

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

**АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ**

(институт)

Кафедра «Городское строительство и хозяйство»

08.04.01 «Строительство»

(код и наименование направления подготовки)

Техническая эксплуатация и реконструкция зданий и сооружений

(наименование профиля магистерской программы)

**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**

на тему «Построение и описание диаграмм деформирования бетона и арматуры с физической площадкой текучести»

Студент (ка)

С.А. Симбирцева

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный

В.А. Ерышев

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

руководитель

Консультанты

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Руководитель программы

д.т.н., профессор В.А. Ерышев

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия )

(личная

подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_\_ Г.

**Допустить к защите**

Заведующий кафедрой к.т.н., доцент Д.С. Гошин

(ученая степень, звание, И.О. Фамилия )

(личная подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_\_ Г.

Тольятти 2016

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Глава 1 Основные положения по теме исследования .....	7
1.1 Диаграммы деформирования материалов .....	7
1.2 Расчетные диаграммы состояния материалов.....	10
1.3 Выбор закона деформирования бетона для дальнейших исследований .....	13
Выводы к первой главе.....	18
Глава 2 Диаграммы деформирования стержневых конструкций при постоянном действии нагрузки.....	19
2.1 Криволинейные диаграммы деформирования бетона при расчете железобетонных конструкций .....	19
2.2 Диаграмма деформирования арматуры с физической площадкой текучести.....	22
2.3 Основные теоретические предпосылки к методике описания и расчету диаграмм деформирования материалов в программном комплексе Mathcad Prime 3.1 .....	25
Выводы ко второй главе .....	27
Глава 3 Основные положения метода расчета железобетонных элементов по диаграммной методике .....	28
3.1 Инженерные методы расчета деформаций.....	28
3.2 Современные методы расчета железобетонных конструкций (диаграммный метод).....	29
3.4 Алгоритм реализации в программном комплексе .....	33
3.5. Сравнение опытных и расчетных данных .....	44

Выводы к третьей главе.....	64
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	65
СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ.....	66
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	67
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	90

## ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Строительные конструкции зданий и сооружений в процессе эксплуатации подвергаются как силовым так и несиловым воздействиям разной интенсивности. Одновременно происходят процессы износа конструкций вследствие влияния природных и производственных факторов. Из-за действия этих факторов конструкции подвергаются повреждениям.

При нагружении конструкции используют прочностные характеристики исследуемых материалов – бетона, арматуры, путем осевого сжатия или растяжения. Существуют различные виды напряженно-деформированного состояния стержневых конструкций.

Деформационная модель включена как основополагающей в различные нормативные документы, основу которой составляют диаграммы деформирования бетона и арматуры. В соответствии с СП [28] расчет рассматриваемых элементов по деформационной модели расчет может производиться по любым диаграммам: двух-, трехлинейные и криволинейные. Однако анализ расчетов по упрощенным двух- и трехлинейным диаграммам показал несоответствие диаграмм между собой, что отражается на конечных результатах расчета железобетонных элементов. В приложении к данному СП приведена криволинейная диаграмма [28]. Исследованиями установлено, что данные, полученные по криволинейной диаграмме, удовлетворительно совпадают со СНиП 2.03.01-84\* [26], который принят за эталон. Тогда как результаты расчетов по СП отличаются от эталона до 28%.

Отличительная особенность деформационной модели – возможность оценивать конструкционную безопасность и эксплуатационную пригодность конструкций на всех этапах ее работы по мере возрастания нагрузки от нуля до разрушения. В данной работе предлагается для расчета

железобетонных элементов использовать криволинейные диаграммы деформирования бетона и арматуры.

Цель: исследовать и разработать алгоритм построения диаграмм деформирования бетона и арматуры, и методику расчета по деформациям нормальных сечений на основе нелинейной деформационной модели.

Задачи диссертационной работы:

- Провести исследования вариантов предоставления расчетных диаграмм деформирования бетона в нормативных документах, включая криволинейную наиболее точно отражающую физическую зависимость между деформациями и напряжениями в бетоне;
- исследовать методики и аналитические выражения для установления связи между напряжениями и деформациями в диаграммах деформирования бетона и арматуры;
- разработать алгоритм перехода от эпюры напряжений в бетоне к обобщенным внутренним усилиям с помощью процедуры численного интегрирования напряжений по нормальному сечению;
- реализовать алгоритм расчета сечения железобетонного элемента в программном комплексе MathCAD Prime 3.1;
- провести сравнительный анализ полученных расчетных данных с опытными.

Методы исследования: в процессе работы были применены теоретические и экспериментальные методы исследования.

Научная новизна диссертации. В данной работе представлен единый алгоритм расчета железобетонных элементов по нормальному сечению при постоянном действии нагрузки.

В данной работе разработана методика и реализован алгоритм расчета нормальных сечений железобетонных элементов на основе нелинейной деформационной модели в программном комплексе MathCAD.

