителями или преподавателями. Цели, поставленные извне, вызывают повышенный интерес лишь в том случае, если они соответствуют уже существующим потребностям и мотивам учащихся.

Учащиеся, получив задание на занятиях, не всегда их принимают, считая попросту искусственно навязанными; часто относятся к ним халатно, и выступают лишь пассивными исполнителями. Поэтому очень важно, чтобы цели, поставленные взрослыми, были бы восприняты учащимися как свои собственные.

На основе рассмотренных выше подходов к формированию мотивации можно выделить способы влияния на мотивацию учащихся:

- 1) усиление акцентов в пользу позитивных мотиваций и в том числе и их мотивов;
- 2) разработка на основе этих мотивов соответствующих новых целей в рамках изучаемых предметов;

3) улучшение эмоционального фона при реализации новых поставленных целей;

4) создание условий для появления у учащихся новых мотивов к обучению;

5) пересмотр структуры новых мотивов и соответствующих целей, их переподчинение;

6) сдвиг или отказ от некоторых мотивационных установок, при необходимости.

Далее представим результаты анализа научно-методической литературы по проблеме формирования мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении математике в общеобразовательной школе.

В статье Н.А. Арзяевой и К.А. Горячевой «Нестандартные задачи как средство формирования мотивации в обучении математике 5-6 классов» отмечается, что одной из задач современного образования является развитие творческого потенциала, инициативы и самостоятельности учащихся. Авторами отмечается, что «использование на уроках математики нестандартных задач и включение детей в поисковую деятельность позволяет учителю создать условия для развития у детей познавательных интересов, формирует стремление ребёнка к размышлению и поиску, вызывает чувство уверенности в своих силах, в возможности своего интеллекта» [9]; в данных условиях у детей происходит развитие глубины, критичности и качества мышления, составляющих основу самостоятельности ребенка, поэтому особое значение при обучении следует уделять *использованию занимательных и нестандартных задач*, подбирать которые необходимо не только с учетом возрастных особенностей школьников, но и требований программы в соответствии с ФГОС.

При этом, по мнению авторов, «среди данных задач особое место занимают задачи с практическим значением и связанные с жизненными ситуациями детей, а также с лишними или недостающими данными; на

развитие воображения, смекалки, сообразительность, творческое мышление, которые оказывают влияние на формирование повышенного интереса у детей, а при выполнении подобных задач школьники учатся думать, анализировать, сравнивать, что способствует более прочному и сознательному усвоению знаний» [9]. Для развития мотивации учебно-познавательных способностей предлагается использовать ряд принципов: принцип «принятия другого», согласно которому учащиеся должны восприниматься индивидуальностями, принцип «проектирования образовательной среды», способствующий раскрытию творческих способностей, принцип сотрудничества учащегося и учителя.

Т.Л. Блинова в статье «Формирование мотивации к учебно-познавательной деятельности на основе использования кейс-метода при обучении математике» рассматривает важность использования технологии кейс-метода для формирования мотивации учебно-познавательной деятельности при изучении математики.

По мнению автора, использование кейсов при формировании мотивации у школьников к учебно-познавательной деятельности при обучении математике позволяет: формировать у них информационную компетентность, развивать способности по поиску новых знаний, а также навыки самостоятельности и инициативности, способности к принятию решений. Также автор полагает, что данный метод, оказывает влияние на развитие у обучающихся различных практических навыков, тем самым сокращает разрыв между теорией и практикой. Привлекательность кейс-метода при этом заключается «в понятности и точности языка изложения, использовании интересной завязки, наличии необходимых примеров и живых иллюстраций» [17].

В статье В.В. Вардапетян «Формирование мотивации образовательной деятельности учеников в процессе обучения математике» [24] делается акцент на главном мотиве работы – желании учащихся. Пробуждение желаний является по мнению автора основной задачей при формировании

мотиваций к учебно-познавательной деятельности. В формировании мотивации главная роль отводится: содержанию учебного материала, способу изложения материала и важности рассматриваемой темы, рассказу преподавателя об историческом аспекте рассматриваемой темы. Автор отмечает, что для позитивной и стабильной мотивации учащихся важна такая организация работы, которая доставляет учащимся эмоциональную и познавательную удовлетворенность.

Г.А. Атаманской в статье «Особенности формирования мотивации к изучению математики у учащихся 7-9 классов» [11] на основе анализа научно-педагогической литературы определены основные группы мотивов и их взаимосвязь с аспектами образовательного процесса, а также особенности мотивации учащихся и их формирования. Автором выделены две главные группы мотивов: мотивы самой учебно-познавательной деятельности, мотивы вне такой деятельности; подчеркивается важность практико-ориентированных, прикладных задач и других методов, способных заинтересовать учащихся; предлагаются рейтинговые технологии, которые: способствуют стремлению к дальнейшему развитию, поощряют учащихся со средней и низкой мотивацией, помогают учащимся разумно строить свою учебную деятельность.

Кроме того, отметим, что у обучающихся могут возникнуть проблемы с успеваемостью. В большинстве случаев это связано не с работоспособностью ребёнка или его интеллектуальными возможностями, а со снижением интереса к учению, снижением учебной мотивации. Именно поэтому вопросы формирования мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности становятся особенно актуальными.

Таким образом, методическими особенностями формирования у школьников мотивации к учебно-познавательной деятельности являются:

- включение обучающихся в специально организованную деятельность, где они должны стать хозяевами этой деятельности (О.Б. Епишева);

- использование различных технологий, например, - технологии реализации теории поэтапного формирования умственных действий; применение модели обучения, которая позволит реализовать каждому учителю в каждом классе педагогику сотрудничества (М.Б. Волович);

- решение задач, являющихся не только ведущим средством математического развития учащихся, но и средством привития им элементов творческого мышления, существенно повышающим качество обучения и воспитания в процессе изучения школьного курса математики (Ю.М. Колягин);

- при формировании мотивации учитывать такие аспекты: учителю необходимо помогать поддерживать обучающимся реалистичный уровень притязаний; мотивация к обучению зависит не только от мотивов и потребностей обучающихся, но и от внутренних процессов определения психологической причинности, имеющей связь с мотивацией; в основе формирования мотивации должны лежать индивидуальные нормы в оценивании; основное условие формирования мотивации - наличие активно-положительной установки учителя по отношению к каждому ученику (Л.Н. Стефанова, Н.С. Подходова);

- применение на уроках различных средств мотивации обучения; тщательно отобранное содержание материала, вынесенного на урок (В.А. Гусев).

В следующем параграфе выявим основные приемы и методы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

§3. Основные приемы и методы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе

Рассмотрим основные подходы, приемы и методы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности исследователей в области теории и методики математики.

Так, М.А. Родионов указывает, что «работа по формированию и актуализации учебной мотивации приобретает особую специфику в процессе изучения математике в силу присущих ей *содержательных особенностей*: абстрактности материала, ведущей роли задач, наличия большого количества математических языков представления фактов и закономерностей, сильной выраженности внутрипредметных связей, приоритета логических умозаключений над правдоподобными рассуждениями, разнохарактерности представленных в составе математической деятельности компонентов (логические умозаключения, аналитические преобразования, геометрические построения, арифметические вычисления)» [88].

При этом перечисленные автором характеристики по формированию и актуализации учебной мотивации школьников оказывают особое влияние на реализацию механизмов мотивации к учебной деятельности.

Исследование данных механизмов М.А. Родионов предлагает «осуществлять с двух позиций - опираясь на содержательные особенности самой математической деятельности, проявившиеся в ходе совершенствования и развития научного знания, и, исходя из анализа структуры функционирования мотивационной сферы самого субъекта познания при овладении им предметным содержанием, то есть - со стороны содержания и со стороны учащегося» [88].

При реализации первого подхода автором были выделены потребностно-мотивационные факторы, служащие «источниками и движущими силами математического творчества» (Рис. 1).



Рис. 1. Иерархия потребностей в математическом образовании
(по М.А. Родионову)

Вместе с этим, М.А. Родионов при рассмотрении структуры мотивационной сферы обучающегося предлагает выделять следующие ее основные компоненты: особенности индивидуального опыта, структура познавательных процессов и механизм целеобразования, которые связаны между собой системой информационных, управляющих и координирующих связей (Рис. 2).



Рис. 2. Компоненты мотивационной сферы в математическом образовании
(по М.А. Родионову)

Поэтому совершенствование предметной мотивации, по мнению автора, заключается в том, чтобы «не просто изменить отношение обучающихся к предмету, а перестроить структуру данного отношения, суть данного изменения состоит в заполнении новых уровней своей организации после исчерпания возможностей предыдущих... В процессе данного заполнения, по мнению автора, будут формироваться «ассоциативные связи между элементами формирующихся когнитивных подструктур мышления (топологических, метрических, порядковых, алгебраических и проективных), а усваиваемые элементы индивидуального опыта вместе со своими мотивационными значениями сравниваются, обобщаются, входят во взаимодействие друг с другом, чтобы на дальнейших этапах выступать уже в качестве средств активизации учебной деятельности» [88].

Автором разработаны предметно-содержательный и предметно-субъектный подходы к формированию учебной мотивации школьников, которые представляются им в виде трехуровневой системы совершенствования математической деятельности, рассматриваемой в

рамках семиотического, формальнологического, эвристического и эстетического компонентов математического образования.

Вызывает интерес и подход В.А. Гусева, который отмечает, что «для того чтобы привить учащимся любовь к изучению математики, чтобы развить их математические способности, чтобы добиться успехов в процессе обучения математике, необходимо использовать все средства мотивации обучения математике в школе» [32].

Автор отмечает, что в настоящее время учителя математики зачастую ориентируются на формальные знания и на уроках большую часть времени тратят на решение однотипных и неинтересных примеров и задач, совершенно не уделяя внимания мотивации обучающихся.

В целом же В.А. Гусев выделяет два *способа* формирования мотивации обучающихся. Первый из них «заключается в усвоении воспитуемым предъявляемых ему в готовой форме побуждений, целей, идеалов, образцов того, какими должны быть мотивы учения. Вторым механизмом (снизу вверх) заключается в том, что ребенок включается воспитателем в реальные виды деятельности и приобретает практический опыт нравственного поведения, так как в процессе деятельности ситуативные побуждения воспитуемого при их систематической актуализации постепенно переходят в устойчивые мотивационные образования» [32].

Несмотря на существующую критику по данному вопросу, В.А. Гусев для формирования мотивации обучающихся предлагает применять оба способа в комплексе. Автором отмечается, что появлению и развитию мотивации у школьников способствует тщательным образом отобранное учителем содержание материала урока.

Выделяемые В.А. Гусевым средства, связанные с содержанием учебного материала и побуждающие к формированию мотивации у обучающихся, представлены на Рис. 3.

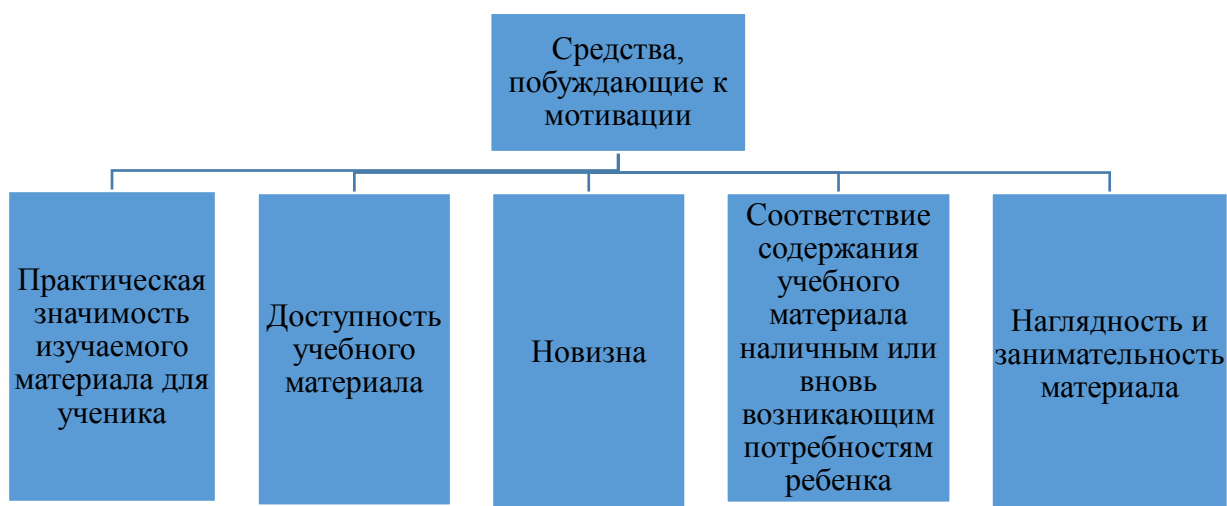


Рис. 3. Средства, связанные с содержанием учебного материала и побуждающие к формированию мотивации у обучающихся

Л.Н. Стефанова и Н.С. Подходова выделяют познавательные и социальные мотивы, как внешние, так и внутренние. При этом, по их мнению, при формировании мотивации у обучающихся учителю следует учитывать следующие основные моменты:

- 1) учителю необходимо помогать поддерживать обучающимся реалистичный уровень притязаний;
- 2) мотивацию к обучению зависит не только от мотивов и потребностей обучающихся, но и внутренними процессами определения психологической причинности, имеющей связь с мотивацией;
- 3) в основе формирования мотивации должны лежать индивидуальные нормы в оценивании;
- 4) основное условие формирования мотивации - наличие активно-положительной установки учителя по отношению к каждому ученику [69].

Как уже было указано, важность формирования мотивации обучающихся при обучении математике отмечает и руководитель федеральной группы разработчиков ЕГЭ по математике, директор Центра педагогического мастерства И.В. Яценко. При этом, по его словам, сами

школьники интересуются: как полученные знания могут пригодиться в жизни и где могут быть использованы?

Основными методами формирования познавательной активности, о чем свидетельствует анализ научно-методической литературы, являются: *проблемный и частично-поисковый методы*.

Проблемное обучение основано на закономерностях творческого усвоения знаний, а также на научном поиске их. Обучение протекает в виде разрешения проблемной ситуации или ситуаций, создаваемых в процессе обучения специально. Проблемная ситуация – это затруднение, оно осознано и порождается несоответствием между знаниями уже имеющимися и теми, которые нужны для решения предоставленной задачи [28].

Технология проблемного обучения использована Л.В. Занковым и В.В. Давыдовым при создании систем развивающего обучения.

Эффективность использования проблемных ситуаций для развития познавательной деятельности школьников подтверждена описана в различной методической литературе [43; 82; 95; 103; 104; 115].

Частично-поисковый метод или метод эвристической беседы является одним из методов проблемного обучения. Использование данного метода также способствует развитию познавательной активности.

Для активизации познавательной деятельности школьников также может использоваться проектно-исследовательский метод, который не только повысит интерес и познавательную мотивацию, но и создаст оптимальные условия для формирования познавательных УУД (универсальных учебных действий) [72; 110].

О.Б. Епишева и В.И. Крупич предлагают следующие методы мотивации к учебной деятельности: словесные методы; наглядные методы; проблемно-поисковые методы [38].

Также для формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности все большую популярность занимает *кейс-метод*. При этом, как отмечает Т.Л. Блинова, «использование кейсов позволяет решить задачи:

формирование информационной компетентности; развитие способностей по поиску новых знаний; развитие навыков самостоятельности и инициативности; развитие способностей к принятию решений» [17].

Л.М. Стефанова, методист У КП «РДБ» ГОУ РК «Республиканский центр образования» г. Сыктывкара Республики Коми отмечает, что для формирования положительных мотивов учения у школьников большую роль играют инструменты, используемые учителем. Так, важно обратить внимание на сам процесс их обучения, который должен быть связан с практическими потребностями обучающихся; для формирования мотивации следует использовать различные *методы и приемы*: сотрудничество; одобрение; новизна учебного материала, необычность его подачи; практическая значимость; противоречивость фактов; оценка; использование игр, включение игровых элементов в урок; создание ситуации успеха [98].

Отметим, что на уроках математики приемы учебной деятельности по усвоению математических понятий, которые связаны с приемами учебной деятельности, зависят от этапов учебного процесса (Таблица 1).

Таблица 1 показывает общность целей, методов и приемов изучения понятий, выделяет так называемые логические опоры, создает предпосылки для выработки у обучающихся общих приемов учебной деятельности.

Таблица 1 - Приемы учебной деятельности по усвоению математических понятий в зависимости от этапа учебного процесса

Этапы учебного процесса	Приемы учебной деятельности по усвоению математических понятий
Восприятие новых знаний	Наблюдение, сравнение, анализ, абстрагирование, синтез, обобщение, формулировка определения понятия
Осмысление и переработка новых знаний	Конкретизация, приведение контрпримеров, выведение следствий, подведение под понятие, запоминание определения
Закрепление и применение изученного	Классификация, систематизация, специализация, обобщение, установление отношений между понятиями, использование понятий в теоремах и задачах

При этом следует отметить, что постановка целей учебной деятельности лучше всего осуществляется в процессе создания и разрешения проблемной ситуации.

Другими *приемами мотивации* и стимулирования учебной деятельности при обучении математике служат:

- использование исторического и занимательного материала;
- решение задач с практическим содержанием;
- выявление практической значимости изучаемого материала;
- подведение итогов;
- поощрение достижений в учебной деятельности.

Далее представим анализ *опыта учителей* по использованию основных приемов и методов формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении математике в общеобразовательной школе.

На основании данных таблицы необходимо отметить, что в работе Л.Ю. Бучневой «Элементы краеведения как способ повышения мотивации на уроках математики» [22] отмечена важность связи образовательного процесса с реальной жизнью общества, в частности, с помощью применения элементов краеведения. Учащиеся с большим энтузиазмом решают задачи в которых упоминается их край. Это могут быть задачи на составление уравнений (текстовые задачи), содержащие исторические или географические аспекты. Либо простые задачи для младших классов, но также содержащие информацию локального характера. Автором приведены некоторые *образцы практических задач*:

1. Запишите цифрами год основания Белгорода - одна тысяча пятьсот девяносто шестой.

2. Белгородский хлебозавод ежедневно производит 130 т хлеба. Какая это часть от общего производства, если в магазины Белгорода поступает ежедневно по 260 т хлебобулочной продукции.