Практическая значимость. Разработанный алгоритм может быть

рекомендован для расчетов изгибаемых железобетонных стержневых конструкций при проектировании.

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 3 глав, библиографического списка из 31 наименований и приложений. Работа изложена на 90 страницах машинописного текста, содержит 24 рисунка, 8 таблиц и 1 приложение.

# Глава 1 Основные положения по теме исследования

## 1.1 Диаграммы деформирования материалов

Классические модели деформирования изотропных и анизотропных твердых тел описываются в общем случае линейной теорией упругости, теорией пластичности и ползучести в зависимости от механических свойств материалов. Основные механические свойства материалов обнаруживаются в экспериментальных исследованиях на одноосное растяжение и сжатие стандартных образцов. По опытным значениям истинных напряжений  $\sigma$  и относительных деформаций  $\varepsilon$  строится некоторая кривая, так называемая, диаграмма материала на растяжение или сжатие.

Рассматриваемые диаграммы представлены основными для разработки алгоритма расчета. Обзор современных исследований диаграмм деформирования бетона и рекомендации по их описанию с учетом влияния различных факторов при однократном нагружении приведены в работах [3,9,10,12,14].

На сегодняшний день существует множество предложений для описания зависимости напряжений в бетоне от деформаций. Так, например, Н.Н. Попов [24] представил диаграмму деформирования бетона на сжатие зависимостью в виде полинома третьей степени:

$$\sigma_b = A_0 \cdot \varepsilon_b + B_0 \cdot \varepsilon_b^2 + C_0 \cdot \varepsilon_b^3 \quad (1.1)$$

где,  $\sigma_b$  – напряжения в бетоне

В работе В.Н. Байкова, С.В. Горбатова, З.А. Димитрова [1] эта же зависимость записана в виде полинома пятой степени:

$$\frac{\sigma_b}{R} = a \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_R} + b \cdot \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_R^2} + c \cdot \frac{\varepsilon^3}{\varepsilon_R^3} + d \cdot \frac{\varepsilon^4}{\varepsilon_R^4} + f \cdot \frac{\varepsilon^5}{\varepsilon_R^5} \quad (1.2)$$

Работа Иващенко Е.И. [11] предлагает исследовать диаграмму по следующей форме:

на первом участке:

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b, \quad (1.3)$$

Кроме того, предлагается фактическая диаграмма для построения,

Соответственно, на втором участке:

$$\sigma_b = a \cdot \varepsilon_b^5 + b \cdot \varepsilon_b^4 + c \cdot \varepsilon_b^3 + d \cdot \varepsilon_b^2 + e \cdot \varepsilon_b + f. \quad (1.4)$$

Г.В. Мурашкиным [22] предложено описывать закон деформирования бетона в виде экспоненциальной зависимости:

$$\sigma_b \varepsilon_b = a_c \cdot \varepsilon_b^{b_c} \cdot \exp \frac{-b_c \cdot \varepsilon_b}{p}, \quad (1.5)$$

Немного отличается от вышеперечисленных описание полной диаграммы деформирования бетона сплайн-функцией [19]. В данном случае вводятся параметрические точки состояния бетона при сжатии  $R_T^0, R_T^v, R_b, \sigma_k$  и растяжении  $R_{T,t}^0, R_t, \sigma_{k,t}$ .

Уравнения для описания диаграммы при сжатии:

$$\sigma_{bc} = E_b \cdot \varepsilon_b, \quad (1.6)$$

при  $0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bt}^0$

$$\sigma_{bc} = E_b \cdot \varepsilon_b + m_1 \cdot \varepsilon_b - \varepsilon_{b0}^0{}^2 + m_2 \cdot \varepsilon_b - \varepsilon_{b0}^0{}^3, \quad (1.7)$$

при  $\varepsilon_{bt}^0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bt}^v$

$$\sigma_{bc} = R_b + m_3 \cdot \varepsilon_R - \varepsilon_b{}^2 + m_4 \cdot \varepsilon_R - \varepsilon_b{}^3, \quad (1.8)$$

при  $\varepsilon_{bt}^v \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_R$

$$\sigma_{bc} = R_b + m_5 \cdot \varepsilon_b - \varepsilon_R{}^2, \quad (1.9)$$

где  $m_i$  – при граничных условиях, сплайн-коэффициенты.

В современной литературе отечественных и зарубежных авторов можно встретить разные варианты к аналитическому описанию между напряжениями и деформациями, например, в виде функциональных теоретических показателей. Достаточно полный обзор зависимостей



приведен в работах В.М. Бондаренко [4], А.В. Козлова [18], М.Л. Зака и Ю.П. Гущи [9], В.Я. Сухмана[30] и других. Однако, зависимости, разработанные под руководством Н.И. Карпенко [13], по мнению автора, являются более универсальными, они удобным образом входят в матрицы жесткости элементов, могут выражаться как через напряжения, так и через деформации.