О.В. Захарова в исследовании «Формирование учебной мотивации на уроках математики» [39] дает краткие определения основных терминов,

представлены внутренние и внешние мотивы, а также способы активизации учебно-познавательной деятельности. Для решения проблем с мотивацией автором предлагается выяснить и минимизировать основные причины, побуждающие халатное отношение к обучению, и поддерживать, и развивать имеющуюся познавательную мотивацию. При этом причинами низкой мотивации является по мнению автора: перегрузка от избыточного материала, недостаток одобрения от преподавателей, неуверенность в своих силах. Повышение мотивации по мнению автора должно осуществляться с помощью: коллективных действий учащихся, позитивной атмосферы в коллективе, системе поощрений и т.д.

В работе М.В. Корчиковой «Методы повышения мотивации на уроках математики» [52] рассматривается вопрос о том, как научить учащихся «хотеть учиться». Задачей является выбор характеристик мотивации для их формирования. Действенные способы повышения мотивации по мнению автора включают: яркие и доступные презентации, проведение уроков-игр, использование листов самооценки.

В работе А.П. Лебедевой «Мотивация учебной деятельности на уроках математики» [55] рассматриваются такие методы формирования мотивации, которые будут действенными на протяжении всего срока обучения. Лейтмотивом является постулат «нам тогда понятно, когда интересно». Для этого предлагается: использовать личный жизненный опыт, создавать проблемные ситуации, использовать ролевой подход и занимательные задачи, применять информационные технологии. Основные апробированные методы: работа с проектами, личностно-ориентированный подход, использование заданий с различным уровнем сложности, проведение лекций.

Н.В. Мамоченко в исследовании «Рекомендации по повышению мотивации в обучении с использованием ЭФУ на уроках математики» [65] предлагает решать проблемы с мотивацией к учебно-познавательной деятельности посредством использования ЭФУ. Использование ЭФУ позволяет сформировать у обучающихся активное и творческое мышление.

Развитие этих способностей делает обучение «осознанным» и мотивированным. Автором предлагаются следующие стадии в организации учебного процесса: «вызов»: создание закладок, составление опросника, «осмысление»: лабораторно-опытные работы, «рефлексия»: таблицы, «знаю – хочу знать-узнал», составление опорных конспектов.

В работе Л.А. Романовой «Мотивация учения на уроках математики в современной школе» [90] подчеркивается, что повышение уровня математической образованности является обязательным для обеспечения современных потребностей к высокой квалификации специалистов в условиях «наукоемкого и высокотехнологичного производства». Указывается на наличие несоответствия между планируемыми и фактическими результатами при сдаче аттестационных экзаменов. Возможными путями решения проблем с мотивацией к обучению математике являются: синтез личностных и профессиональных качеств педагога, содержание учебного материала, инновационная организация учебной деятельности.

Ж.В. Хаценович в своей работе «Мотивация учебной деятельности на уроках математики с применением информационных обучающих средств» [108] приводит основные технологии обучения, которые повышают мотивацию к изучению математики. Автором акцентируется внимание на педагогических средствах для развития мотивации: форме изложения содержания предмета, проведение уроков-игр, внедрение информационных технологий, требовательное и, одновременно, доверительно-дружеское отношение к учащимся. Для усиления мотиваций учащихся предлагается использовать несколько способов: использование ИТ технологий, иллюстративный (демонстрация опытов схем, видеофрагментов), контролирующей (проведение тестирований, самоконтроль), в качестве инструмента для самостоятельного проведения исследований.

В работе Г.Г. Храмушкиной «Формирование исследовательских умений на уроках математики как средство мотивации ученика на

результативную учебную деятельность и личностное развитие» [109] подчеркивается важная роль исследовательской деятельности на уроках математики, показан опыт применения кластерного подхода в качестве эффективного способа формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности. Организация кластерного подхода позволяет пробудить интерес к изучению предмета и наладить творческий процесс учащихся с преподавателем.

Таким образом, важную роль в формировании познавательной активности учащихся зависит от того, какие инструменты использует учитель для формирования положительных мотивов учения.

При этом следует выделить следующие методы мотивации к учебной деятельности: словесные методы; наглядные методы; проблемно-поисковые методы.

Проектно-исследовательский метод позволяет не только повысить познавательную мотивацию, но и создает оптимальные условия для формирования познавательных УУД [114].

Кейс-метод способствует решению таких задач, как формирование информационной компетентности, развитие способностей по поиску новых знаний, развитие навыков самостоятельности и инициативности, развитие способностей к принятию решений.

Повышению мотивации на уроках математики будет способствовать применение таких *приемов* мотивации, как: одобрение школьников; новизна учебного материала, необычность его подачи; противоречивость фактов; индивидуальные нормы в оценивании; использование игр, включение игровых элементов в урок; создание ситуации успеха.

Выводы по первой главе

В первой главе были исследованы теоретические основы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе:

Изучено понятие и сущность мотивации учебно-познавательной деятельности обучающихся. Определено, что под мотивацией мы будем понимать «интерес к учебному предмету»; сущность мотивации состоит в побуждении интереса учебно-познавательной деятельности и активности обучающихся.

Выявлены методические особенности формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности у обучающихся в общеобразовательной школе. На основе анализа литературы к данным особенностям были отнесены:

- включение обучающихся в специально организованную деятельность, где они должны стать хозяевами этой деятельности (О.Б. Епишева);

- использование различных технологий, например, технологии реализации теории поэтапного формирования умственных действий; применение модели обучения, которая позволит реализовать каждому учителю в каждом классе педагогику сотрудничества (М.Б. Волович);

- решение задач, являющихся не только ведущим средством математического развития учащихся, но и средством привития им элементов творческого мышления, существенно повышающим качество обучения и воспитания в процессе изучения школьного курса математики (Ю.М. Колягин);

- при формировании мотивации учитывать такие аспекты: учителю необходимо помогать поддерживать обучающимся реалистичный уровень притязаний; мотивация к обучению зависит не только от мотивов и потребностей обучающихся, но и от внутренних процессов определения психологической причинности, имеющей связь с мотивацией; в основе формирования мотивации должны лежать индивидуальные нормы в оценивании; основное условие формирования мотивации - наличие активно-положительной установки учителя по отношению к каждому ученику (Л.Н. Стефанова, Н.С. Подходова);

- применение на уроках различных средств мотивации обучения; тщательно отобранное содержание материала, вынесенного на урок (В.А. Гусев).

Определены приемы и методы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе. При этом на основе анализа литературы были выделены следующие методы мотивации к учебной деятельности: словесные методы; наглядные методы; проблемно-поисковые методы. Проектно-исследовательский метод позволяет который не только повысить познавательную мотивацию, но и создает оптимальные условия для формирования познавательных УУД. Кейс-метод способствует решению таких задач, как формирование информационной компетентности, развитие способностей по поиску новых знаний, развитие навыков самостоятельности и инициативности, развитие способностей к принятию решений.

Также было выявлено, что повышению мотивации на уроках математики будет способствовать применение таких *приемов*, как:

- одобрение школьников;
- новизна учебного материала, необычность его подачи;
- противоречивость фактов;
- индивидуальные нормы в оценивании;
- использование игр, включение игровых элементов в урок;
- создание ситуации успеха.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МОТИВАЦИИ К УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

§4. Развитие мотивации обучающихся на уроках алгебры с помощью практико-ориентированных задач

За последние годы существенно изменились приоритеты образования. С позиций нового федерального государственного образовательного стандарта - стандарта второго поколения - результаты освоения программы рассматриваются с трех точек зрения: личностные, предметные и метапредметные результаты. Федеральный государственный образовательный стандарт рассматривает в качестве одной из важнейших задач современной системы образования - формирование универсальных учебных действий, обеспечивающих школьникам умение учиться, способность к самореализации, саморазвитию и самосовершенствованию. В процессе работы возникает ряд противоречий, связанных с изучением математики:

1) по международным исследованиям PISA (2012) российские школьники по математической грамотности занимают 34 место, что связано с неумением решать практико – ориентированные задачи;

2) при решении задач, представленных в учебниках математики, используются все данные из условия; в заданиях, представленных в PISA, имеются избыточные данные - учащийся должен выбрать те, которые нужны для решения той или иной задачи;

3) в учебных программах 9-11 класса не предусмотрено решение практико-ориентированных задач, которые включены в КИМы итоговой аттестации учащихся;

4) И.В. Яценко, А.В. Семенов, И.Р. Высоцкий опубликовали на сайте ФИПИ «Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики», в которых выделили ряд проблем, связанных с неуспешной сдачей ЕГЭ: «неумение читать и понимать текст условия задачи, неумение решать базовые задачи, требующие применения математики в жизненных ситуациях, несформированность наглядных геометрических представлений» [117].

Из выше сказанного можно сделать вывод, что основная **проблема** заключается в том, что решение задач вызывает значительные трудности у учащихся, как только в задаче описывается реальная или приближенная к реальной ситуация; приводятся дополнительные данные, часть из которых не используется при решении задачи; информация представляется в различной форме (в виде текста, таблиц, графиков). Умение работать с информацией является одним из ключевых в процессе формирования познавательных компетенций. Поэтому перед педагогами возникает цель – формирование познавательных компетенций на каждом уроке. Для достижения цели ставятся такие задачи как: развитие умения работать с информацией, представленной в различном виде, при решении практико-ориентированных задач; совершенствование приемов логического мышления у учащихся при решении практико-ориентированных задач; создание банка практико-ориентированных задач, направленных на формирование познавательных компетенций; внедрение применения практико-ориентированных задач на уроках математики; оценка уровня сформированности познавательных компетенций.

В основе федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) основного общего образования «лежит системно-деятельностный подход, который обеспечивает: формирование готовности к саморазвитию и

непрерывному образованию; проектирование и конструирование социальной среды развития обучающихся в системе образования; активную учебно-познавательную деятельность обучающихся; построение образовательной деятельности с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся» [79].

В требованиях данного ФГОС к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего образования по математике указано, что изучение предметной области «Математика» должно обеспечить «формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления» [79].

Таким образом, основой деятельности каждого учителя должен стать *системно – деятельностный подход*, суть которого заключается в умении «научить учиться».

Важное место в современной системе обучения отводится технологии проблемного обучения, основой которой является вовлечение учащихся в творческую деятельность посредством постановки проблемно-сформулированных вопросов и заданий, и технологию проектного обучения. Применение этих технологий приводит к стабильному результату с положительной динамикой при формировании метапредметных компетенций, в том числе познавательных. Актуальным инструментом формирования познавательных компетенций являются задачи практического содержания.

И.В. Антоновой определено, что в методической литературе наряду с термином практико-ориентированные задачи используются похожие по смыслу термины: «задачи прикладного содержания»; «практические задачи», «жизненно-практические задачи», «прикладные задачи», «задачи с практическим содержанием» [97; 112]; раскрыта роль практико-ориентированных в обучении школьников математике: при повышении мотивации к обучению, усвоении учебного материала; введении понятий;

применении теоретических аспектов математики к предметным областям других наук и т. д. [8].

В пособии М.В. Егуповой отмечается, что практико-ориентированные задачи - это учебные прикладные математические задачи, то есть задачи, связанные с практическими приложениями математики, которые служат двум основным целям: обучению математике через ее приложения; возможности обучения приложениям математики. Под задачей, связанной с практическими приложениями математики, понимается «задача, представляющая собой содержательную модель реального объекта, математическая модель которого может быть построена средствами школьного курса математики» [35].

М.В. Егуповой выделены *отличительные особенности практико-ориентированных задач*:

- «*значимость*: познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная, получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию учащегося;

- условие задачи сформулировано как *сюжет, ситуация или проблема*, для разрешения, которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета – математики, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задачи;

- информация и данные в задаче могут быть представлены в различной форме: *рисунок, таблица, схема, диаграмма, график* и т.д.

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задачи» [35].

Как показывает практика, задачи, в содержании которых реальные объекты уже сопоставлены с их математическими моделями, вызывают наименьшее затруднение у школьников.

М.В. Егупова предлагает рассматривать «практико-ориентированные задачи по степени возрастания сложности, которые имеют четыре уровня:

I. В тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель.

II. Прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно сопоставимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.

III. Объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно, требуется учет реально сложившихся условий.

IV. Объекты и отношения задачи явно не выделены или их математические эквиваленты неизвестна школьникам» [35].

Рассмотрев четыре уровня сложности задач при построении математической модели не вызывают затруднения у школьников только задачи первых двух уровней. Рассмотрим эти уровни подробнее.

Уровень I. В тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель.

В задачах первого уровня математическая модель уже представлена в явном виде. Рассматриваемые объекты и отношения практически не требуют математизации. Например, такова следующая задача:

Чтобы найти объём прямоугольного параллелепипеда, достаточно знать его ширину, длину и высоту. Верно ли это?

Задачи с использованием различных инструментов для проведения измерений, также являются примером задач этого уровня. В содержании этих задач имеется прямое указание на математическую модель, но для их решения необходимо подобрать математический инструмент.

Если под рукой не оказалось циркуля, то окружность можно построить при помощи нитки зафиксированной на карандаше. Объясните, почему в данном случае получится окружность?

Уровень II. Прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно сопоставимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.

Задачи второго уровня хорошо известны учащимся из жизненного опыта или в результате изучения других школьных дисциплин, поэтому

школьники могут легко соотнести их с соответствующими математическими объектами и отношениями. Большинство задач этой группы составляют задачи, знакомые учащимся 9-х классов из «реальной математики» при подготовке к ОГЭ.

Приведем содержательную модель такой задачи, которая может стать основой для нескольких задач: *Лестницу прислонили к чему-либо.*

Рассмотрим набор задач из сборника ОГЭ 2018 по этой содержательной модели:

Какова длина (в метрах) лестницы, которую прислонили к дереву, если верхний её конец находится на высоте 2,4 м над землёй, а нижний отстоит от ствола дерева на 0,7 м?

Пожарную лестницу длиной 10 м приставили к окну третьего этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 6 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.

Фонарь висит на стене дома, на высоте h . Можно ли в нем заменить лампочку, воспользовавшись лестницей длины L . Лестница не съезжает со стены, если прислонена к ней под углом α .

Для решения данных задач, используются разные математические темы, но одна математическая модель – прямоугольный треугольник. Для первых двух задач – теорема Пифагора, для третьей – определение косинуса угла в прямоугольном треугольнике. Из этого видно, что подобранные задачи позволяют формировать ряд понятий, объединённых понятием прямоугольного треугольника.

Уровень III. Объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно, требуется учет реально сложившихся условий.

В зависимости от реальных условий, описанных в задаче, выбирается соответствующая математическая модель.

Рассчитать самый короткий по времени путь от Перми до Усть-Качки.

Для решения этой задачи потребуется некоторая информация из интернета или справочников (скорость, длина разных дорог).

Уровень IV. Объекты и отношения задачи явно не выделены или их математические эквиваленты неизвестны школьникам.

Сложность этого уровня в том, что в содержании задачи объекты и отношения, подлежащие математизации, не выделены.

Произвести расчёт не дорогого, но качественного ремонта своей комнаты.

К этому уровню также относятся задачи, в содержании которых встречается непонятная или неизвестная школьникам терминология. Например, для решения следующей задачи учащимся 6-го класса необходимо вспомнить понятие «масштаб» и познакомиться с профессией «ландшафтного дизайнера».

Изготовить макет школьного участка и вычислить площадь с масштабом 1:150, представить работу.

При этом М.В. Егупова предлагает выделять два критерия, по которым можно определить *уровень сложности практико-ориентированных задач*:

- «новизна для школьников объектов и отношений содержательной модели задачи;
- сложность подбора математических эквивалентов к этим объектам и отношениям» [35].

В связи с приобретёнными знаниями, соответствующих по возрасту и жизненным опытом, у учащихся происходит выбор этих критериев. Решая задачу о *расчёте не дорогого, но качественного ремонта своей комнаты*, учащиеся 8-9 классов не вызовут затруднения. Ими уже накоплены для этого необходимые предметные знания и жизненный опыт, поэтому для них эта задача будет задачей невысокого уровня сложности. А вот решение этой же задачи учащимися 7-8 классов, будет присвоен более высокий уровень сложности. Поэтому одной и той же задаче, решенной, как, в 7 классе на

уроке и в 9 классе на экзамене, может быть присвоен разный уровень сложности.

Задачи первых двух уровней целесообразно использовать на уроках математики. Систематическое решение этих задач готовят учащихся к решению задач третьего и четвертого уровней. Так как для задач третьего и четвертого уровня требуется больше учебного времени, то их целесообразнее использовать во внеурочное время, на факультативных занятиях.

В большинстве, это задачи, требующие всестороннего анализа данных и допускающих неоднозначное построение математической модели. К ним могут быть отнесены задачи с недостающими, лишними, противоречивыми и скрытыми данными.

Таким образом, задачи разных уровней сложности целесообразно применять на различных этапах реализации практико-ориентированного обучения. Например, на начальном этапе, где речь идет об этапе математизации, лучше использовать задачи первого и второго уровня сложности, на основном этапе к задачам первого и второго уровня добавлять задачи третьего уровня сложности, и лишь для последнего, заключительного этапа будет характерно присоединение задач четвертого уровня к первым трем.

Значимость технологии проблемного обучения находит отражение и в работах различных методистов. По мнению методистов - математиков Д. Пойа, Л.М. Фридмана, Г.И. Саранцева, Т.А. Ивановой, формированию способностей в разрешении проблем способны специальным образом подобранные задачи, - такие задачи называют практико-ориентированными.

И.М. Шапиро задачи практического содержания и задачи прикладного характера отождествляет по смыслу. Автор указывает, что под математической задачей с практическим содержанием следует понимать такую задачу, «фабула которой раскрывает приложение математики в смежных учебных дисциплинах, знакомит с ее использованием в

организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении трудовых операций» [112].

А.В. Шевкин отмечает, что фабула практико-ориентированных задач «должна иметь связь с жизнью, но связь эта должна проходить в области естественных жизненных интересов ребенка» [113].