Под исходными диаграммами деформирования материалов подразумеваются диаграммы деформирования при простом (монотонном) нагружении. Зависимость для описания исходной диаграммы деформирования бетона Н.И. Карпенко [12], Т.А. Мухамедиев, В.А. Ерышев и А.Н. Петров в своих трудах рекомендуют принимать в виде:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b \cdot \nu_b}, \quad (1.10)$$

где  $\sigma_b, \varepsilon_b, E_b, \nu_b$  – при этом коэффициент изменения секущего модуля напряжения, деформации и начальный модуль упругости бетона, которые, в свою очередь служат базовыми элементами последующего определения значений, и  $\nu_b$  – коэффициент, в вершине диаграммы:

$$\nu_b = \nu_b \pm \nu_0 - \nu_b \sqrt{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2}. \quad (1.11)$$

где,  $\nu_0$  – определение начального коэффициента изменения секущего модуля;

$\omega_1, \omega_2$  – коэффициенты, участвующие в построении дальнейших определений, причем  $\omega_2 = 1 - \omega_1$ ;

$\eta$  – приращения уровней относительных напряжений:

$$0 < \eta = \frac{\sigma_b - \sigma_{b,el}}{\sigma_b - \sigma_{b,el}}, \quad (1.12)$$

где  $\sigma_b - \sigma_{b,el} \geq 0$ ;  $\sigma_{b,el}$  – напряжение, отвечающее пределу упругости материала.

В формулах (1.10)...(1.12) знаки + , - - определяются в соответствии с назначением и определением направления основных параметрических значений.

С использованием (1.11) выведена зависимость для вычисления  $\nu_b$  через уровень деформаций.

## 1.2 Расчетные диаграммы состояния материалов

В отечественной литературе прибегают к упрощенным расчетам по двухлинейным, и трехлинейным (рис. 1, а, б). При трехлинейной диаграмме (рис. 1.1, а) относительные деформации и напряжения соответствующие им определяют как:

$$0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1}$$

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_b; \tag{1.13}$$

при  $\varepsilon_{b1} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b0}$

$$\sigma_b = \left( 1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right) \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} R_b \tag{1.14}$$

при  $\varepsilon_{b0} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b2}$

$$\sigma_b = R_b. \tag{1.15}$$

Значения напряжений  $\sigma_{b1}$ , относительных деформаций  $\varepsilon_{b1}$  и  $\varepsilon_{b2}$  (при непродолжительном действии нагрузки) соответственно принимают:

$\sigma_{b1} = 0,6R_b$ ,  $\varepsilon_{b1} = \frac{\sigma_{b1}}{E_b}$ ,  $\varepsilon_{b2}=0,0035$ . По двухлинейной диаграмме (рис. 1, б) формируются следующие параметры:

при,  $0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1}$ , где  $\varepsilon_{b1} = \frac{R_b}{E_{b,red}}$

$$\sigma_b = E_{b,red}\varepsilon_b; \quad (1.16)$$

при,  $\varepsilon_{b1} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b2}$

$$\sigma_b = R_b. \quad (1.17)$$

Линейные диаграммы учитывают только нелинейность деформаций ползучести и не описывают нелинейность упруго – мгновенных деформаций. В расчетах на прочность при проектировании конструкций на длительные эксплуатационные нагрузки статического характера такой подход вполне объясним. При кратковременных нагружениях, нагрузках динамического, сейсмического характера, изменяющихся по некоторым циклическим закономерностям, расчет конструкций необходимо выполнять с учетом необратимости части нелинейных упруго - мгновенных деформаций, их деформаций 2-го рода и псевдопластических деформаций.

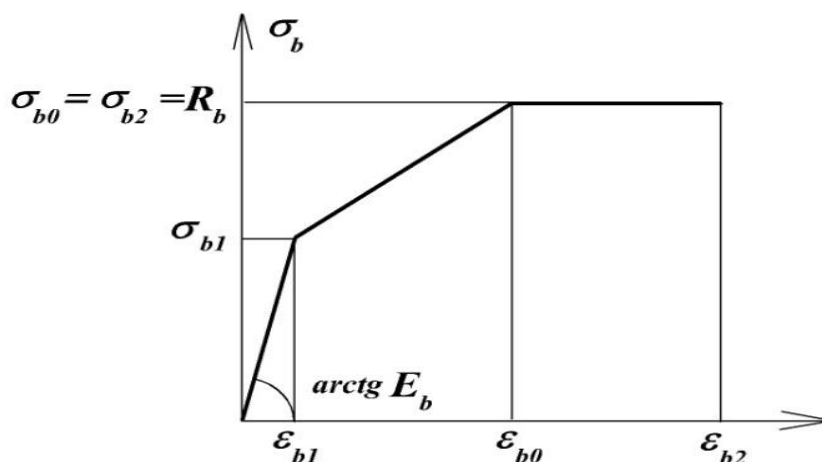


Рисунок 1 - Трехлинейная диаграмма состояния сжатого бетона

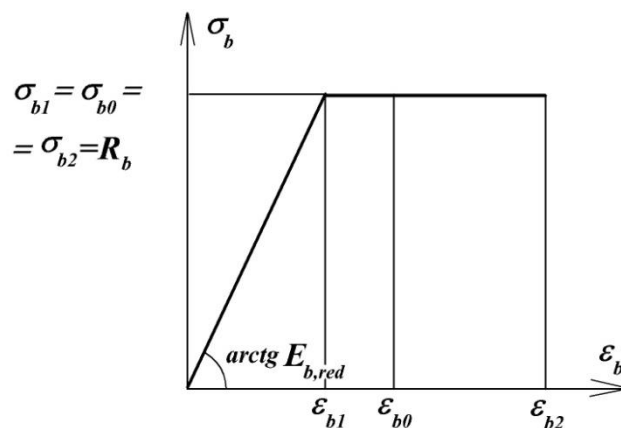


Рисунок 2 - Двухлинейная диаграмма состояния сжатого бетона

В таком случае образуются диаграммы с криволинейными участками, полностью отражающими основные характеристики в представленной работе зависимости.

Исходные диаграммы деформирования арматуры для железобетонных конструкций описываются двумя диаграммами. Основная диаграмма связывает напряжения  $\sigma_s$  с деформациями  $\varepsilon_s$  в трещине и описывается уравнениями для свободной арматуры, при этом в формулах (1.10) – (1.12) индекс  $b$  формально заменяется на индекс  $s$ . Вторичная диаграмма  $\sigma_s - \varepsilon_{sm}$  связывает напряжения в арматуре в трещинах  $\sigma_s$  со средними ее деформациями  $\varepsilon_{sm}$ , меньшими чем  $\varepsilon_s$ . Работу растянутого бетона на участке с трещинами учитывают коэффициентом  $\psi_s$  В.И. Мурашева [21]. Вводится коэффициент, так называемый средний, секущего модуля деформаций арматуры на участке между трещинами  $\nu_{sm}$ , который вычисляется по зависимостям (1.10) – (1.12), где коэффициенты заменяются на их значения для «средних» диаграмм. При определении параметров в формулах (1.10) – (1.12) авторы предложенной методики использовали опытные данные Ю.П. Гуца [6], Н.М. Мулина[20] и других.

при  $0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s0}$

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \quad (1.18)$$

Эта зависимость показывает основные положения при расчетных характеристиках

при  $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s2}$

$$\sigma_s = R_s \quad (1.19)$$

$\varepsilon_{s2}$  - максимальное значение деформаций определяющей границу пластического участка диаграммы, принимают равной  $\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{bu}$ .

$\varepsilon_{s0}$  - относительная часть деформаций, определяющаяся:

$$\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s}. \quad (1.20)$$

Такие параметры и обозначения определяют границу пластических и упругих участков, при которых значения определяются по формулам, указанным выше.

### **1.3 Выбор закона деформирования бетона для дальнейших исследований**

Ползучесть бетона проявляется в разной степени, в зависимости от видов нагружения конструкции при проведении теоретических и экспериментальных данных. В кратковременных моделях учитываются быстро возникающие деформации ползучести, которые относят к неупругим деформациям. Основная задача заключается в установлении нелинейных зависимостей между напряжениями и деформациями и прежде всего при одноосном напряжении.



Рисунок 3 - Отцентровка образца

В настоящее время предложено большое количество подходов к описанию диаграмм. Среди которых отличительной частью являются подходы предложенные следующими учеными: А.А. Гвоздевым [5], М.М. Холмянским.

Также в качестве расчетных диаграмм состояния бетона, определяющих связь между напряжениями и относительными деформациями, может быть использована криволинейная диаграмма, в том числе с ниспадающей ветвью.

Связь деформативных и прочностных свойств бетона отражается в диаграммах « $\varepsilon_b - \sigma_b$ » сжатия и « $\varepsilon_{bt} - \sigma_{bt}$ » растяжения, которые строятся по результатам испытаний стандартных образцов на сжатие или растяжение при пропорциональном увеличении нагрузки ступенями до разрушения. При монотонной нагрузке в качестве диаграммы являющейся базовой, если нет специальных указаний или ограничений на время

действия нагрузки и режим ее приложения, следует принимать диаграмму, получаемую при вертикальном действии нагружения, в случаях когда испытывают призму на прочность, и выдерживают при этом 24 часа.