В.Г. Болтянский считает, что «практико-ориентированные задачи играют в общеобразовательной школе неопределённую роль и представляют особое значение, прежде всего, для воспитания интереса к математике. На примере хорошо составленных практико-ориентированных задач, учащиеся будут убеждаться в значении математики для различных сфер человеческой деятельности, в ее пользе и необходимости для практической работы, увидят широту возможных приложений математики, поймут ее роль в современной культуре» [18].

Для того чтобы была высока результативность при применении практико-ориентированных задач в различных учебных ситуациях, надо к таким задачам предъявлять особые требования. И.М. Шапиро говорит о том, что «познавательная ценность практико-ориентированных задач оказывает воспитывающее влияние на учеников; нематематический материал используемый в задачах, доступен для школьников; ситуация описываемая в условии задачи, связана с реальной действительностью» [112].

В.М. Брадис отмечал, что «в формулировках практико-ориентированных задач важна реальность и правдоподобность числовых данных, возможность отыскать недостающие данные в справочниках или получить в результате измерений» [20].

Другое определение практико - ориентированных задач дают О.Н. Пирютко и И.В. Берник. По их мнению, практико-ориентированные задачи - «это вид сюжетных задач, требующий в своем решении реализации всех этапов метода математического моделирования» [76].

Методисты Н.В. Белкина и Д.Н. Шевцова считают, что «при решении практико-ориентированных заданий можно выделить несколько этапов:

во-первых, это тщательный анализ вопросов, предоставляемой информации и условий задания. Учитывая то, что, как правило, такие задания достаточно объемны и в задании приводится много лишней информации необходимо, изучив вопрос/вопросы, вычленив нужные данные, сделав логический переход, например, текст-диаграмма-рисунок или график-схема-текст. На втором этапе надо перевести текст задания на язык предмета, к которому относится данная задача, то есть математики, физики, химии, биологии, географии и т. п. Третий этап – это установление отношений между данными и вопросом. На четвертом этапе составляется план решения задания. На данном этапе формируются умения алгоритмизации, рационализации решения. Пятый этап – это осуществление плана решения. Шестой, последний этап – проверка и оценка решения задания» [15].

Обобщив опыт методистов и учителей по решению практико-ориентированных задач с целью повышения мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре этапы решения практико-ориентированных задач были обобщены и дополнены.

Так, при решении практико – ориентированных задач предлагается выделить следующие этапы деятельности учащегося и учителя.

Первый этап - знакомство с задачей. На данном этапе учитель должен обеспечить все условия для мотивации учащихся к познавательной деятельности и создать проблемную ситуацию, которая может быть вызвана следующими трудностями: нехваткой необходимых знаний; неумением применить ранее изученное в новой ситуации; противоречием между теоретической возможностью и практической осуществимостью выбранного способа решения; противоречие между полученными результатом и неумением его обосновать.

Второй этап – формулировка проблемы (Как решить эту задачу? Что мне для этого надо?). Учащимся предлагается детально проанализировать условие задачи и для себя ответить на вопросы: «Что дано?», «Что требуется найти?», «Достаточно ли информации в условии?», «В удобном ли для меня

виде она представлена?», «Может, мне следует осуществить переход «текст – таблица», «текст – график» и др.?». На данном этапе формируются навыки смыслового чтения, умение использования знако-символических средств. Эти действия являются первым шагом к развитию познавательных компетенций – умение работать с информацией. Так, на уроке математики в 6 классе при изучении темы «Диаграммы» учащимся можно предложить построить диаграммы по статистическим данным архивных документов, представленных в книге «Тыва- фронту» под редакцией С.К. Шойгу.

Третий этап – составление математической модели. На данном этапе формируются умения алгоритмизации, рационализации решения. Здесь можно предложить группам составить свою модель по условию, а после провести обсуждение всех моделей и оценить их правильность, логичность, рациональность. На данном этапе формируется умение владеть общим приемом решения задач, а также ориентироваться в разнообразии способов решения.

Четвертый этап – работа с математической моделью. На данном этапе можно использовать прием «лови ошибку», который заставит учащихся включиться в мыслительную деятельность при выполнении «чисто математических операций».

Пятый этап – интерпретация полученного результата. Учащимся может быть предложено ответить на следующие вопросы: «Для чего мы это делали? Как мы это делали? Какой результат получили? Где и как полученные знания возможно применить в повседневной жизни?» На данном этапе формируется умение строить рассуждение, выявлять связи и закономерности. Например, на уроке в 5 классе при изучении темы «Действия с десятичными дробями» учащимся можно предложить создание проекта «Экономная покупка», в ходе выполнения которого учащимся необходимо было составить продуктовую корзину своей семьи, проанализировав цены в трех магазинах города.

Финалом решения задач является **шестой этап**, на котором необходимо составить свою задачу по похожей или немного измененной модели, в зависимости от уровня подготовленности учащихся, для формирования умения осуществлять анализ, сравнение, аналогии и классификацию по заданным критериям.

Далее исследуем *опыт учителей* по применению практико-ориентированных задач при обучении математике.

Так, В.В. Орлов приводит следующее определение практико-ориентированной задачи: «под задачами с жизненно-практическим содержанием следует понимать такие задачи, сюжет и числовые данные которых взяты из жизни, из практики и которые характеризуются реальной постановкой вопроса» [105].

Рассмотрев и изучив все ранее сформулированные требования, методист-математик Л.Э. Хаймина попыталась составить и систематизировать свою методику реализации практико-ориентированных задач по трём направлениям [107]:

Методика использования практико-ориентированных задач в обучении:

- рациональное включение практико-ориентированных задач по каждой теме;
- наличие в небольшом количестве задач с недостающими, избыточными, противоречивыми данными.

При разработке требований к построению практико-ориентированных задач центральной проблемой становится разработка *алгоритма конструирования практико-ориентированных задач*. В качестве основы применяют схему, предложенную С.Ю. Кургановым (Приложение Б).

Л.Э. Хайминой выделены:

1. Требования к представленным видам деятельности:

- наличие практико-ориентированных задач всех типов;

– использование заданий, требующих самостоятельного составления задач.

2. *Требования к формулировке практико-ориентированной задачи и организации ее в цепочки*: формулировка ряда практико-ориентированных задач в виде последовательных целевых указаний к определенному виду деятельности и установки на порядок ее осуществления: «измерьте...», «рассмотрите...» и т. п. наличие «цепочек» познавательных задач различных видов (логических и творческих...)» [107]. На данный момент некоторые из рассмотренных требований уже не соответствуют федеральному образовательному стандарту. Практико-ориентированные задачи могут быть использованы не только после изучаемой темы, но и во время изучения темы.

Таким образом, при изучении алгебры в школе для достижения максимального обучающего, развивающего и воспитательного эффекта, необходим правильный подбор задач. В настоящее время *практико-ориентированные задачи* по алгебре в обучении выполняют все *функции*, свойственные школьным математическим задачам, на которые указывает Л.В. Фридман:

- формирование мотивации к учению и познавательного интереса;
- иллюстрация и конкретизация учебного материала;
- контроль и оценка учебной деятельности;
- приобретение новых знаний и т. д. [106].

Принято считать, что систематическое решение практико-ориентированных задач позволяет сформировать познавательные компетенции учащихся на всех этапах изучения математики. Решение практико-ориентированных задач развивает логическое мышление, помогает формировать умения сопоставления, анализа и пути решения данной проблемы, поставленной в задаче. Также происходит формирование вычислительных навыков, умение оперировать с математической моделью, умение представлять полученную информацию в различных видах (таблицы,

схема, текст), что является развитием познавательных компетенций [27; 64; 75; 78].

На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что практико-ориентированные задачи могут применяться на уроках алгебры, чтобы повысить мотивацию к изучению данного предмета, определенной темы, а также для того, чтобы показать неразрывность математики и других учебных дисциплин.

Далее исследуем возможности технологии проблемного обучения как средства формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся на уроках алгебры общеобразовательной школы.

§5. Использование технологии проблемного обучения как средства формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся на уроках алгебры общеобразовательной школы

В отечественной педагогике идеи проблемного обучения стали актуальными начиная со второй половины 1950-х гг., а в 1960-е гг. в научно-педагогической и методической литературе обосновывается богатый потенциал решения учебных проблем и выявляются способы организации проблемного обучения.

В.Т. Кудрявцев считает, что «проблемное обучение - это тип развивающего обучения, содержание которого представлено системой проблемных задач различного уровня сложности, в процессе решения этих задач учащимся в их совместной деятельности с учителем и под его общим руководством происходит овладение новыми знаниями и способами действия, а через это – формирование творческих способностей,

продуктивного мышления, воображения, познавательной мотивации, интеллектуальных эмоций» [54].

Под проблемным обучением В. Оконь понимает «совокупность таких действий, как организация проблемных ситуаций, формулирование проблем, оказание ученикам необходимой помощи в решении проблем, проверка этих решений и, наконец, руководство процессом систематизации и закрепления приобретенных знаний» [71].

Сущность проблемного обучения И.Я. Лернер видит в том, что «учащийся под руководством учителя принимает участие в решении новых для него познавательных и практических проблем в определенной системе, соответствующей образовательно-воспитательным целям школы» [57].

В.Т. Кудрявцев суть процесса проблемного обучения видит «в выдвигании перед учащимися дидактических проблем, в их решении и овладении учащимися обобщенными знаниями и принципами проблемных задач» [54].

На основе обобщения практики и анализа результатов теоретических исследований М.И. Махмутов дает следующую трактовку понятия «проблемное обучение»: «*Проблемное обучение* - это тип развивающего обучения, в котором сочетаются систематическая самостоятельная поисковая деятельность учащихся с усвоением ими готовых выводов науки, а система методов построена с учетом целеполагания и принципа проблемности; процесс взаимодействия преподавания и учения ориентирован на формирование познавательной самостоятельности учащихся, устойчивости мотивов учения и мыслительных (включая и творческие) способностей в ходе усвоения ими научных понятий и способов деятельности, детерминированного системой проблемных ситуаций» [68].

Проблемное обучение, в отличие других типов обучения, способствует формированию у обучающихся необходимой системы знаний, умений и навыков, *но и достижению высокого уровня их умственного развития, формированию у них способности к самообучению, самообразованию.* Обе

эти задачи могут быть успешно реализованы именно в процессе проблемного обучения, поскольку усвоение учебного материала происходит в ходе активной поисковой деятельности учащихся.

Основная цель проблемного обучения заключается в развитии интеллекта и творческих способностей обучающихся; в формирование прочных знаний; повышении мотивации через эмоциональную окраску урока; а также воспитании активной личности.

Таким образом, можно отметить, что проблемное обучение - это обучение, при котором учитель, создавая проблемные ситуации и организуя деятельность учащихся по решению учебных проблем, обеспечивает оптимальное сочетание их самостоятельной поисковой деятельности с усвоением готовых выводов науки.

При этом следует отметить, что математика относится к очень сложным предметам. Ученики не всегда понимают учебный материал, часто не видят связи математики с окружающей жизнью, испытывает во время обучения негативные эмоции.

В связи с этим возникает необходимость педагога показать, как математика может быть использована в практической деятельности, в социуме, в конкретных психологически значимых *ситуациях*. Эту проблему вполне успешно решают практико-ориентированные задачи, которые являются важным ресурсом в формировании и совершенствовании УУД и мотивации. При решении подобного рода задач учащиеся овладевают и развивают познавательные обще учебные действия: смысловое чтение; составление вопросов, анализ способов решения проблемы. Умение прочитать, поставить цель, составить план действий, получить результат – все это входит в перечень регулятивных действий.

Ю.М. Колягин отмечает, что прикладная направленность обучения математике – это ориентация содержания и методов обучения на применение математики в технике и смежных науках, в профессиональной деятельности, в быту [48].

Основные цели практико-ориентированного обучения:

- достижение личностных результатов
- достижение метапредметных результатов
- развитие навыков решения задач, с которыми школьник встречается в повседневной жизни;
- мотивировать, развивать умственную деятельность, объяснять связь между дисциплинами.

Отметим, что в методической литературе представлен богатый материал из опыта учителей по применению проблемного обучения на уроках математики в общеобразовательной школе [21; 49; 50; 53; 61]

Таким образом, большую роль в формировании интереса к учению играет создание проблемной ситуации, столкновение учащихся с трудностью, которую они не могут разрешить при помощи имеющегося у них запаса знаний; сталкиваясь с трудностью, они убеждаются в необходимости получения новых знаний или применения старых в новой ситуации.

При этом актуальным инструментом формирования познавательных компетенций являются задачи практического содержания. *Практико-ориентированная задача* – это вид сюжетных задач, требующий в своем решении реализации всех этапов метода математического моделирования. Данные задачи могут применяться на уроках математики, чтобы повысить мотивацию к изучению данного предмета, данной темы, для того, чтобы показать неразрывность математики и других учебных дисциплин.

Далее рассмотрим методические аспекты *использования практико-ориентированных задач на уроках математики, содержащих проблемную ситуацию*, с целью формирования у обучающихся мотивации к учебно-познавательной деятельности.

Решение практико-ориентированных задач означает использования дополнительных возможностей изучаемого материала, адекватных способов организации изучения традиционного программного материала.

Развитие у обучаемых умений решать практико-ориентированные задачи в процессе обучения математике следует рассматривать как один из способов формирования у них математической компетентности. Такой подход к обучению позволяет в дальнейшем выпускнику решать *проблемы*, возникающие в жизни и в профессиональной деятельности.

К *практико-ориентированным задачам также относят не только задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, но и задачи с использованием материалов краеведения, элементов производственных процессов.*

Цель этих задач – формирование умений действовать в социально-значимой ситуации. Они базируются на знаниях и умениях, но требуют умения применять накопленные знания в практической деятельности. Назначение практико-ориентированных задач – «окунуть» в решение «жизненной» задачи. Важными *отличительными особенностями* практико-ориентированных задач от стандартных математических (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию учащегося;

- условие задачи сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета – математики, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задачи;

- информация и данные в задаче могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

– указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задачи [17].

Кроме выделенных четырех обязательных характеристических особенностей, практико-ориентированные задачи имеют следующие:

1. По структуре эти задачи – нестандартные, т.е. в структуре задачи неопределены некоторые из ее компонентов;

2. Наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задачи, что приводит к объемной формулировке условия;

3. Наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

В учебниках математики не так часто встречаются подобного вида задачи. Для их составления можно придерживаться следующего алгоритма:

Алгоритм составления практико-ориентированных задач.

1. Определить цель задачи, её место на уроке, в теме, в курсе.

2. Определить направленность задачи (профессиональная, межпредметная).

3. Определить виды информации для составления задачи (графический, текстовый, табличный).

4. Определить степень самостоятельности учащихся в получении и обработке информации.

5. Определить форму ответа на вопрос задачи.

Так же необходимо использовать следующую структуру практико-ориентированного задания:

1. Название задания.

2. Личностно-значимый познавательный вопрос, профессионально-ролевой сюжет, фабула.

3. Информация, представленная в разнообразном виде (текст, таблица, график, статистические данные и так далее).

4. Задания на работу с информацией.

Существует четыре уровня сложности практико-ориентированных задач:

1 уровень – в тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель;

2 уровень – прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно сопоставимы с соответствующими математическими объектами и отношениями;

3 уровень - объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно, требуется учет реально сложившихся условий;

4 уровень - объекты и отношения задачи явно не выделены или их математические эквиваленты неизвестны школьникам.

Приведем примеры практико-ориентированных задач.

При изучении темы «*Формулы длины окружности, площади круга и объема шара*» полезно решить задачу 1.

Задача 1 (Глава 7, №449 [7]). На Рис. 4 изображен школьный стадион, вокруг которого проложена беговая дорожка. Размеры футбольного поля 100 м × 50 м. Найдите длину дорожки и площадь стадиона. (Ответ округлите до десятков).

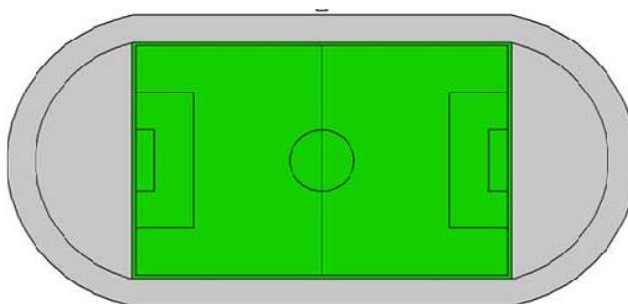


Рис. 4. Школьный стадион

В ходе изучения темы «*Площади*» учащимся можно предложить такие задачи, как №2-4.

Задача 2 (Задача базового уровня ЕГЭ). Дачный участок имеет форму прямоугольника (Рис. 5), стороны которого равны 35 м и 40 м. Дом,

расположенный на участке имеет так же форму прямоугольника со сторонами 7 м и 6 м. Найдите площадь оставшейся части участка. Ответ дайте в метрах.

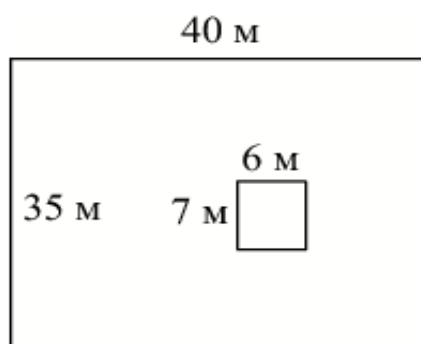


Рис. 5. Дачный участок

Задача 3. Иван Кузьмич решил заново покрасить гараж, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда.

Размеры гаража: длина – 6 м, ширина – 4 м, высота 2,5 м. Расход краски – 180 г на 1 м². Краска продается в банках емкостью 2 кг по 1 719 рублей и 9 кг по 4 999 рублей. Сколько и каких банок краски необходимо купить Ивану Кузьмичу, чтобы остаток краски был минимален?

Задача 4. Фрол Фомич, приятель Ивана Кузьмича давно мечтал купить дачу. Что бы маленький домик, клумба с флоксами под окном, а вокруг сосны, березки, речка и лесок рядом. И вот однажды попалась ему объявление: «Продается участок у леса. По участку протекает ручей. На участке имеется маленький домик с палисадником. Из посадок – три березы, две елки и сосна. Длина участка 30 м, ширина 40 м. Цена – 20 тысяч руб. за 1 сотку. Домик в подарок». Рассчитайте, сколько стоит мечта Фрола Фомича.