В таком случае базовая диаграмма примет вид. Следует принимать:

$$\sigma_b = -R_{b,ser}; \quad \sigma_{b,el} = 0; \quad (1.21)$$

$$\nu_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b \cdot E_b}; \quad \eta = \frac{\sigma_b}{\sigma_b}; \quad (1.22)$$

$$\varepsilon_{b,el} = 0; \quad \eta_d = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b} \quad (1.23)$$

при,  $(\eta \leq 1; \eta_d \leq 1)$

$$\nu_0 = 1; \quad \omega_1 = 2 - 2,5\nu_b \quad (1.24)$$

при,  $(\eta \leq 1; \eta_d \geq 1)$

$$\nu_0 = 2,05\nu_b; \quad \omega_1 = 1,95\nu_b - 0,138.$$

В расчетах железобетонных конструкций с использованием диаграмм значения  $\sigma_b$  и  $\sigma_{bt}$  принимают равными нормативным значениям сопротивления бетона  $R_{b,n}$  и  $R_{bt,n}$ , а иногда и расчетным  $R_b, R_{bt}$  характеристикам бетона при сжатии и растяжении. Диаграммы сжатия и растяжения существенно отличаются своими параметрами: сопротивление бетона растяжению на порядок меньше чем на сжатие, а предельные деформации на сжатие  $\varepsilon_b$  в 15 раз превышают  $\varepsilon_{bt}$  на растяжение.

Деформативные свойства бетона характеризуются начальным модулем упругости -  $E_b$ , который в нормативных документах назначается при классе бетона по прочности на сжатие, т.е. ставится в соответствие с нормативной прочностью бетона. Начальный модуль упругости тяжелого бетона (МПа)

$$E_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_{b,el}} = 5,2 \cdot \frac{10^4 R}{18 + R} \quad (1.25)$$

где  $\varepsilon_{b,el}$  - упругие деформации бетона.

Данный модуль по бетону определяется при напряжениях  $\sigma_b = 0,2 \dots 0,3 \sigma_b$ , как тангенс угла наклона касательной к диаграмме из начала координат и характеризует только упругие свойства бетона. Полные деформации бетона при напряжениях  $\sigma_b$  составляют

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{b,el} + \varepsilon_{b,pl} \quad (1.26)$$

где  $\varepsilon_{b,pl}$  - пластические деформации, вызванные ползучестью бетона и зависящие от скорости нагружения и от уровня напряжений в бетоне (рис.2).

Упругие свойства бетона характеризуются коэффициентом упругости равным отношению линейной части деформации к общим

$$\nu_b = \frac{\varepsilon_{b,el}}{\varepsilon_b} = \frac{\varepsilon_{b,el}}{(\varepsilon_{b,el} + \varepsilon_{b,pl})} \quad (1.27)$$

В нормативных документах принимается: при кратковременном действии нагрузки  $\nu_b = 0,45$ ; при длительном  $\nu_b = 0,1 \dots 0,15$ .

В расчетных зависимостях диаграммы удобно характеризовать: секущим модулем ( $E_b^{sea} = E_b \nu_b$  - при сжатии,  $E_{bt}^{sea} = E_b \nu_{bt}$  - при растяжении), численно равным тангенсу угла наклона  $\alpha$  прямой  $OM$  к оси  $\varepsilon_b$ ; касательным модулем  $E_b \nu_b^k$ , численно равным тангенсу угла наклона  $\theta^k$  касательных линий диаграммы к оси деформации. Секущий (упруго - пластический) и касательный модули меньше начального модуля упругости бетона  $E_b$  ( $\nu_b$  и  $\nu_b^k$  - меньше единицы). Средняя величина  $\nu_b = 0,45$ , принимается этому значению по нормативным документам, нормам и правилам.

В случае медленного нагружения в конструкции элемента возникают пластические деформации, и чем больше времени занимает процесс нагружения, тем величина пластических деформаций возрастает.

Псевдопластические деформаций - образование трещин, в период изменения направления ветви диаграммы. Значения параметров



экспериментальных диаграмм деформирования бетона определяются уровнем и точностью используемой измерительной техники, силового оборудования и квалификацией исполнителя. Большинство экспериментальных данных получают с использованием механических, электротензометрических и акустических приборов и методов, а анализ результатов проводится пока по усредненным данным (т.е. данным, представляющим бетон в объеме каждого отдельно рассматриваемого элемента тела, однородным материалом). В современных исследованиях бетона начали применяться рентгеноскопия, микроскопия и микрофотография, а также метод ртутной параметрии и термодфектоскопия, что позволяет вести структурный анализ бетона с позиций композитного материала.

## Выводы к первой главе

Выводы на основании проведенного анализа материала по исследуемой теме:

- Существуют различные предложения по диаграммному представлению зависимостей «деформации-напряжения» материалов. Некоторые из них, рекомендуемы для применения на практике;
- Наиболее точно характеризующими связь напряжений от деформаций являются зависимости, предложенные [6, 12, 13];
- Для дальнейших исследований принята диаграмма деформирования бетона и арматуры с физической площадкой текучести материалов, предложенная Н.И. Карпенко, которая универсальна для выражения как через деформации, так и через напряжения.

## Глава 2 Диаграммы деформирования стержневых конструкций при постоянном действии нагрузки

### 2.1 Криволинейные диаграммы деформирования бетона при расчете железобетонных конструкций

Зависимость основных параметров при расчет конструкций из железобетона, относительно деформации-напряжения, может быть использована криволинейная диаграмма, в том числе с ниспадающей ветвью (рис. 4).

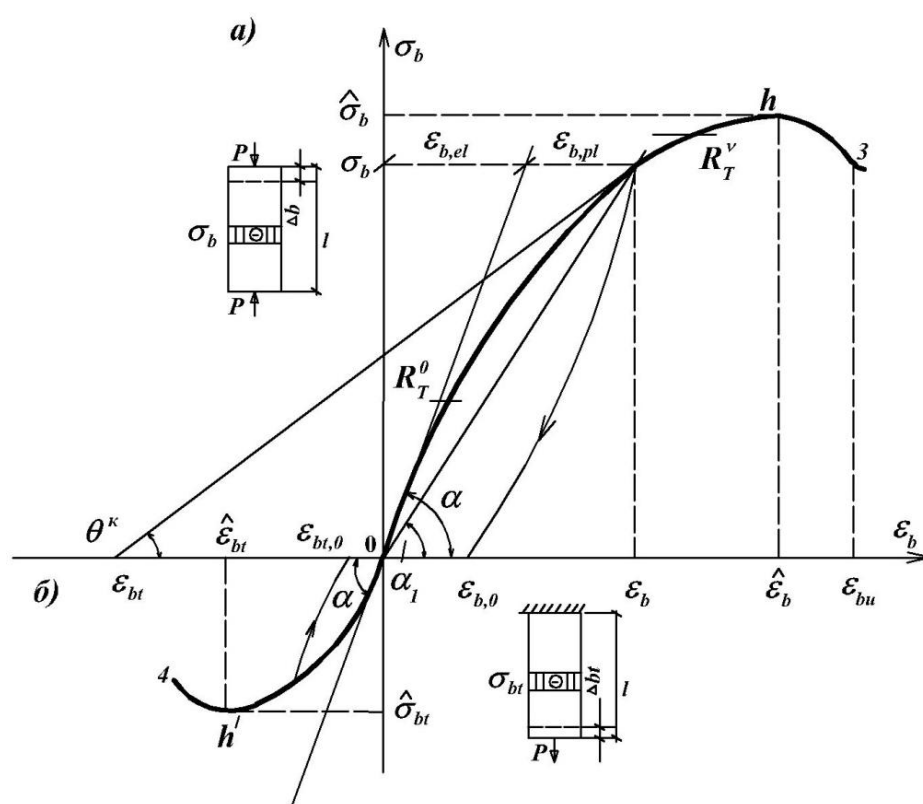


Рисунок 4 - Диаграммы деформирования бетона на сжатие и растяжение

Связь деформативных и прочностных свойств бетона отражается в диаграммах « $\epsilon_b - \sigma_b$ » сжатия (рис. 3) и « $\epsilon_{bt} - \sigma_{bt}$ » растяжения (рис. 3, б), которые строятся по результатам испытаний стандартных образцов на сжатие или растяжение при пропорциональном увеличении нагрузки ступенями до разрушения. В расчетах конструкций на кратковременное действие монотонной нагрузки в качестве исходной диаграммы одноосного сжатия (растяжения) бетона, если нет специальный указаний

или ограничений на время действия нагрузки и режим ее приложения, следует принимать диаграмму, получаемую при одноосном нагружении стандартных образцов-призм (или восьмерок) с постоянными скоростями роста деформаций для отрезка времени до вершины диаграммы  $t - t_0 = 1 - 24$  суток, где  $t_0$  – возраст бетона к началу нагружения.

При проведении испытаний, и добавления одноосной нагрузки, необходимо принимать следующие параметры, приведенные ниже:

для обеих ветвей диаграммы:

$$\sigma_b = -R_{b,ser}; \quad \sigma_{b,el} = 0;$$

$$\nu_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b \cdot E_b}; \quad \eta = \frac{\sigma_b}{\sigma_b}; \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{b,el} = 0; \quad \eta_d = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b}. \quad (2.2)$$

$$(\eta \leq 1; \eta_d \leq 1)$$

$$\nu_0 = 1; \quad \omega_1 = 2 - 2,5\nu_b. \quad (2.3)$$

$$(\eta \leq 1; \eta_d \geq 1)$$

$$\nu_0 = 2,05\nu_b; \quad \omega_1 = 1,95\nu_b - 0,138. \quad (2.4)$$

В расчетах железобетонных конструкций с использованием диаграмм значения  $\sigma_b$  и  $\sigma_{bt}$  принимают равными нормативным значениям сопротивления бетона  $R_{b,n}$  и  $R_{bt,n}$ , а иногда и расчетным  $R_b, R_{bt}$  характеристикам бетона при сжатии и растяжении. Диаграммы сжатия и растяжения существенно отличаются своими параметрами: сопротивление бетона растяжению на порядок меньше чем на сжатие, а предельные деформации на сжатие  $\varepsilon_b$  в 15 раз превышают  $\varepsilon_{bt}$  на растяжение.