Отметим, что практико-ориентированные задачи могут быть не только элементами урока, но и перерастать во весь урок, например, при групповой работе. *Групповая работа* способствует формированию таких метапредметных результатов как взаимодействие, сотрудничество, планирование деятельности. Примером такой задачи является задача 5, которую можно предложить при изучении темы «Прикидка результата действий».

Задача 5. Составьте список продуктов, которые вы хотели бы купить к праздничному столу, узнайте их цену и, выполнив прикидку, определите, хватит ли вам для покупки 2000 рублей. Если хватит, подумайте, что еще можно купить на оставшиеся деньги. А если не хватит, то подумайте, от чего вы могли бы отказаться.

При изучении темы «*Масштаб*» полезно предложить задачу 6 для домашней работы.

Задача 6. Начертите схему своего маршрута, по которому вы ходите из дома до школы. Выполните схему маршрута в масштабе 1:1000. Найдите длину маршрута и вычислите время, необходимое для преодоления маршрута, если средняя скорость пешехода 4,5 км/ч. Сопоставьте расчетное время с действительным.

В ходе изучения темы «*Задачи на проценты и части*» учащимся можно предложить такие задачи, как №7-8.

Задача 7. Повару необходимо приготовить 25 порций бифштекса по 200 г в каждой. Сколько ему необходимо взять мяса, если известно, что в процессе тепловой обработки мясо теряет 35% своей массы.

Задача 8. В кулинарной книге написано, что на изготовление трех порций фруктового салата необходимо взять 150 г киви, 200 г груш, 180 г бананов и 60 г миндальных орехов. Рассчитайте, сколько грамм каждого ингредиента необходимо для изготовления 25 порций такого салата?

Отметим, что наблюдение за деятельностью учащихся свидетельствует о том, что частое применение практико-ориентированных задач обеспечивает повышение интереса учащихся к учебной деятельности, формирование положительной мотивации на уроках.

Таким образом, большую роль в формировании интереса к учению играет *создание проблемной ситуации*, столкновение учащихся с трудностью, которую они не могут разрешить при помощи имеющегося у них запаса знаний; сталкиваясь с трудностью, они убеждаются в

необходимости получения новых знаний или применения старых в новой ситуации.

При этом актуальным инструментом формирования познавательных компетенций являются задачи практического содержания. *Практико-ориентированная задача* – это вид сюжетных задач, требующий в своем решении реализации всех этапов метода математического моделирования. Данные задачи могут применяться на уроках математики, чтобы повысить мотивацию к изучению данного предмета, данной темы, для того, чтобы показать неразрывность математики и других учебных дисциплин.

Далее представим методический проект по теме «Арифметическая прогрессия», направленный на формирование мотивации обучающихся.

§6. Методический проект по теме «Арифметическая прогрессия», направленный на формирование мотивации обучающихся

Основная проблема современного обучения математике в основной школе состоит в том, что «решение задач вызывает значительные трудности у обучающихся, как только в задаче описывается реальная или приближенная к реальной ситуация и приводятся дополнительные данные, часть из которых не используется при решении задачи; информация представляется в различной форме (в виде текста, таблиц, графиков)» [40].

Обучение теме «Арифметическая прогрессия» учащихся 9-х классов дает возможность учителю реализовать практико-ориентированный и системно-деятельностный подходы согласно ФГОС основного общего образования [79].

Материал, рассматриваемый в теме актуален для подготовки учащихся к сдаче итоговой аттестации в форме ОГЭ и ЕГЭ.

Цель проекта: спроектировать изучение темы «Арифметическая прогрессия» на основе технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных заданий.

Далее рассмотрим методический анализ теоретического и практического содержания по теме «Арифметическая прогрессия» в учебниках алгебры в 9-х классов.

Методический анализ темы.

Базовые знания:

- понятие числовой последовательности;
- понятия бесконечной числовой последовательности и членов этой последовательности;
- понятие постоянной последовательности;
- понятие конечной последовательности;
- понятие последовательности Фибоначчи и ее членов;
- формула n -го члена последовательности;
- различные способы задания последовательности: аналитический, словесный, рекуррентный;
- свойства числовых последовательностей: ограниченность, монотонность.

Рассматриваемые сведения:

- определение арифметической прогрессии;
- понятие разности арифметической прогрессии;
- понятия возрастающей и убывающей прогрессий;
- свойства арифметической прогрессии;
- формула n -го члена арифметической прогрессии;
- понятие суммы первых n членов арифметической прогрессии;
- характеристическое свойство арифметической прогрессии.

Теоретический материал.

Были проанализированы учебники для 9-х классов авторов Ш.А. Алимов и др. [5], Г.В. Дорофеев и др. [4], А.Г. Мордкович [7] и Макарычев Ю.Н. [2], выбранных нами из перечня учебников, утвержденных Министерством Просвещения на 2019-2020 годы.

Данная тема в рассмотренных учебниках 9 класса изучается в объеме от 2-х (на базовом уровне) до 4 часов (на углубленном уровне). Так, на обучение этой теме в учебнике Ш.А. Алимова и Г.В. Дорофеева отводится по 2 часа, а в учебниках А.Г. Мордковича и Ю.Н. Макарычева - по 4 ч. Вводимые понятия существенно не отличаются, единственное, в разных учебниках вводятся в различной последовательности. Свойства арифметической прогрессии представлены почти во всех учебниках, кроме учебника Ш.А. Алимова, в котором данные свойства не выделены. Характеристическое свойство арифметической прогрессии определяется в учебниках всех рассматриваемых авторов, кроме учебника Г.В. Дорофеева [58мп], в котором данное свойство не выделено.

Рассмотрим учебники для *общеобразовательных классов*.

В учебнике Ш.А. Алимова и др. [5] изучение арифметической прогрессий начинается в главе IV «Прогрессии».

В §17 «Числовая последовательность» вводится определение числовой последовательности, а также определение бесконечной последовательности и n -го члена последовательности, рассматриваются примеры. В §18 «Арифметическая прогрессия» дается определение арифметической прогрессии и ее разности, на основе определения арифметической прогрессии определяется характеристическое свойство арифметической прогрессии. Далее выводится формула n -го члена арифметической прогрессии, рассматриваются примеры; описывается рекуррентный способ задания последовательности и пример задачи на его применение. В §19 «Сумма n первых членов арифметической прогрессии» приводится и доказывается теорема о сумме первых n членов арифметической прогрессии:

«Сумма n первых членов арифметической прогрессии равна: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ », причем перед данной теоремой сначала описывается решением задачи на нахождение суммы всех натуральных чисел от 1 до 100. Далее рассматриваются примеры. В конце главы выделены отдельным пунктом «Упражнения к главе IV».

В учебнике Г.В. Дорофеева и др. [4] изучение прогрессий начинается в 4-й главе «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

В пункте 4.1. «Числовые последовательности» понятие числовой последовательности рассматривается на примере чисел Фибоначчи; определение числовой последовательности в явном виде не дается; приводится на примере понятие постоянной последовательности; дается определение понятия членов последовательности, а также определяется понятие n -го члена последовательности и приводятся соответствующие примеры. Кроме того, в пункте описывается рекуррентный способ задания последовательности и пример задачи на его применение; определяется формула n -го члена последовательности, приводятся примеры. В пункте 4.2. «Арифметическая прогрессия» перед введением понятия арифметической прогрессии приводится задача, далее - определения арифметической прогрессии и разности арифметической прогрессии; вводятся понятия возрастающей и убывающей прогрессий, приводятся их примеры. Затем выводится формула n -го члена арифметической прогрессии, рассматриваются примеры; описывается на примере свойство о линейной зависимости n -го члена арифметической прогрессии от номера n . В пункте 4.3. «Сумма первых n членов арифметической прогрессии» выводится формула суммы первых n членов арифметической прогрессии с помощью метода Гаусса. Рассматриваются примеры. Также в главе содержатся пункты 4.6. «Простые и сложные проценты», где при решении практико-ориентированных задач на денежные расчеты используется понятие арифметической прогрессии; 4.7 «Сумма квадратов первых n натуральных

чисел» и с пометкой «Для тех, кому интересно». В начале пункта 4.7 «Сумма квадратов первых n натуральных чисел» приводится *формула суммы первых n натуральных чисел*, авторами учебниками указано, что данную формулу учащиеся могут самостоятельно получить, используя общую формулу суммы арифметической прогрессии или метод Гаусса; далее в этом пункте выводится *формула суммы квадратов первых n натуральных чисел*. В пункте 4.8 «Треугольник Паскаля» раскрывается связь треугольника Паскаля с рекуррентной формулой, позволяющей найти число $(n + 1)$ -й строки по двум числам n -й строки. После каждого пункта приведен ряд упражнения, которые имеют разный уровень сложности: часть А и часть В. Также в конце главы выделены отдельным подпунктом «Дополнительные задания к главе».

Рассмотрим учебники для классов с углубленным изучением математики.

В учебнике А.Г. Мордковича и др. [7] арифметическая и геометрическая прогрессии начинают изучаться в 4-й главе «Прогрессии».

Параграф 16 «Арифметическая прогрессия» состоит из 4-х пунктов:

1. Основные понятия.
2. Формула n -го члена арифметической прогрессии.
3. Формула суммы членов конечной арифметической прогрессии.
4. Характеристическое свойство арифметической прогрессии.

В первом пункте говорится о том, что такое арифметическая прогрессия, что называют разностью прогрессии, приводятся примеры. Во 2 пункте выводится формула n -го члена арифметической прогрессии с помощью *метода математической индукции*, арифметическая прогрессия рассматривается как линейная функция. В 3 пункте приводится вывод формулы «сумма членов конечной арифметической прогрессии» на основе *метода Гаусса* и различные примеры для усвоения этой формулы. В 4 пункте представлено характеристическое свойство арифметической прогрессии в виде теоремы с доказательством. Далее рассматриваются примеры. Также в конце главы выделен отдельный подпункт «Основные результаты», в котором перечислены теоретические сведения, которые должны были

усвоить учащиеся при изучении данной темы.

В задачнике «Алгебра 9 класс» [6] к данному учебнику к каждому параграфу приведены задания трех уровней: обязательные задачи, более сложные задачи и трудные задачи. Большое количество и разнообразие упражнений дает возможность закрепить изученный материал.

В учебнике Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова и др. [2] тема «Арифметическая прогрессия» изучается в 4-й главе «Последовательности».

В параграфе 10 «Свойства последовательностей» рассматривается пункт «Числовые последовательности. Способы задания последовательностей», в котором приводятся понятие последовательности и ее членов, понятие бесконечной последовательности, рассматриваемой как функция, областью определения которой является множество натуральных чисел; понятие конечной последовательности, рассматриваемой как функция, областью определения которой является множество первых n натуральных чисел; описываются примеры последовательностей. Параграф 11 «Арифметическая прогрессия» состоит из двух пунктов: пункт 33 «Арифметическая прогрессия. Формула n -го члена арифметической прогрессии» и пункт 34 «Сумма первых n членов арифметической прогрессии». В данном параграфе дается определение арифметической прогрессии, вводятся понятия конечной и бесконечной последовательностей, члена последовательности и формулы n -го члена. Дается представление о рекуррентном способе задания последовательности. Сведения о последовательностях являются опорными при ознакомлении учащихся с понятием арифметической прогрессии. Выводится формула n -го члена арифметической прогрессии. Доказывается характеристическое свойство арифметической прогрессии: *числовая последовательность является арифметической прогрессией тогда и только тогда, когда каждый её член, начиная со второго, равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов.* Учащиеся знакомятся с двумя формулами суммы

первых n членов арифметической прогрессии. Обе эти формулы следует знать и уметь выбирать ту из них, которой удобно пользоваться при решении конкретной задачи.

Таким образом, анализ учебников алгебры [2; 4-7] показал, что в школьном курсе математики изучение темы «Арифметическая прогрессия» имеет важное значение; причем наиболее полно тема раскрыта в учебнике для классов с углубленным изучением А.Г. Мордковича [7]. Следует отметить, что изучение данной темы происходит только в 9 классе. Анализ задач по теме показал, что задачный материал в данных учебниках достаточно богатый и различной степени сложности, но практико-ориентированные задачи по теме практически не используются.

Методический проект по теме «Арифметическая прогрессия в задачах» предназначен для математического профиля. Это обусловлено содержанием темы в КИМах ОГЭ и ЕГЭ по математике, а также тем фактором, что в современных условиях перед школой стоит проблема обеспечения образования высокого качества. При этом одним из путей повышения качества образования школьников становится формирование и развитие мотивации к учебно-познавательной деятельности у них при обучении математике в основной школе.

Согласно ФГОС ООО в портрете обучающего должна быть сформирована мотивация к учению и познанию, а также способности к саморазвитию и самообразованию. При этом современные подходы к формированию у обучающихся мотивации к учебно-познавательной деятельности может быть тем фактором, который поможет в повышении уровня знаний до предполагаемого стандартами уровня.

Важность формирования мотивации обучающихся при обучении математики отмечает и руководитель федеральной группы разработчиков ЕГЭ по математике, директор Центра педагогического мастерства И.В. Яценко: «Современные школьники задают совершенно правильные вопросы: зачем мне это нужно, где я это буду использовать? Поэтому мы

должны взять все лучшее от советского математического образования и двигаться вперед. Мы просто обязаны предложить интересный курс математики, который бы мотивировал ребенка» [117].

Ряд исследователей по теории и методике обучения математике (О.Б. Епишева [38], Ю.М. Колягин [48], Г.И. Саранцев [93] и др.) отмечают, что важнейшим средством формирования системы знаний у обучающихся, а также средством развития мышления, учебно-познавательной деятельности и обучения их действиям по самостоятельному приобретению знаний являются *задачи*.

Основным учебником алгебры для классов с углубленным изучением математики выбран учебник А.Г. Мордковича [7]. В авторской программе [3] отмечается, что в результате изучения темы учащиеся должны: знать определение и основные свойства арифметической прогрессии; формулы общего члена и суммы ее нескольких первых членов; распознавать арифметические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов.

Для углубленного уровня изучения математики на тему «Арифметическая прогрессия» по программе А.Г. Мордковича отводится *4 часа*, в течение которых рассматриваются определение арифметической прогрессии, формула n -го члена арифметической прогрессии, формула суммы членов конечной арифметической прогрессии, характеристическое свойство арифметической прогрессии.

Рассматриваемая в данном проекте тема относится к 4 главе «Прогрессии». Рассмотрение темы «Арифметическая прогрессия» производится в параграфе 16 «Арифметическая прогрессия», который состоит из 4-х *пунктов*: основные понятия; формула n -го члена арифметической прогрессии; формула суммы членов конечной арифметической прогрессии; характеристическое свойство арифметической прогрессии.

Таким образом, выбор учебника А.Г. Мордковича обоснован *следующими причинами:*

– учебник входит в федеральный перечень учебников, рекомендованных Министерством Просвещения Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждений;

– учебник написан в соответствии с ФГОС ООО, реализует авторскую концепцию, в которой приоритетной содержательно-методической основой является функционально-графическая линия, а идейным стержнем курса - математический язык и математическая модель, с помощью которых строится описание реальных ситуаций окружающей действительности;

– подбор и последовательность учебного материала позволяют изучать предмет как на базовом, так и на углубленном уровнях в соответствии с Примерной основной общеобразовательной программой;

– в учебнике реализованы принципы проблемного, развивающего и опережающего обучения;

– в учебнике представлен теоретический материал, написанный понятным языком, доступным для всех учащихся; представлены практико-ориентированные задачи на арифметическую прогрессию, способствующие формированию мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

Далее проведем анализ практического опыта учителей по теме «Арифметическая прогрессия», опубликованный в статьях и учебно-методических пособиях.

В статье В. Вавиловой и Р. Ткачук «Две прогрессии» [23] вводится определение арифметической прогрессии, повторяется понятие среднего арифметического, рассматривается в виде свойства связь арифметической и геометрической прогрессий, приводится историческая справка этого

свойства, рассматривается старинная задача на арифметическую прогрессию, задача И. Ньютона, задачи из сборника для поступающих в МГУ.

В статье Я.Н. Суконник «Арифметико-геометрическая прогрессия» [99] рассматривается арифметико-геометрическая прогрессия и ее свойства, выводится формула общего члена арифметико-геометрической прогрессии, характеристическое свойство арифметико-геометрической последовательности, рассматриваются задачи на применение арифметико-геометрической последовательности, упражнения с решениями и на самостоятельное решение.

В учебно-методическом пособии для школьников К.Л. Самарова «Прогрессии» [92] очень подробно рассмотрен весь теоретический материал по теме «Арифметическая прогрессии». Даны определения и формулы по теме с обоснованиями и доказательствами. Так же приведено много примеров, к каждому примеру прилагается решение. В конце книги даются задачи для самостоятельного решения.

В книге Коваленко В.Г. «Дидактические игры на уроках математики» [47] представлена дидактическая игра по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессия», которую можно провести на одном из уроков, посвященной данной теме.

В книге Я.И. Перельмана «Занимательная алгебра» [74] в теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» рассмотрены интересные задачи, к каждой из которых прилагается решение.

В книге Л.Ф. Пичурина «За страницами учебника алгебры» [77] представлены теоретические сведения по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии»: определения, формулы. Теоретические сведения дополнены разнообразными задачами.

В книге В.Д. Чистякова «Старинные задачи по элементарной математике» можно найти задачи на арифметическую прогрессию, относящиеся к этапам развития математики в разных странах: например, задача Гипсикла Александрийского: *«Доказать, что в арифметической*

прогрессии с четным числом членов сумма членов второй половины превышает сумму членов первой половины на число, кратное квадрату половины числа членов» [111].

На сайте Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [105] представлено большое количество конспектов уроков по теме «Арифметическая прогрессия» по учебникам Ю.Н. Макарычева [2], А.Г. Мордковича [7], а также контрольных работ и тестовых заданий по данной теме.

На сайте «Решу ОГЭ» [84] представлен материал для подготовки к ОГЭ по математике. По теме «Арифметическая прогрессия» (Раздел кодификатора ФИПИ: 4.6 Арифметические и геометрические прогрессии) рассмотрено 36 заданий.

На сайте «Решу ЕГЭ» [83] представлен материал для подготовки к ЕГЭ по математике. По теме «Арифметическая прогрессия» рассмотрено 10 заданий.

В элективном курсе «Эти известно-неизвестные прогрессии» С.Н. Бородиной, Л.А. Лопатиной [19], рассчитанном на 17 часов, для обучающихся 9-х классов осуществляется повторение основных понятий по теме «Прогрессии», решаются задачи повышенного уровня сложности, олимпиадные задачи и геометрические задачи; в ходе изучения данного курса школьники овладевают некоторыми элементами исследовательской работы. Данный курс может быть использован и для подготовки старшеклассников к сдаче ЕГЭ.

В элективном курсе «Прогрессия» О.П. Беспаловой, И.Ю. Мартынюк и Т.А. Чугуновой [16] в рамках 19 часов систематизируются и обобщаются знания и умения обучающихся; причем, на темы «Решение задач практического содержания с помощью прогрессий» и «Решение прикладных задач» отводится по 2 часа. Данный курс способствует приобщению школьников к творческой и исследовательской деятельности; формирует у них понимание необходимости знаний алгоритмов решения задач с помощью

арифметической и геометрической прогрессий для дальнейшего решения задач практического содержания и прикладных задач по биологии, физики, астрономии; формирует навыки анализа и систематизации полученных ранее знаний в результате их применения в нестандартной ситуации; готовит обучающихся к сдаче ОГЭ и ЕГЭ.

В элективном курсе «Избранные вопросы математики в задачах» (профильный уровень) авторов О.В. Галядиной, С.В. Докашенко и др. [30] для старшеклассников в разделе «Прогрессии» на тему «Арифметическая прогрессия» отводится 3 часа, в течение которых рассматривается решение задач на нахождение n -го члена арифметической прогрессии и суммы n первых членов арифметической прогрессии при различных условиях. Изучение данного раздела направлено на систематизацию полученных школьниками знаний и углубление школьного курса математики.

Таким образом, анализ темы в учебно-методической литературе [23; 47; 74; 77; 92; 99; 111] и опыт изучения темы посредством элективных курсов [16; 19; 30] подготовки школьников к ОГЭ [84] и ЕГЭ [36; 85] показывает интерес к теме «Арифметическая прогрессия».

Рассмотрим основные цели и задачи изучения темы «Арифметическая прогрессия».

Цель: ввести определения понятий арифметической прогрессии, как частного случая числовых последовательностей, и ее разности; вывести формулы n -го члена арифметической прогрессии с помощью метода математической индукции и формулу суммы членов конечной арифметической прогрессии на основе метода Гаусса; познакомить с характеристическим свойством арифметической прогрессии и его доказательством.

Задачи: формировать понятие арифметической прогрессии; формировать навыки решения задач, в том числе практико-ориентированных;

развитие самостоятельности учеников, их логического мышления и устных вычислительных навыков; формирование интеллектуальных умений, аналитических и логических способностей; умений самоконтроля и взаимоконтроля; воспитание стремления учащихся к совершенствованию знаний.

Теоретический и практический материал, рассматриваемый в проекте «Арифметическая прогрессия», способствует формированию познавательного интереса и мотивации к изучению математики, развитию творческих способностей обучающихся, развивает навыки работы с учебной литературой; формирует качества математических знаний, тем самым повышает предметные математические компетенции.

Согласно *Примерной основной образовательной программы основного общего образования* [80, с. 108] выпускник основной школы научится на *углубленном уровне*: свободно оперировать понятиями: последовательность, ограниченная последовательность, монотонно возрастающая (убывающая) последовательность, предел последовательности, арифметическая прогрессия, характеристическое свойство арифметической прогрессии; использовать метод математической индукции для вывода формул; исследовать последовательности, заданные рекуррентно; решать комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

В результате изучения темы «Арифметическая прогрессия» обучающийся должен:

знать/понимать: знать определение арифметической прогрессии; понимать арифметическую прогрессию как функцию натурального аргумента; знать формулу n -го члена арифметической прогрессии; знать формулу суммы членов конечной арифметической прогрессии; знать характеристическое свойство арифметической прогрессии;

уметь: распознавать арифметическую прогрессию при разных способах ее задания; выводить на основе доказательных рассуждений формулу n -го члена арифметической прогрессии и решать задачи с помощью

этой формулы; выводить на основе доказательных рассуждений формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии и решать задачи с помощью этой формулы; получать характеристическое свойство арифметической прогрессии и применять его при решении задач; решать задачи на применение формул арифметической прогрессии.

Проведем обоснование целесообразности использования технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных заданий для реализации темы на практике.

Как было отмечено, согласно ФГОС основного общего образования, основой деятельности учителя должен стать *системно-деятельностный подход*, суть которого заключается в умении «научить учиться». Для реализации данного требования может быть использована *технология проблемного обучения*, основой которой является вовлечение обучающихся в творческую деятельность посредством постановки проблемно-сформулированных вопросов и заданий. При этом актуальным инструментом формирования познавательных компетенций являются задачи практического содержания. *Практико-ориентированная задача* – это вид сюжетных задач, требующий в своем решении реализации всех этапов метода математического моделирования. Данные задачи могут применяться на уроках математики, чтобы повысить мотивацию к изучению данного предмета, данной темы, для того, чтобы показать неразрывность математики и других учебных дисциплин.

Вместе с этим, умение работать с информацией является одним из ключевых в процессе формирования познавательных компетенций у школьников. Поэтому в настоящее время перед учителями возникает цель - формировать познавательные компетенции у обучающихся на каждом уроке. Для достижения этой цели необходимо развивать у них умение работать с информацией, представленной в различном виде, в частности, при решении практико-ориентированных задач; совершенствовать приемы логического мышления при решении задач, в том числе практико-ориентированных задач,

с помощью создания банка практико-ориентированных задач, направленных на формирование познавательных компетенций; применения на уроках технологии обучения с использованием практико-ориентированных задач; оценки уровня сформированности познавательных компетенций. Кроме того, возможности проблемного обучения математике и обучения с использованием практико-ориентированных задач для формирования мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебры в общеобразовательной школе можно реализовать на примере темы «Арифметическая прогрессия» в основной школе.

Согласно примерному планированию по учебнику А.Г. Мордковича [7] на тему «Арифметическая прогрессия» отводится 4 часа.

Исходя из этого спроектируем изучение данной темы на основе технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных заданий для 3 уроков.

Урок 1. Тип урока: изучение новой темы.

Цель: ввести понятие арифметической прогрессии, вывести формулу общего члена; учить решать задачи, используя данную формулу.

Задачи:

1. Образовательные: повторить определение числовой последовательности; дать определение арифметической прогрессии, разности арифметической прогрессии; вывести формулу n -го члена прогрессии, рассмотреть свойства арифметической прогрессии; формировать умение решать упражнения с применением данной формулы; провести проверку усвоения знаний.

2. Развивающая: способствовать развитию внимания, развитию логического мышления, математической интуиции, умению анализировать и систематизировать.

3. Воспитательная: воспитывать информационную культуру, выработать навыки работы в группе и индивидуально.

Решение типичных задач на этапе первичного закрепления изученного материала.

Задание 1. Дано: (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = 5$, $d = -4$.
Найти: a_8 .

Решение: $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_8 = 5 + (-4) \cdot (8-1) = -23$. Ответ: $a_8 = -23$.

Задание 2. Дано: (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_{22} = 5$, $d = 4$.
Найти: a_1 .

Решение: $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$; $a_1 = a_n - d \cdot (n-1) = a_{22} - d \cdot (22-1) = 5 - 4 \cdot 21 = -79$. Ответ: -79 .

Задание 3. Дано: (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = 4$, $a_{11} = 94$.
Найти: d .

Решение: $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$; $a_{11} = a_1 + 10d$; $d = (a_{11} - a_1) : 10 = (94 - 4) : 10 = 9$. Ответ: 9 .

Задание 4. Дано: (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = 3$, $d = 6$, $a_n = 93$.
Найти: n .

Решение: $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$; $93 = 3 + 6 \cdot (n-1)$; $93 = 3 + 6n - 6$; $93 = 6n - 3$.
Имеем: $6n = 96$, $n = 96 : 6$, $n = 16$. Ответ: 16 .

Отметим, что задача 1 направлена на нахождение *n*-го члена арифметической прогрессии по её первому члену и разности; задача 2 – на нахождение первого члена прогрессии по ее *n* члену и разности; задача 3 – на нахождение разности арифметической прогрессии по ее первому и *n* члену; задача 4 – на нахождение номера *n*-го члена арифметической прогрессии.

В конце урока можно провести небольшой математический диктант.

Задания математического диктанта:

1. d – это ... арифметической прогрессии (разность).
2. n – это ... члена арифметической прогрессии (номер).
3. Если разность арифметической прогрессии - отрицательное число, то прогрессия называется ... (убывающей).

4. Если разность арифметической прогрессии - положительное число, то прогрессия называется ... (возрастающей).

5. Можно ли, глядя на числовую последовательность определить, является ли она арифметической прогрессией? Ответ обоснуйте (Да. При этом надо знать, что разность между любым и предшествующему ему членов постоянна, и что обнаруженная закономерность справедлива не только для явно выписанных членов последовательности, но и всей последовательности в целом).

6. Приведите пример арифметической прогрессии и задайте ее разными способами.

Решение следующих практико-ориентированных задач:

Задача 5 (от студентов). Студенты должны выложить плиткой мостовую. В 1 день они выложили 3 м. Приобретая опыт, студенты каждый последующий день, начиная со второго, выкладывали на 2 м больше, чем в предыдущий. Сколько метров уложат студенты за 15 дней.

Решение. Имеем $a_1 = 3$, $d = 2$. Найти a_{15} .

$a_{15} = a_1 + 14d = 3 + 14 \cdot 2 = 31(\text{м})$ – за 15 дней. Ответ: 31 м плитки.

При решении данной задачи в классе можно задать следующие *вопросы*, отражающие применение *технологии проблемного обучения*:

- Какова производительность студентов в 1 день?
- На сколько увеличилась производительность студентов на 2 день, по сравнению с 1 м?
- Какая зависимость или функция рассматривается в задаче?
- Какая формула задает эту зависимость?

По аналогии с обучающимися разбираются решения следующих практико-ориентированных задач.

Задача 6 (от медика). Курс воздушных ванн начинают с 15 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. Сколько дней следует принимать воздушные ванны в

указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1ч 45 мин?

Решение. Имеем $a_1 = 15$, $d = 10$, $a_n = 105$. Найти: n .

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d; \quad 105 = 15 + (n - 1) \cdot 10; \quad 105 = 15 + 10n - 10;$$

$$10n = 100; \quad n = 10. \quad \text{Ответ: 10 дней.}$$

Данные задачи направлены на развитие вычислительных навыков, логического мышления, развитие умения выделять главное, умения переносить знания в новую ситуацию и развивать математический кругозор.

Приведем *некоторые задания для домашней работы*, направленные на формирование мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся при обучении алгебре:

Задание 1. Приведите примеры применения понятия арифметической прогрессии в литературе.

Ответ: Пушкин А.С. «Евгений Онегин»: «*Не мог он ямба от хорея, как мы не бились, отличить*». Ямб - это стихотворный размер с ударением на четных слогах 2; 4; 6; 8... Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью прогрессии, равной 2. Хорей - это стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию 1; 3; 5; 7...

Задание 2. Охарактеризуйте арифметическую прогрессию в следующих примерах: а) «Мой дядя самых честных правил...» (А.С. Пушкин); б) «Я пропал, как зверь в загоне» (Б.Л. Пастернак).

Ответ: ямб - «Мой дядя самых честных правил...», прогрессия: 2; 4; 6; 8...; хорей - «Я пропал, как зверь в загоне», прогрессия: 1; 3; 5; 7...

Урок 2. Тип урока: изучение новой темы.

Цель: вывести формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии и учить применять ее при решении задач; изучить характеристическое свойство арифметической прогрессии; совершенствовать навыки решения практико-ориентированных задач.

Задачи: изучить формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии; формировать умение решать задачи на ее применение; учить применять знания в нестандартных ситуациях.

Решение типичных задач на этапе первичного закрепления изученного материала нахождение:

- первого члена арифметической прогрессии по ее n члену и сумме n первых членов;
- номера n -го члена арифметической прогрессии;
- n -го члена арифметической прогрессии по ее первому члену и сумме n первых членов.

Решение следующих **практико-ориентированных задач:**

Задача 1. Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую - 2 зерна, за третью - 4 зерна и т. д. Обрадованный царь посмеялся над Сетой и приказал выдать ему такую «скромную» награду. Стоит ли царю смеяться?

Решение. Имеем: 1, 2, 4, 8, 16...? $n = 64$;

$$S_{64} = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615.$$

Задание 2 (задача из учебника). Турист, двигаясь по пересеченной местности, за первый час пути прошел 800 м., а за каждый следующий час проходил на 25 м меньше, чем за предыдущий. Сколько времени он потратил на путь, равный 5700 м?

Решение. Пусть n - количество часов, за которое турист прошёл весь путь. Имеем арифметическую прогрессию: $a_1 = 800$; $d = -25$; $S_n = 5700$;

Сумма n первых членов арифметической прогрессии равна:

$$S_n = (2a_1 + d \cdot (n - 1)) \cdot n / 2. \text{ Подставим значения переменных: } 5700 = (2 \cdot 800 + (-25) \cdot (n - 1)) \cdot n / 2. \text{ Решим это уравнение относительно } n:$$

$5700 = (1600n - 25n^2 + 25n) / 2$; $11400 = 1625n - 25n^2$; $25n^2 - 1625n + 11400 = 0$; $n^2 - 65n + 456 = 0$; $D = 2401$; $n_1 = (65 + 49) / 2 = 57$ - не удовлетворяет условиям, $n_2 = (65 - 49) / 2 = 8$. Ответ: турист потратил на весь путь 8 часов.

Задача 3 (на наследство). Джентльмен получил наследство. Первый месяц он истратил 100\$, а каждый последующий месяц он тратил на 50\$ больше, чем предыдущий. Каков размер наследства, если денег ему хватило на год такой безбедной жизни?

Дано: арифметическая прогрессия, где $a_1 = 100$, $d = 50$, $n = 12$.

Найти: S_{12} ?

Решение: $S_{12} = (2 \cdot 100 + 50 \cdot 11) : 2 \cdot 12 = 4500\$$ - размер наследства.

Ответ: 4500\$ размер наследства.

Отметим, что все задания применялись на основном этапе урока и были направлены на проверку теоретических знаний учащимися фактического материала и умения раскрывать элементарные внешние связи в предметах и явлениях.

Приведем задачи для домашней работы, где кроме традиционных задач по теме есть практико-ориентированные задачи.

Задания для домашней работы

Задача 1. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одну и ту же сумму. Определите, на сколько каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через пять лет был продан за 12750 рублей.

Задача 2. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 250, которые при делении на 4 дают в остатке 3.

Задача 3. Решите задачу: (a_n) : 2; 6; 10... - арифметическая прогрессия.

Найти: d , a_4 , a_8 , S_8 , S_{12} .

Решения задач домашней работы

Задача 1. Дано: $a_1 = 20000$; $a_6 = 12750$. Найти: d .

Имеем: $a_n = a_1 + d(n-1) \Rightarrow 12750 = 20000 + 5d \Rightarrow d = -1450$ (руб.).

Ответ: -1450 .

Задача 2. Дано: натуральные числа меньшие или равные 250 при делении на 4 дают в остатке 3. Найти: сумму этих натуральных чисел.

Решение. Имеем: 3; 7; 11; ...; 247. Это арифметическая прогрессия, в которой $a_1 = 3$, $d = 4$, $a_n = 247$. Найдем количество членов этой прогрессии.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d, \quad 247 = 3 + (n - 1) \cdot 4.$$

$$(n - 1) \cdot 4 = 244, \quad n - 1 = 61, \quad n = 62.$$

$$S_n = S_n = (2a_1 + d(n - 1)) \cdot n / 2$$

$$S_{62} = 250 \cdot 31 = 7750. \quad \text{Ответ: } 7750.$$

Задача 3. Дано: (a_n) : 2; 6; 10...- арифметическая прогрессия. Найти: d , a_4 , a_8 , S_8 , S_{12} .

$$\text{Решение: } d = 6 - 2 = 4; \quad a_4 = 10 + 4 = 14; \quad a_8 = a_1 + 7d = 2 + 7 \cdot 4 = 30;$$

$$S_8 = (2 + 30) : 2 \cdot 8 = 128; \quad S_{12} = (2 \cdot 2 + 4 \cdot 11) : 2 \cdot 12 = 288.$$

Урок 3. Тип урока: урок комплексного применения знаний и умений.

Цель: совершенствовать навыки нахождения n -го члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии с помощью формул.

Задачи:

1. Образовательная: закрепить навыки решения задач по данной теме с использованием формул.

2. Воспитательная: содействовать воспитанию интереса к математике и ее приложениям, активности, умению общаться.

3. Развивающие:

– развивать умение анализировать, сравнивать, обобщать; чётко и сжато выражать мысли;

– на конкретных примерах применения прогрессий убедиться в том, что алгебра является частью общечеловеческой культуры;

– продолжить развитие логического мышления и вычислительной культуры учащихся.

Приведем примеры некоторых решаемых практико-ориентированных задач.

Задача 1 (от учетчика). Представьте, что вы – учётки на стройке. Привезли и выгрузили большое количество брёвен строевого леса (Рис. 6). Нужно быстро определить, сколько брёвен привезли, чтобы закрыть наряд водителям. Как бы вы определили подсчет брёвен? Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основание положить 12 бревен?

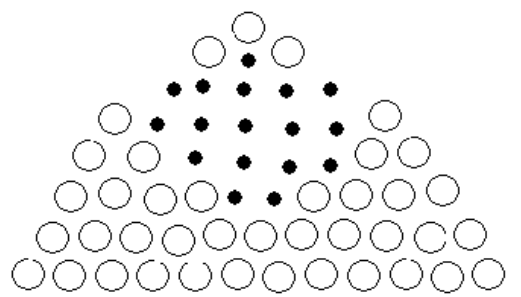


Рис. 6.