Деформативные свойства бетона характеризуются начальным модулем упругости -  $E_b$ , который в нормативных документах назначается при классе бетона по прочности на сжатие, т.е. ставится в соответствие с нормативной прочностью бетона. Начальный модуль упругости тяжелого бетона (МПа)

$$E_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_{b,el}} = 5,2 \cdot \frac{10^4 R}{18 + R}, \quad (2.5)$$

Модуль упругости бетона определяется при напряжениях  $\sigma_b = 0,2 \dots 0,3 \sigma_b$ , как тангенс угла наклона касательной к диаграмме из начала координат и характеризует только упругие свойства бетона. Полные деформации бетона при напряжениях  $\sigma_b$  составляют

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{b,el} + \varepsilon_{b,pl}, \quad (2.6)$$

где  $\varepsilon_{b,pl}$  - пластические деформации, вызванные ползучестью бетона и зависящие от скорости нагружения и от уровня напряжений в бетоне (рис.1.3,а, б).

Упругие свойства бетона характеризуются коэффициентом упругости равным отношению линейной части деформации к общим

$$\nu_b = \frac{\varepsilon_{b,el}}{\varepsilon_b} = \frac{\varepsilon_{b,el}}{(\varepsilon_{b,el} + \varepsilon_{b,pl})}. \quad (2.7)$$

В нормативных документах принимается: при кратковременном действии нагрузки  $\nu_b = 0,45$ ; при длительном  $\nu_b = 0,1 \dots 0,15$ .

В расчетных зависимостях диаграммы удобно характеризовать: секущим модулем ( $E_b^{sea} = E_b \nu_b$  - при сжатии,  $E_{bt}^{sea} = E_b \nu_{bt}$  - при растяжении), численно равным тангенсу угла наклона  $\alpha$  прямой  $OM$  к оси  $\varepsilon_b$ ; касательным модулем  $E_b \nu_b^k$ , численно равным тангенсу угла наклона  $\theta^k$

касательных линий диаграммы к оси деформации. Секущий (упруго – пластический) и касательный модули меньше начального модуля упругости бетона  $E_b(\nu_b u \nu_b^k$  – меньше единицы). В расчетах железобетонных конструкций согласно СНиП 2.03.01-84\* [26] принимается средняя величина модуля  $E_b \nu_b$ , где  $\nu_b = 0,45$ .

Значения параметров экспериментальных диаграмм деформирования бетона определяются уровнем и точностью используемой измерительной техники, силового оборудования и квалификацией исполнителя. Большинство экспериментальных данных получают с использованием механических, электротензометрических и акустических приборов и методов, а анализ результатов проводится пока по усредненным данным (т.е. данным, представляющим бетон в объеме каждого отдельно рассматриваемого элемента тела, однородным материалом). В современных исследованиях бетона начали применяться рентгенокопия, микроскопия и микрофотография, а также метод ртутной параметрии и термодфектоскопия, что позволяет вести структурный анализ бетона с позиций композитного материала.

## **2.2 Диаграмма деформирования арматуры с физической площадкой текучести**

В расчетах железобетонных конструкций, как правило, используют условные диаграммы, которые и рассматриваются ниже. На диаграмме арматуры два участка – линейный, и нелинейный.

Далее представлена зависимость при построении диаграммы

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s \nu_s}, \quad (2.8)$$

в этом случае  $\varepsilon_s$  - общие деформации, которые образуются из упругих  $\varepsilon_{s,el}$  и пластических  $\varepsilon_{s,p}$ ,

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s,el} + \varepsilon_{sp}, \quad (2.9)$$

$\sigma_s$  - напряжения,  $\nu_s$  - коэффициент изменения секущего модуля ( $\nu_s E_s$  - секущий модуль).  $E_s$  - модуль упругости,

$$\varepsilon_{s,el} = \sigma_s / E_s \quad (2.10)$$

Из этого следует

$$\nu_s = \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{s,el} + \varepsilon_{s,p}}, \quad (2.11)$$

Такой коэффициент указывает на прямую зависимость двух величин, и отношение пластических деформаций к общим.