Дано: арифметическая прогрессия: $a_1 = 12, a_2 = 11, a_n = 1$

Найти: $S_n - ?$

Решение:

$$1) a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d, \text{ где } d = a_2 - a_1 = 1$$

$$12 + (n - 1) \cdot (-1) = 1$$

$$12 - n + 1 = 1$$

$$n = 12$$

2) Найдем S_n .

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_{12} = \frac{1 + 12}{2} \cdot 12 = 13 \cdot 6 = 78$$

Ответ: 78 бревен в одной кладке.

Задача 2 (от банкира). Банк выплачивает вкладчикам каждый месяц 2% от внесённой суммы. Клиент сделал вклад в размере 500 рублей. Какая сумма будет на его счёте через полгода?

Дано: $a_0 = 500$, $d = 500 \cdot 2 : 100 = 10$, $n = 6$ – количество месяцев.

Найти: a_6 .

Решение:

I способ. $a_1 = 500 + 10 = 510$;

$a_6 = a_1 + d(6 - 1) = 510 + 10 \cdot 5 = 560$ (р) – получит клиент через полгода

Ответ: 560 р.

II способ. Для решения задачи достаточно знать формулу

$$S_n = \left(1 + \frac{pn}{100} \right) S, \text{ где } n - \text{ число месяцев, } S - \text{ сумма, внесенная в}$$

банк, p – процентная ставка. Эта формула описывает многие конкретные ситуации и имеет специальное название: *формула простого процентного роста*.

Имеем: $p = 2$ – процентная ставка, $n = 6$ – число месяцев, $S = 500$ – первоначальный вклад, тогда: $S_n = \left(1 + \frac{2 \cdot 6}{100} \right) \cdot 500 = 1,12 \cdot 500 = 560$ (руб.)

Ответ: через полгода на вкладе будет 560 руб.

Все задания применялись на основном этапе урока и были направлены на проверку теоретических знаний учащимися фактического материала и умения раскрывать элементарные внешние связи в предметах и явлениях.

Приведем задачи для домашней работы, где кроме традиционных задач по теме есть практико-ориентированные задачи.

Задания для домашней работы

Задача 1. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , разность которой равна $-1,7$; $a_1 = 2,7$. Найдите a_{16} .

Задача 2. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , для которой $a_4 = -5$, $a_8 = 4$. Найдите разность прогрессии.

Задача 3. Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями: $a_1 = -23$, $a_{n+1} = a_n + 13$. Найдите a_{14} .

Задача 4. В зрительном зале кинотеатра в каждом из первых пяти рядов по 16 мест, а в каждом следующем ряду, начиная с шестого, на 2 места

больше, чем в предыдущем. Сколько мест в зрительном зале, если всего в нем 12 рядов?

Решения задач домашней работы

Задача 1. Дано: $a_1 = 2,7$; $d = -1,7$. Найти: a_{16}

Решение. $a_{16} = a_1 + 15d$, $a_{16} = 2,7 + 15 \cdot (-1,7) = 2,7 - 25,5 = -22,8$.

Ответ: -22,8.

Задача 2. Дано: $a_4 = -5$, $a_8 = 4$. Найти: d .

Решение. $a_8 = a_4 + 4d$, $4 = -5 + 4d$, $4d = 9$, $d = 9 : 4$, $d = 2,25$.

Ответ: 2,25.

Задача 3. Дано: $a_1 = -23$, $a_{n+1} = a_n + 13$. Найти: a_{14} .

Решение. $a_2 = a_1 + 13$, $a_2 = -23 + 13 = -10$, $d = a_2 - a_1$,

$d = -10 - (-23) = -10 + 23 = 13$, $a_{14} = a_1 + 13d$

$a_{14} = -23 + 13 \cdot 13 = -23 + 169 = 146$. Ответ: 146.

Задача 4. Дано: первые пять рядов – по 16 мест в каждом; 6 ряд – 18 мест, 7 ряд – 20 мест и т. д. Всего 12 рядов. Найти: количество мест в зале.

Решение: 1) $5 \cdot 16 = 80$ мест в первых пяти рядах;

2) 18; 20; ... - это арифметическая прогрессия, в которой $a_1 = 18$, $d = 2$, $n = 7$.

$S_n = (2a_1 + d(n - 1)) \cdot n / 2$;

$S_7 = 24 \cdot 7 = 168$;

3) $80 + 168 = 248$ мест в зрительном зале. Ответ: 248 мест

Отметим, что на тему «Арифметическая прогрессия» для классов с углубленным изучением математики отводится 4 часа. На последнем из уроков целесообразно провести итоговый контроль в форме контрольной работы.

На основе анализа методической литературы: содержания заданий элективных курсов «Избранные вопросы математики в задачах» (профильный уровень) О.В. Галядиной, С.Е. Черновой и др. [30] и «Прогрессия» О.П. Беспаловой, Т.А. Чугуновой и др. [16] был составлен *примерный вариант контрольной работы.*

Задания контрольной работы направлены на выявление умений решать задания по теме «Арифметическая прогрессия»

Критерии оценки: задание 1 - 6 – каждое по 1 баллу.

Отметка «5» ставится за 6 баллов; отметка «4» - за 5 баллов; отметка «3» - за 3-4 балла; отметка «2» - за 0-2 балла.

Примерный вариант заданий контрольной работы:

1. Родители ко Дню рождения своего сына решили купить ему мобильный телефон. Для этого они в первый месяц отложили 600 рублей, а в каждый последующий месяц они откладывали на 50 рублей больше, чем в предыдущий. Какая сумма будет у родителей через 10 месяцев? Хватит ли им денег на покупку телефона, который стоит 8200 рублей?

2. В спорте: Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день они проходили на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту в 5000 м?

3. *Задача «Наследство».* Джентльмен получил наследство. Первый месяц он истратил 1000\$, а каждый следующий месяц он тратил на 500\$ больше, чем в предыдущий. Сколько \$ он истратил за второй месяц? За третий? Каков размер наследства, если денег хватило на год такой безбедной жизни?

4. За 16 дней Карл украл у Клары 472 коралла. Каждый день он крал на 3 коралла больше, чем в предыдущий день. Сколько кораллов украл Карл в последний день?

5. Строя пирамиды для фараонов египтяне в каждом следующем ряду плит устанавливали на одну плиту меньше, чем в предыдущем. На самом верху стены возвышается одна плита. Сколько всего плит понадобится только для одной стены пирамиды, если плиты стоят в 60 рядов?

6. Отдыхающий, следуя совету врача, загорал первый день 5 мин., а в каждый последующий день увеличивал время пребывания на солнце на 5 мин. В какой день недели время его пребывания на солнце будет равно 50 мин., если он начал загорать во вторник.

Решение заданий контрольной работы:

Задача 1. Дано: $a_1 = 600$, $d = 50$, $a_n = 10$. Найти: S_{10} .

Решение: $S_{10} = (2a_1 + d(n - 1)) \cdot n / 2$, $S_{10} = \cdot 10$, $S_{10} = (1200 + 450) \cdot 5$.
 $S_{10} = 1650 \cdot 5 = 8250$ руб. Ответ: 8250 рублей, денег хватит на покупку телефона.

Задача 2. Дано: $a_1 = 1400$, $d = -100$, $S_n = 5000$. Найти: n .

Решение: $S_n = (2a_1 + d(n - 1)) \cdot n / 2$, $5000 = (2a_1 + d(n - 1)) \cdot n / 2$,
 $10000 = (2800 - 100(n - 1)) \cdot n$; $2900n - 100n^2 - 10000 = 0$; $n^2 - 29n + 100 = 0$.
 $D = (-29)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100 = 841 - 400 = 441$, $n_1 = 25$, $n_2 = 4$.

Если $n = 25$, то $a_{25} = 1400 + 24 \cdot (-100) = 1400 - 2400 = -1000 < 0$ не удовлетворяет условию $a_n > 0$. Ответ: за 4 дня.

Задача 3. Дано: $a_1 = 1000$, $d = 500$, $a_n = 12$. Найти: S_{12} .

Решение: $S_n = (2a_1 + d(n - 1)) \cdot n / 2$;

$S_{12} = (2000 + 5500) \cdot 6$; $S_{12} = 45000$ \$. Ответ: 45000\$.

Задача 4. Дано: $S_{16} = 472$, $d = 3$. Найти: a_{16} .

Ответ: Карл украл 52 коралла в последний день.

Задача 5. 1; 2; 3; 4; 5; ...; $a_n = a_1 + 59d$; $a_n = a_1 + 59 \cdot 1 = 60$.

$S_n = (2a_1 + d(n - 1)) \cdot n / 2$, $S_{60} = 61 \cdot 30 = 1830$.

Ответ: в одной стене пирамиды 1830 плит.

Задача 6. Дано: $a_1 = 5$; $d = 5$; $a_n = 50$. Найти: n .

Решение: $a_n = a_1 + (n - 1)d$; $50 = 5 + (n - 1) \cdot 5$;

$$(n - 1) \cdot 5 = 45; \quad n - 1 = 9; \quad n = 10.$$

Ответ: на десятый день, то есть в четверг.

Таким образом, в рамках исследования нами был разработан методические проект по теме «Арифметическая прогрессия», направленный на формирование мотивации обучающихся на основе технологии проблемного обучения и применения практико-ориентированных задач. Использование технологии проблемного обучения заключалось в использовании практико-ориентированных задач (задачи от студентов, медика, учетчика, банкира и т.д.).

§7. Педагогический эксперимент и его результаты

Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе ГБОУ СОШ с. Шигоны Самарской области. В исследовании принимали участие 51 человек, ученики 9-х классов: 26 учеников 9А класса и 25 учеников 9Б класса.

Цель опытно-экспериментальной работы – показать эффективность применения на практике технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач при изучении темы «Арифметическая прогрессия».

Задачи практической части:

1. Выбор базы для эксперимента.
2. Подбор методик для проведения исследования.
3. Исследование уровня мотивации учеников.
4. Разработка и проведение уроков по теме «Арифметическая прогрессия» на основе технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач.
5. Оценка эффективности проведенной работы.

Методы исследования: теоретические: сравнительный анализ психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, индуктивно-дедуктивный метод; практические: анкетирование, беседа, наблюдение.

Структура опытно-экспериментальной работы:

- 1 этап (2018/19 уч.г.) - подготовка и проведение констатирующего этапа эксперимента;
- 2 этап (2018/19 уч.г.) - подготовка и проведение формирующего этапа эксперимента (разработка и проведение уроков по теме «Арифметическая

прогрессия» с использованием проблемного обучения и практико-ориентированных задач);

3 этап (2019/20 уч.г.) - контролирующий этап эксперимента (анализ эффективности организованной деятельности).

На *констатирующем* этапе педагогического эксперимента было проведено исследование учеников с целью изучения уровня их мотивации к обучению. Оценка *уровня мотивации к обучению* проводилась по методике «Оценка школьной мотивации учащихся» автора Н.Г. Лускановой [60] (Приложение В). Цель этапа: выявление у учащихся 9-х классов уровня мотивации к обучению.

Критерии оценки. Первый уровень: 25-30 баллов - высокий уровень школьной мотивации, учебной активности; второй уровень: 20-24 балла - средний уровень школьной мотивации; третий уровень: 19 и ниже 0 низкий уровень школьной мотивации.

Приведем результаты данного этапа в Таблице 2.

Таблица 2 – Результаты исследования уровней мотивации к обучению учеников на констатирующего этапе эксперимента.

Класс	Количество детей	Высокий уровень	Средний уровень	Низкий уровень
9А класс	26	8 (31%)	16 (62%)	2 (8%)
9Б класс	25	7 (28%)	15 (60%)	3(12%)

По результатам исследования по данной методике были сделаны следующие выводы:

- в 9А классе у большинства школьников (62%) был отмечен средний уровень мотивации. У 31% обучающихся был выявлен высокий уровень мотивации: обучающиеся четко осознают свои предпочтения, понимают, что им нравится, а что нет. На вопрос «Почему нет?» дают развернутые аргументированные ответы. Низкий уровень мотивации был отмечен у 2-х учеников (8%);

- в 9Б классе также у большинства школьников (60%) был отмечен

средний уровень мотивации. У 28% обучающихся был выявлен высокий уровень мотивации. Низкий уровень мотивации был отмечен у 3-х учеников (12%).

Для наглядности полученные данные представим графически на Рис. 7.

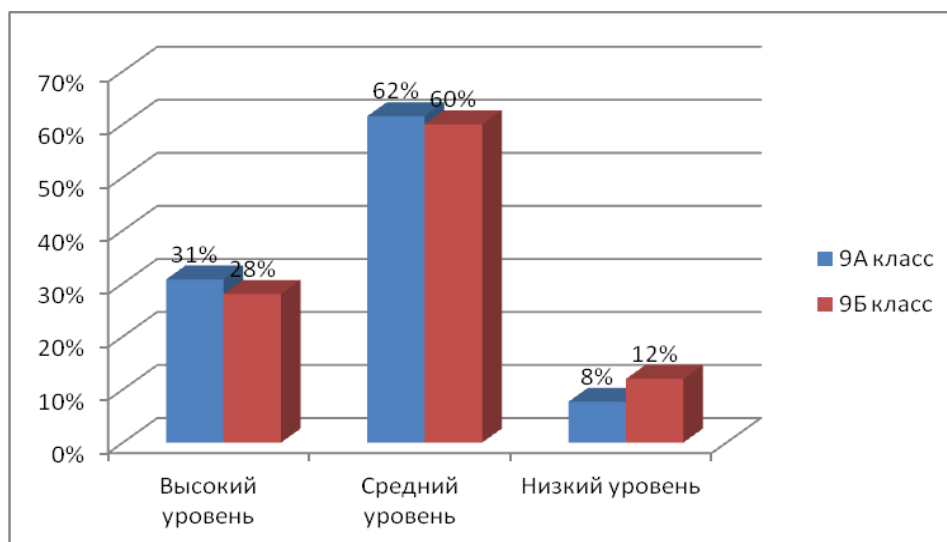


Рис. 7. Диаграмма результатов исследования уровней мотивации к обучению школьников на констатирующем этапе эксперимента

Несмотря на то, что большинство обучающихся в обоих 9-х классах с высоким уровнем мотивации к обучению, в классах присутствуют ученики с недостаточным уровнем мотивации к обучению.

На формирующем этапе эксперимента с учениками 9А и 9Б класса проводилось изучение темы «Арифметическая прогрессия» на основе технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач. При этом к контрольной группе были отнесены ученики 9А класса, а к экспериментальной - ученики 9Б класса. В контрольной группе занятия проводились традиционно (без применения технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач) в отличие от экспериментальной группы, где на уроках использовались указанные технологии.

По окончании изучения темы в обеих группах была проведена повторная диагностика уровня мотивации школьников к обучению.

Для этого снова было проведено исследование на контролирующем этапе эксперимента по той же самой методике, что и на констатирующем этапе эксперимента.

Проанализируем полученные данные. Результаты распределения полученных ответов по методике представлены в таблице.

Таблица 3 – Результаты исследования уровней мотивации к обучению обучающихся на контролирующем этапе эксперимента

класс	Количество детей	Высокий уровень	Средний уровень	Низкий уровень
9А класс	26	8 (31%)	16 (62%)	2 (8%)
9Б класс	25	9 (36%)	15 (60%)	1 (4%)

По результатам исследования по данной методике на контролирующем этапе эксперимента были сделаны следующие выводы:

- в 9А классе показатели мотивации не изменились;
- в 9Б классе значительно снизился низкий уровень мотивации к обучению (до 1%). При этом высокий уровень мотивации был отмечен у 36% обучающихся, а средний уровень - у 60%.

Для наглядности полученные данные представим графически на Рис. 8.

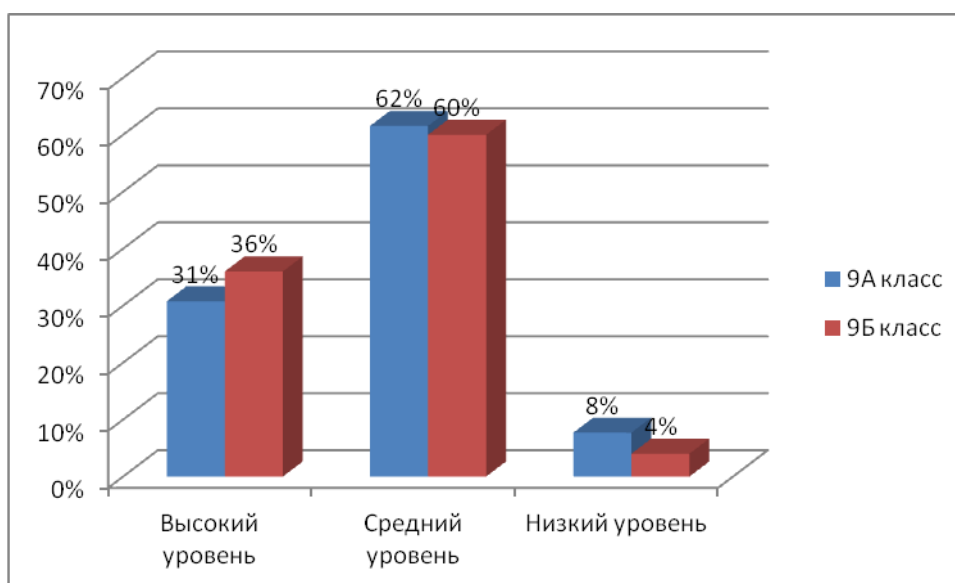


Рис. 8. Диаграмма результатов исследования уровней мотивации к обучению школьников на контролирующем этапе эксперимента

Динамика показателей, характеризующих мотивацию к обучению у учеников экспериментальной группы представлена на Рис. 9.

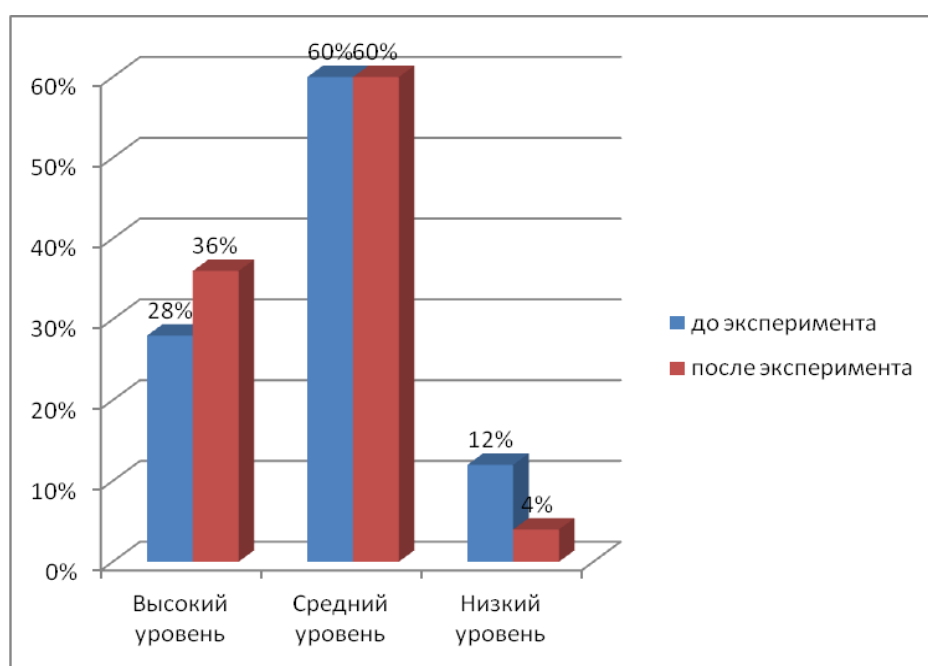


Рис. 9 Диаграмма динамики уровней мотивацию к обучению у учеников экспериментальной группы

Таким образом, анализ представленных данных позволяет сделать вывод, что после использования при изучении темы «Арифметическая прогрессия» на уроках алгебры технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач среди учеников 9-х классов был улучшен показатель, характеризующих эффективность обучения: уровень мотивации к обучению.

Полученные данные свидетельствуют об эффективности проведенной работы по формированию мотивации обучающихся к учебно-познавательной

деятельности при обучении алгебры при изучении темы «Арифметическая прогрессия» среди учеников 9-х классов.

Выводы по второй главе

Во второй главе были исследованы методические аспекты формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

Изучены возможности развития мотивации обучающихся на уроках алгебры с помощью практико-ориентированных задач. Анализ методической литературы показал, что систематическое решение практико-ориентированных задач позволяет сформировать познавательные компетенции учащихся на всех этапах изучения математики; решение практико-ориентированных задач развивает логическое мышление, помогает формировать умения сопоставления, анализа и пути решения данной проблемы, поставленной в задаче; также происходит формирование вычислительных навыков, умение оперировать с математической моделью, умение представлять полученную информацию в различных видах (таблицы, схема, текст), что является развитием познавательных компетенций.

На основании вышеизложенного был сделан вывод, что практико-ориентированные задачи могут применяться на уроках алгебры, чтобы повысить мотивацию к изучению данного предмета, определенной темы, а также для того, чтобы показать неразрывность математики и других учебных дисциплин.

Исследованы возможности технологии проблемного обучения как средства формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся на уроках алгебры общеобразовательной школы.

Был сделан вывод, что большую роль в формировании интереса к учению играет *создание проблемной ситуации*, столкновение учащихся с трудностью, которую они не могут разрешить при помощи имеющегося у

них запаса знаний; сталкиваясь с трудностью, они убеждаются в необходимости получения новых знаний или применения старых в новой ситуации. При этом актуальным инструментом формирования познавательных компетенций являются задачи практического содержания. *Практико-ориентированная задача* – это вид сюжетных задач, требующий в своем решении реализации всех этапов метода математического моделирования. Данные задачи могут применяться на уроках математики, чтобы повысить мотивацию к изучению данного предмета, данной темы, для того, чтобы показать неразрывность математики и других учебных дисциплин.

Разработан методический проект по изучению темы «Арифметическая прогрессия», направленный на формирование мотивации обучающихся в общеобразовательной школе.

При разработке проекта использовалась технология проблемного обучения и технология обучения с применением практико-ориентированных задач: использование технологии проблемного обучения заключалось в разработке и применении на практике практико-ориентированных задач (задачи от студентов, медика, учетчика, банкира и т.д.).

Спланирован и проведен педагогический эксперимент, оценены его результаты. Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе ГБОУ СОШ с. Шигоны Самарской области. В исследовании принимали участие 51 человек ученики 9-х классов - 26 учеников 9А класса и 25 учеников 9Б класса. Целью опытно-экспериментальной работы являлось демонстрация эффективности применения при изучении темы «Арифметическая прогрессия» технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач.

На формирующем этапе эксперимента с учениками 9А и 9Б класса проводилось обучение по теме «Арифметическая прогрессия». При этом к контрольной группе были отнесены ученики 9А класса, а к экспериментальной - ученики 9Б класса. В контрольной группе занятия

проводились традиционно (без применения указанных технологий), в отличие от экспериментальной группы.

Результаты исследования уровней мотивации к обучению на контролирующем этапе эксперимента позволили сделать вывод, что после использования технологии проблемного обучения и технологии обучения с применением практико-ориентированных задач при изучении темы «Арифметическая прогрессия» среди учеников 9-х классов показатель, характеризующих эффективность обучения: уровень мотивации к обучению, улучшается.

Полученные данные свидетельствуют об эффективности проведенной работы по формированию мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебры при изучении темы «Арифметическая прогрессия» среди учеников 9-х классов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время в школьном математическом образовании одним из преимущественных направлений является подготовка учащихся к использованию математики в решении широкого круга проблем, возникающих в реальном мире за пределами образовательного процесса.

Формирование у школьников мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе, необходимых для решения жизненных и профессиональных проблем, является одной из ключевых ФГОС основного общего образования. Повышенное внимание прикладной составляющей математического образования школьников прослеживается и в содержании контрольно-измерительных материалов для ОГЭ и ЕГЭ.

Практика показывает, что школьники с интересом решают и воспринимают задачи практического содержания, которые дают широкие возможности для реализации общедидактических принципов в обучении математике в школе. Прикладная направленность школьного курса математики осуществляется с целью повышения качества математического образования учащихся, применения их математических знаний к решению задач повседневной практики и в дальнейшей профессиональной деятельности.

С другой стороны, усиление прикладной направленности обучения математике имеет положительное влияние на качество обучения самой математике. Прикладная направленность обучения математике предполагает ориентацию его содержания и методов на тесную связь с жизнью, основами других наук, на подготовку школьников к использованию математических знаний в предстоящей профессиональной деятельности. Она включает в себя реализацию связей с курсами физики, химии, географии и других предметов, формирование математического стиля мышления и деятельности.

На уроках необходимо обеспечивать органическую связь изучаемого теоретического материала и задачного материала так, чтобы школьники понимали его значимость, и перспективу его использования. Хорошо известно, что одним из главных условий осуществления деятельности, достижения определенных целей в любой области является мотивация. Работа учителя и ученика является продуктивной, если способствует повышению мотивации к предмету.

В первой главе были исследованы теоретические основы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе:

Изучено понятие и сущность мотивации учебно-познавательной деятельности обучающихся. Определено, что под мотивацией мы понимаем «интерес к учебному предмету»; сущность мотивации состоит в побуждении интереса к учебно-познавательной деятельности и активности обучающихся.

Выявлены методические особенности формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности у обучающихся в общеобразовательной школе. На основе анализа литературы к данным особенностям были отнесены:

- включение обучающихся в специально организованную деятельность, где они должны стать хозяевами этой деятельности (О.Б. Епишева);
- использование различных технологий, например, - технологии реализации теории поэтапного формирования умственных действий; применение модели обучения, которая позволит реализовать каждому учителю в каждом классе педагогику сотрудничества (М.Б. Волович);
- решение задач, являющихся не только ведущим средством математического развития учащихся, но и средством привития им элементов творческого мышления, существенно повышающим качество обучения и воспитания в процессе изучения школьного курса математики (Ю.М. Колягин);

- при формировании мотивации учитывать такие аспекты: учителю необходимо помогать поддерживать обучающимся реалистичный уровень притязаний; мотивация к обучению зависит не только от мотивов и потребностей обучающихся, но и от внутренних процессов определения психологической причинности, имеющей связь с мотивацией; в основе формирования мотивации должны лежать индивидуальные нормы в оценивании; основное условие формирования мотивации - наличие активно-положительной установки учителя по отношению к каждому ученику (Л.Н. Стефанова, Н.С. Подходова);

- применение на уроках различных средств мотивации обучения; тщательно отобранное содержание материала, вынесенного на урок (В.А. Гусев).

Исследованы приемы и методы формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе. При этом на основе анализа литературы были выделены следующие методы мотивации к учебной деятельности: словесные методы; наглядные методы; проблемно-поисковые методы. Проектно-исследовательский метод позволяет который не только повысить познавательную мотивацию, но и создает оптимальные условия для формирования познавательных УУД. Кейс-метод способствует решению таких задач, как формирование информационной компетентности, развитие способностей по поиску новых знаний, развитие навыков самостоятельности и инициативности, развитие способностей к принятию решений.

Также было выявлено, что повышению мотивации на уроках математики будет способствовать применение таких *приемов*, как: одобрение школьников; новизна учебного материала, необычность его подачи; противоречивость фактов; индивидуальные нормы в оценивании; использование игр, включение игровых элементов в урок; создание ситуации успеха.

Во второй главе были исследованы методические аспекты формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебре в общеобразовательной школе.

Изучены возможности развития мотивации обучающихся на уроках алгебры с помощью практико-ориентированных задач. Установлено, что систематическое решение практико-ориентированных задач позволяет сформировать познавательные компетенции учащихся на всех этапах изучения математики; их решение развивает логическое мышление, помогает формировать умения сопоставления, анализа и пути решения данной проблемы, поставленной в задаче; практико-ориентированные задачи могут применяться на уроках алгебры, чтобы повысить мотивацию к изучению данного предмета, определенной темы, а также для того, чтобы показать неразрывность математики и других учебных дисциплин.

Исследованы возможности технологии проблемного обучения как средства формирования мотивации к учебно-познавательной деятельности обучающихся на уроках алгебры общеобразовательной школы. Большую роль в формировании интереса к учению играет создание проблемной ситуации, столкновение учащихся с трудностью, которую они не могут разрешить при помощи имеющегося у них запаса знаний; сталкиваясь с трудностью, они убеждаются в необходимости получения новых знаний или применения старых в новой ситуации. При этом актуальным инструментом формирования познавательных компетенций являются задачи практического содержания.

Разработан методический проект по теме «Арифметическая прогрессия», направленный на формирование мотивации обучающихся, на основе технологии проблемного обучения и технологии использования практико-ориентированных задач; использование технологии проблемного обучения заключалось в разработке и применении на практике практико-ориентированных задач (задачи от студентов, медика, учетчика, банкира и т.д.).

Спланирован и проведен педагогический эксперимент, оценены его результаты. Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе ГБОУ СОШ с. Шигоны Самарской области. Полученные данные свидетельствуют об эффективности проведенной работы по формированию мотивации обучающихся к учебно-познавательной деятельности при обучении алгебры при изучении темы «Арифметическая прогрессия» среди учеников 9-х классов.

Все это дает основание считать, что задачи, поставленные в исследовании, полностью решены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акимова Е.П. О формировании мотивации к учебно-познавательной деятельности у обучающихся в общеобразовательной школе при обучении математике // Вестник магистратуры. – 2020. - №5(104).
2. Алгебра 9 класс: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.Н. Нешков и др. - Просвещение, 2018. – 400 с.
3. Алгебра 9 класс: методическое пособие для учителя / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2018. - 22 с.
4. Алгебра 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.; под ред. Г.В. Дорофеева. – 5-е изд. - М.: Просвещение, 2010. – 304 с.
5. Алгебра 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. – 17-е изд. - М.: Просвещение, 2012. - 287 с.
6. Алгебра. 9 класс: задачник для общеобразовательных организаций (углублённый уровень) / А.Г. Мордкович, Н.П. Николаев, П.В. Семенов. - М.: Мнемозина, 2015. - 205 с.
7. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций (углублённый уровень) / А.Г. Мордкович, Н.П. Николаев. - М.: Мнемозина, 2015. - 248 с.
8. Антонова И.В. К вопросу о практической направленности обучения математике в общеобразовательной школе// Актуальные проблемы естественнонаучного и математического образования: материалы XXI Всероссийской (IX с международным участием) научно-практической

конференции, 30 ноября - 01 декабря 2018 г. - Издательство: Самарский государственный социально-педагогический университет, Самара. - С. 145-151.

9. Арзеева Н.А. Нестандартные задачи как средство формирования мотивации в обучении математике 5-6 классов/ Н.А. Арзеева, К.Г. Горячева // Actualscience. - 2016. - Т. 2. - № 11. - С. 82-83.

10. Асеев В.Г. Мотивация поведения и формирования личности / В.Г. Мотивация. - М., «Мысль», 1976 — 158 с.

11. Атаманская Г.А. Особенности формирования мотивации к изучению математики у учащихся 7-9 классов/ Г.А. Атаманская // Аспирант. - 2015. - Т. 1. - № 11-1 (16). - С. 11-13.

12. Байсалов Д.У. Методические приемы решения олимпиадных задач по математике [Электронный ресурс] / Д. У. Байсалов, А. О. Келдибекова. - Ош: книжный дизайн, 2018. - 114 С.

13. Байсалов Д.У. Школа олимпийского резерва по математике, как одна из форм дополнительного образования по подготовке школьников к решению олимпиадных задач / Д.У. Байсалов, А.О. Келдибекова // сборник статей 3-й Международной конф. «Наука и общество-методы и проблемы практического применения " 16.02.2018. - Гамильтон, 2018. - Да. 49-56. URL: <https://doi.org/10.29013/III-Conf-Canada-3-49-56>.

14. Баталина И.К. Метод проектов в математике и развитие нестандартного мышления у детей [Метод проектов в математике и развитие нестандартного мышления у детей] / И.К. Баталина, М.В. Игнатъев. 2006 г. – Вып. 6. - С. 17-20.

15. Белкина Н.В. Методические указания по конструированию и использованию в внеурочной деятельности и дополнительном образовании практико-ориентированных заданий, ориентированных на морские профессии / Н.В. Белкина, Д.Н. Шевцова. - СПб. - 2018. - 46 с.

16. Беспалова О.П. Элективный курс по теме "Прогрессия". 11-й класс / О.П. Беспалова, И.Ю. Мартынюк, Т.А. Чугунова // Электронный ресурс. -

Режим доступа: <https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/628058/>.

17. Блинова Т.Л. Формирование мотивации к учебно-познавательной деятельности на основе использования кейс-метода при обучении математике/ Т.Л. Блинова, Г.Г. Арасланов// World science: problems and innovations: сборник статей XIV Международной научно-практической конференции: в 2 частях. - "Наука и Просвещение" (ИП Гуляев Г.Ю.): Пенза, 2017. - С. 318-323.

18. Болтянский В.Г. Математическая культура и эстетика / В.Г. Болтянский // Математика в школе. – 1982. – № 2. – С. 40-43.

19. Бородина С.Н. Программа предметного элективного курса по математике «Эти известно-неизвестные прогрессии» / С.Н. Бородина, Л.А. Лопатина // Электронный ресурс. - Режим доступа: <https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/589241/>.

20. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. – М., Гос. учебно-педагог. изд. мин. прос. РСФСР, 1954. – 504 с.

21. Буторина Г.Г. Проблемное обучение на уроках математики // Г.Г. Буторина [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nsportal.ru/shkola/obshchepedagogicheskie-tehnologii/library/2012/04/22/-problemnoe-obuchenie-na-urokakh>(дата обращения: 17.06.2019).

22. Бучнева Л.Ю. Элементы краеведения как способ повышения мотивации на уроках математики/ Л.Ю. Бучнева// Наука и образование: отечественный и зарубежный опыт: сборник статей одиннадцатой международной научно-практической конференции. - ООО ГиК: Белгород, 2018. - С. 131-135.

23. Вавилов В.В. Две прогрессии / В.В. Вавилов, Р.Л. Ткачук// Учебно-методическая газета «Математика». - 2006. - № 6. - С. 17–28.

24. Вардапетян В.В. Формирование мотивации образовательной деятельности учеников в процессе обучения математике/ В.В. Вардапетян// Современные тенденции физико-математического образования: школа – вуз.

- Соликамский государственный педагогический институт: Соликамск, 2015.
- С. 7-10.
25. Варлашина С.Ю. Диагностика математической подготовки школьников как средство развития их учебной мотивации: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Варлашина Светлана Юрьевна. – Нижний Новгород, 2009. – 23 с.
26. Вельмисова С.Л. Развитие мотивации к изучению математики учащихся классов лингвистической направленности: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / С.Л. Вельмисова. – Нижний Новгород, 2005. – 24 с.
27. Волкова В.Ф. Реализация практико-ориентированного образования на уроках математики / В.Ф. Волкова // Молодой ученый. – 2014. – №11.1. – С. 32-33.
28. Волович М.Б. Не мучить, а учить / О пользе педагогической психологии. - М., изд. Российского открытого ун-та, 1992. - 232 с.
29. Волович М.Б. Математика без перегрузок. - М.: Педагогика, 1991. - 144 с. - (Б-ка учителя и воспитателя).
30. Галядина О.В. Программа элективного курса по математике (профильный уровень) "Избранные вопросы математики в задачах"/ О.В. Галядина, С.В. Докашенко, Т.Л. Измestьева, И.Е. Каулина, С.Е. Чернова // Электронный ресурс. - Режим доступа: <https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/553711/>.
31. Гафла Е.С. Психолого-педагогические подходы к сущности понятия «Мотивация» в научных исследованиях / Е.С. Гафла // Новые технологии. 2012. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/psihologo-pedagogicheskie-podhody-k-suschnosti-ponyatiya-motivatsiya-v-nauchnyh-issledovaniyah> (дата обращения: 27.06.2019).
32. Гусев В.А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В.А. Гусев. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. - 456 с.

33. Егупова М.В. Бинарная роль практических приложений математики в обучении школьников // Материалы Международного форума по математическому образованию, посвященного 225-летию Н.И. Лобачевского (XXXVI Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, VII Международная научно-практическая конференция) Казань, 18-22 октября 2017 г. Издательство: Казанский (Приволжский) федеральный университет (Казань). С. 154 - 156.

34. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике / М.В. Егупова. – М., 2014. – 121 с.

35. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Учебное пособие для студентов педвузов. – М.: МПГУ, 2014. – 208 с.

36. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / Под ред. И.В. Ященко. - М.: Национальное образование. - 2019. - 256 с.

37. Епишева О.Б. Воспитательная направленность обучения как основная проблема гуманитарного образования / О.Б. Епишева // Гуманитарные проблемы современности: материалы Всероссийской научно-практической конференции. Издательство: Тюменский индустриальный университет (Тюмень), 2009. - С. 309-314.

38. Епишева О.Б. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учеб. деятельности: Кн. для учителя / О.Б. Епишева, В.И. Крупич. - М.: Просвещение, 1990. - 128 с.

39. Захарова О.В. Формирование учебной мотивации на уроках математики/ О.В. Захарова// Новые технологии в образовании: материалы XIX Международной научно-практической конференции. Центр научной мысли, научный редактор С.П. Акутина. ООО "Издательство "Спутник+": Москва, 2014. - С. 135-139.

40. Иванова Т.А. Теория и технология обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов/ Т.А. Иванова, Е.Н. Перевощикова, Л.И. Кузнецова, Т.П. Григорьева/ Под ред. Т.А. Ивановой. 2-е изд., испр. и доп. - Н. Новгород: НГПУ, 2009. - 355 с.

41. Изучение мотивации поведения детей и подростков / Под ред. Л.И. Божович. - М., 1972. - С. 22-29.

42. Ильин Е.С. Мотивация и мотивы. - СПб.: Питер. - 2011. – 510 с.

43. Испатова А.С. Мотивация учащихся в проблемных ситуациях на уроках математики/ А.С. Испатова// Учебный год. - 2015. - № 2 (39). - С. 47-48.

44. Качуровская Е.Н. Формирование мотивации учащихся 5-6 классов к учебно-познавательной деятельности в процессе обучения математике: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Качуровская Евгения Николаевна. – Екатеринбург, 2010. – 24 с.

45. Кашлач И.Ф. Роль мотивации и средства ее повышения при обучении математике / И.Ф. Кашлач, Е.Н. Южакова // Вестник Ишимского государственного педагогического института им. П.П. Ершова. 2013. - № 4 (10). - С. 77-81.

46. Келдибекова А.О. Компетентностный подход к содержанию школьных олимпиадных задач по математике / А.О. Келдибекова // Международный журнал экспериментального образования. - №8. - 2017 г. - С. 39-45.

47. Коваленко В.Г. Дидактические игры на уроках математики. – М.: Просвещение, 1990. – 95 с.

48. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. I. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М.: Просвещение, 1977. - 111 с.

49. Конакпаева С.А. Решение проблемно-поисковых задач на уроках математики как средство развития одаренности учащихся / С.А. Конакпаева//

Теория и практика образования в современном мире: материалы X Междунар. науч. конф. (г. Чита, апрель 2018 г.). - Чита: Издательство Молодой ученый, 2018. - Ч. 2. - С. 71-73. - URL <https://moluch.ru/conf/ped/archive/277/14046/> (дата обращения: 20.06.2019).

50. Кони́на Е.В. Технология проблемного обучения на уроках математики // Е.В. Кони́на [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://infourok.ru/vistuplenie-na-pedagogicheskom-sovete-tehnologiya-problemnogo-obucheniya-na-urokah-matematiki-570537.html> (дата обращения: 17.06.2019).

51. Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.firo.ru/wp-content/uploads/2014/12/Concept_mathematika.pdf (дата обращения 10.05.2019).

52. Корчи́кова М.В. Методы повышения мотивации на уроках математики/ М.В. Корчи́кова// Вестник научных конференций. - 2016. - № 2-5 (6). - С. 61-63.

53. Крючкова Л.Н. Проблемное обучение на уроках математики // Л.Н. Крючкова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/211680/>(дата обращения: 17.06.2019).

54. Кудрявцев Т.В. Система проблемного обучения // Проблемное и программированное обучение / Под ред. Т.В. Кудрявцева и А.М. Матюшкина. – М.: Изд-во Советская Россия, 1973. – 223 с.

55. Лебедева А.П. Мотивация учебной деятельности на уроках математики/ А.П. Лебедева// Современное образование: актуальные вопросы, достижения и инновации: сборник статей XX Международной научно-практической конференции. - "Наука и Просвещение" (ИП Гуляев Г.Ю.): Пенза, 2018. - С. 74-76.

56. Леонтьев Д.А. Понятие мотива у А.Н. Леонтьева и проблема качества мотивации // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. - 2016. - №2 - С. 3-18.

57. Лернер П. С. Проблемы проектирования профильного образования старших школьников [проблемы проектирования профильного образования старших школьников / П.С. Лернер] // Инновации в высшей технической школе России. 2. Современные технологии в инженерном образовании. - М.: МАДИ (ГТУ), 2002. - С. 461-472.

58. Линия УМК по математике под ред. Г.В. Дорофеева. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://edvisrb.ru/education/programs/?id=440824> (дата обращения: 17.06.2019).

59. Лукичева Е.Ю. Методические рекомендации о преподавании математики в 2019-2020 учебном году / Е.Ю. Лукичева. СПб - Санкт-Петербургская академия постдипломного педагогического образования . 2019. - 21 с.

60. Лусканова Н.Г. Пути психологической коррекции аномалий развития личности. В сб.: Здоровье, развитие, личность. - М.: Медицина, 1990.

61. Маеренкова В.В. Технологии проблемного обучения как средство формирования и развития универсальных учебных действий учащихся на уроках математики в условиях реализации ФГОС / В.В. Маеренкова // Школьная педагогика. — 2016. - №1. - С. 53-55.

62. Макарова И. В. Общая психология: учебное пособие для среднего профессионального образования / И. В. Макарова. - Москва: Издательство Юрайт, 2019. - 185 с.

63. Малакичев А.О. Как мотивировать учеников на максимальный результат при изучении математики (из опыта работы) / А.О. Малакичев // Проблемы учебного процесса в инновационных школах: сборник научных трудов. - Иркутск, 2018. - С. 93-97.

64. Малышкина С.Ю. Практико-ориентированные задачи: структура, уровни сложности и алгоритм составления // С.Ю. Малышкина, Л.В. Орлова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/642510/>. (дата обращения: 25.05.19).

65. Мамоченко Н.В. Рекомендации по повышению мотивации в обучении с использованием ЭФУ на уроках математики/ Н.В. Мамоченко// Вестник научных конференций. - 2018. - № 3-2 (31). - С. 64-66.

66. Маркова А. К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте: пособие для учителя / А.К. Маркова. — М.: Просвещение, 1983. — 96 с.

67. Математика: Справ. материалы; Кн. Для учащихся/ Гусев В.А., Мордкович А. Г. - М.: Просвещение, 2016. – 416 с.

68. Махмутов М.И. Проблемное обучение: основные вопросы теории. – М.: Педагогика, 1975. – 368 с.

69. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. - 2-е изд, испр. - М.: Дрофа, 2008. – 415 с.

70. Морозова Н.Г. Формирование познавательных интересов у аномальных детей. - М.: Просвещение, 1969. - С. 223-257.

71. Оконь В. Основы проблемного обучения. – М.: Просвещение, 1968. – 208 с.

72. Пахомова Н.Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении [метод учебного проекта в образовательном учреждении] / Н. Ю. Пахомова. - Москва: Арктика, 2003. - 112 С.

73. Перельман Я.И. Живая математика. – М.: Наука, 1967. – 161 с.

74. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. – М.: ТОО «Триада», ТОО «Литера», 1994. – 199 с.

75. Печёнкина Е.Н. Практико-ориентированные задачи на уроках математики в основной школе / Е.Н. Печенкина // Электронный ресурс. Режим доступа: <http://rudocs.exdat.com/docs/index-100680.html> (дата обращения: 11.06.2019).

76. Пирютко О.Н. Практико-ориентированные задачи в контексте изменения программ школьного курса математики / О.Н. Пирютко, В.И. Берник// Народная асвета. – 2015. – №11. – С. 18–21.

77. Пичурин Л.Ф. За страницами учебника алгебры / Л.Ф. Пичурин. - М.: Просвещение, 1990. - 228 с.
78. Поварушкина Н.В. Практико-ориентированное обучение на уроках математики в условиях реализации программы профильной школы // [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [<http://festival.1september.ru/articles/501094/>] (дата обращения: 17.06.2019).
79. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г. № 1897 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (в ред. Приказа Минобрнауки России от 29.12.2014 № 1644).
80. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию / М-во образования и науки РФ. – М.: Просвещение, 2015. – 560 с.
81. Проблема мотивации учения школьников в советской психологии: Учеб. пособие к спецкурсу / С.Т. Григорян; Моск. гос. пед. ин-т им. В.И. Ленина. - М.: МГПИ, 1985. – 114 с.
82. Проблемное обучение: прошлое, настоящее, будущее: Коллективная монография: в 3 кн. / А.М. Матюшкин и др.; под ред. Е.В. Ковалевской. — Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гуманит. ун-та, 2010. - 301 с.
83. Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://math.reshuege.ru/>.
84. Решу ОГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://oge.sdamgia.ru/>
85. Родионов М.А. Актуализация социокультурной проекции математического образования как фактор его гуманитаризации / М.А. Родионов, В.М. Федосеев, Г.И. Шабанов // Интеграция образования. - 2012. - № 2 (67). - С. 91-95.

86. Родионов М.А. Модельные представления мотивационно ориентированной образовательной среды и их педагогическая интерпретация / М.А. Родионов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. - 2011. - № 3-3. - С. 101-105.

87. Родионов М.А. Мотивационная роль практического опыта на различных этапах обучения математике / М.А. Родионов // Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г. Белинского. 2012. - №28. - С. 990-993.

88. Родионов М.А. Теория и методика формирования мотивации учебной деятельности школьников в процессе обучения математике: диссертация ... доктора педагогических наук: 13.00.02 / М.А. Родионов. - Саранск, 2001. - 381 с.

89. Родионов М.А. Мотивационная составляющая математического образования и особенности ее формирования// Успехи современного естествознания. - 2003. - № 11. - С. 130.

90. Романова Л.А. Мотивация учения на уроках математики в современной школе/ Л.А. Романова // Вестник научных конференций. - 2018. - № 8-1 (36). - С. 94-96.

91. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. - М., 1948. - 684 с.

92. Самаров К.Л. Прогрессии: Учебно-методическое пособие для школьников. - М.: Учебный центр «Резольвента», 2010. - 10 с.

93. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. - М.: Просвещение, 2002. - 224 с.

94. Саранцев Г.И. Эстетическая мотивация в обучении математике. - Саранск: ПО РАО Мордов. пед. ин-т, 2003. – 136 с.

95. Сидоров С.В. Концепция проблемного обучения / С.В. Сидоров. Сайт педагога-исследователя. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://si-sv.com/publ/1/14-1-0-171> (дата обращения 10.05.2019).

96. Словарь русского языка : ок. 53000 слов / С. И. Ожегов ; под общ. ред. проф. Л. И. Скворцова. - 24-е изд., испр. и доп. - Москва : Оникс : Мир и образование, 2010. - 1198 с.

97. Современная методическая система методического образования: коллективная монография/ Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова, В.В. Орлов и др.; под ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2009. – 413 с.

98. Стефанова Л.М. Приемы мотивации учащихся на уроках в условиях внедрения ФГОС. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://multiurok.ru/files/priemy-motivatsii-uchashchikhsia-na-urokakh-v-uslo.html>

99. Суконник Я.Н. Арифметико-геометрическая прогрессия // Квант. - № 1. - 1975. - с. 36-39.

100. Сулейманов Г.Г. Мотивация в обучении математике учащихся 5-9 классов сельской национальной школы как фактор повышения качества их знаний : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Сулейманов Гаджи Гасбалович. – Саранск, 2015. – 22 с.

101. Талызина Н. Ф. Управление познавательной деятельностью учащихся. М.: Изд-во МГУ. -1975.

102. Тихомиров О.К. Психология мышления. М., 2005.

103. Федорова Е.Л. Развитие творческого мышления учащихся на уроках математики / Е.Л. Федорова // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. -. Т20. - С. 221-225.

104. Федотова Г.М. Учебно-познавательная мотивация к предмету / Г.М. Федотова // Актуальные задачи педагогики: материалы VII Междунар. науч. конф. (г. Чита, апрель 2016 г.). - Чита: Издательство Молодой ученый, 2016. - С. 106-111. - URL <https://moluch.ru/conf/ped/archive/189/10068/> (дата обращения: 20.06.2019).

105. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://urok.1sept.ru/>.

106. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: пособие для учащихся / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – М.: Просвещение, 1984.

107. Хаймина Л.Э. Задачи прикладной направленности в обучении математике: учебно-методическая разработка для учителей школ и студентов математического факультета. – Архангельск: Помор. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова, 2000. – 47 с.

108. Хаценович Ж.В. Мотивация учебной деятельности на уроках математики с применением информационных обучающих средств/ Ж.В. Хаценович // Инновационные технологии в образовании и науке: сборник материалов II Международной научно-практической конференции. Редколлегия: О.Н. Широков [и др.]. - Общество с ограниченной ответственностью "Центр научного сотрудничества "Интерактив плюс": Чебоксары, 2017. - С. 188-190.

109. Храмушкина Г.Г. Формирование исследовательских умений на уроках математики как средство мотивации ученика на результативную учебную деятельность и личностное развитие/ Г.Г. Храмушкина// Педагогические проблемы в образовании: теория и практика: сборник материалов международной научно-практической конференции. Под редакцией С.В. Игдыровой. - Димитровградский инженерно-технологический институт - филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Национальный исследовательский университет "МИФИ": Димитровград, 2018. - С. 30-36.

110. Чечель И.Д. Метод проектов: субъективная оценка результатов [Метод проектов: субъективная и объективная оценка результатов] / И.Д. Чечель // Директор школы. - 1998 год. – Вып. 4. - С. 3-10.

111. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. – 3-е изд., испр. - Минск: Вышэйшая школа, 1978. - 272 с.

112. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

113. Шевкин А.В. Как не надо обновлять тематику школьных задач // Математика в школе. –1995. – № 2. – С.51-53.

114. Шинкарева Н.В. Повышение мотивации и креативности мышления обучающихся на уроках математики через использование элементов исследовательской деятельности / Н.В. Шинкарева // Матрица научного познания. 2019. - № 2. - С. 123-129.

115. Юрко О.А. Уроки профессионального мастерства. Математика. 5-8 классы: технологические карты, презентации уроков в электронном приложении / О.А. Юрченко - Волгоград: Учитель, 2016. – 165 с.

116. Якобсон П.М. Психологические проблемы мотивации поведения человека. - М., 1969.

117. Ященко И.В., Семенов А.В, Высоцкий И.Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2015 года по математике. М.: Федеральный институт педагогических измерений, 2015. - 42 с.

118. Atkinson, J.W. Motivation and achievement / J.W. Atkinson, J.O. Raynor. - Wash.: Winston, 1974. - 519 p.

119. Guskey, Th.R. Five guidelines for school in motivation / Th.R. Guskey // The education digest. - 1990. - Vol.56. - №2. - P. 23-26.

120. McClelland, D.C. What is the effect of achievement motivation training in the schools / D.C. McClelland // Teachers College Record. - 1972. - Vol.74(2). - P. 129-145.

121. Nutten, Y.R. Motivation, Planning and Action / Y.R. Nutten // A Relational Theory of Behavior Dynamics. - Hillsdale, 1984. - Ch. 5.

122. Reid K., Hopkins D. et al. Towards the effective school: The problems and solutions. Oxford: Oxford Univ. Press, 1987. - P. 65–67.

Приложение А

Алгоритм конструирования практико-ориентированных задач при обучении математике [107]



Приложение Б

Методика Н.Г. Лускановой для определения у школьников уровня мотивации к обучению

ПАСПОРТИЧКА

Фамилия _____

Имя _____

Класс _____

Пол _____

Возраст _____

Состав семьи (в семье один родитель или оба родителя, либо опекун (законный представитель))

ОПРОСНИК (ВОПРОСЫ) Материал анкеты

Вопросы анкеты:

1. Тебе нравится в школе или не очень?

- не очень;
- нравится;
- не нравится.

2. Утром, когда ты просыпаешься, ты всегда с радостью идёшь в школу или тебе часто хочется остаться дома?

- чаще хочется остаться дома;
- бывает по-разному;
- иду с радостью.

3. Если бы учитель сказал, что завтра в школу необязательно приходить всем ученикам, желающим можно остаться дома, ты пошёл (пошла) бы в школу или остался (осталась) бы дома?

- не знаю;
- остался (осталась) бы дома;
- пошёл (пошла) бы в школу.

Продолжение Приложения Б

4. Тебе нравится, когда у вас отменяют какие-нибудь уроки?

- не нравится;
- бывает по-разному;
- нравится.

5. Ты хотел (а) бы, чтобы тебе не задавали домашних заданий?

- хотел (а) бы;
- не хотел (а) бы;
- не знаю.

6. Ты хотел (а) бы, чтобы в школе остались одни перемены?

- не знаю;
- не хотел (а) бы;
- хотел (а) бы.

7. Ты часто рассказываешь о школе родителям?

- часто;
- редко;
- не рассказываю.

8. Ты хотел (а) бы, чтобы у тебя был менее строгий учитель?

- точно не знаю;
- хотел (а) бы;
- не хотел (а) бы.

9. У тебя в классе много друзей?

- мало;
- много;
- нет друзей.

10. Тебе нравятся твои одноклассники?

- нравятся;
- не очень;
- не нравятся.

Продолжение Приложения Б

ШКАЛЫ. Обработка результатов.

- Шкал: 5.
- Вопросов: 10.
- Один ответ: +

Первый уровень: 25-30 баллов - высокий уровень школьной мотивации, учебной активности.

Второй уровень: 20-24 балла - средний уровень школьной мотивации.

Третий уровень: 19 и ниже 0 - низкий уровень школьной мотивации.