Фиксированные значения  $\varepsilon_{s,el}$  установить сложно, поэтому эти напряжения зачастую отождествляют с напряжениями  $\sigma_{s0,01}$  или  $\sigma_{s0,02}$ , которым соответствуют остаточные (пластические) деформации, равные соответственно 0,01% и 0,02% ( $\varepsilon_{sp} = 0,0001 - 0,0002$ ). Важную роль в вычислениях имеет точка на диаграмме с напряжениями  $\sigma_{s0,2}$ . Этим напряжениям отвечают пластические деформации  $\varepsilon_{sp} = \varepsilon_{s0,2} = 0,2\%$  ( $\varepsilon_{sp} = 0,002$ ). Значения этих напряжений составляет величину равную ( $R_{sn}$ ) при расчете конструкций по предельным состояниям ( $\sigma$  - среднеквадратичные отклонения значений  $\sigma_s$  приведены в нормах и правилах. Последней характерной точкой является точка в вершине диаграммы. Напряжения в вершине диаграммы ниже обозначаются  $\sigma_{su}$  или  $\hat{\sigma}_s$ , а деформации  $\hat{\varepsilon}_{su}$  или  $\hat{\varepsilon}_s$ .

Согласно (4.4) основной величиной, необходимой для определения  $\nu_s$ , является величина пластической деформации  $\varepsilon_{sp}$ . Имеется много предложений по определению  $\varepsilon_{sp}$  (их обзор, например, дан в [39, 41]). Следующие определения:

- А.Е. Надаи [54] (на участке  $\sigma_{s0,01} \leq \sigma_s \leq \sigma_{s0,2}$ )

$$\varepsilon_{sp} = \varepsilon_{s0,2} \left( \frac{\sigma_s - \sigma_{s0,01}}{\sigma_{s0,2} - \sigma_{s0,01}} \right); \quad (2.12)$$

- ЕКБ (по предложению Ф. Бергеса) [37]

$$\varepsilon_{sp} = 0,002 \left( \frac{\sigma_s - 0,716\sigma_{s0,2}}{0,284\sigma_{s0,2}} \right); \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_{sp} = \frac{3,5 + a\Delta\sigma_s}{17,5 - b\Delta\sigma_s}, \quad (2.14)$$

где  $\Delta\sigma_s = \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_{s0,2}} - 1 \right) \cdot 100\%$ ,  $a, b$  – эмпирические коэффициенты;

$$\varepsilon_{sp} = k\sigma_s^n, \text{ или } \varepsilon_{sp} = a \left( \frac{\sigma_s}{\hat{\sigma}_s} \right)^m, \quad (2.15)$$

где  $k, n, a, m$  – эмпирические параметры;

$$\varepsilon_{sp} = m \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_{s0,2}} - \eta \right)^n, \quad (2.16)$$

здесь

$$\eta = \sigma_{s,el} / \sigma_{s0,2}; \quad m = 0,002 / (-\eta)^m; \quad n \approx 3.$$

Имеется ряд предложений по непосредственному определению  $\nu_s$ .

Н.М. Мулин и Ю.П. Гуца [54] рекомендовали вычислять  $\nu_s$  при  $\sigma_{s0,2} \leq \sigma_s \leq \hat{\sigma}_s$  по формуле

$$\nu_s = \hat{\nu}_s + \left( \nu_{s0,2} - \hat{\nu}_s \right) \left[ \chi^n + (-A)\chi \right], \quad (2.17)$$

где  $\hat{\nu}_s$  и  $\nu_{s0,2}$  – значения  $\nu_s$ , соответствующие вершине диаграммы и напряжениям  $\sigma_{s0,2}$ ;

$$\nu_{s0,2} = \frac{\sigma_{s0,2}}{4000 + \sigma_{s0,2}}; \quad \hat{\nu}_s = \frac{\hat{\sigma}_s}{60000 + \hat{\sigma}_s} \quad (2.18)$$

$\chi$  – относительный уровень напряжений (здесь  $\sigma_{s0,2}$  и  $\hat{\sigma}_s$ ),

$$\chi = \frac{\hat{\sigma}_s - \sigma_s}{\hat{\sigma}_s - \sigma_{s0,2}}, \quad (2.19)$$

$n$  – показатель степени, зависящий от вида стали.



В целом ряде работ используется диаграмма в виде ломаной линии, состоящая из двух или трех участков.

$$\nu_{si} = \frac{\sigma_{s2} - \sigma_{s1} \cdot \nu_{si}}{\sigma_{si} - \sigma_{s1} \left( \frac{\sigma_{s2} - \sigma_{s1}}{\nu_{s2}} \right) + \sigma_{s1} (\sigma_{s2} - \sigma_{s1})}, \quad (2.20)$$

$$(\sigma_{si} \leq 0,9\sigma_{s0,2}), \quad (2.21)$$

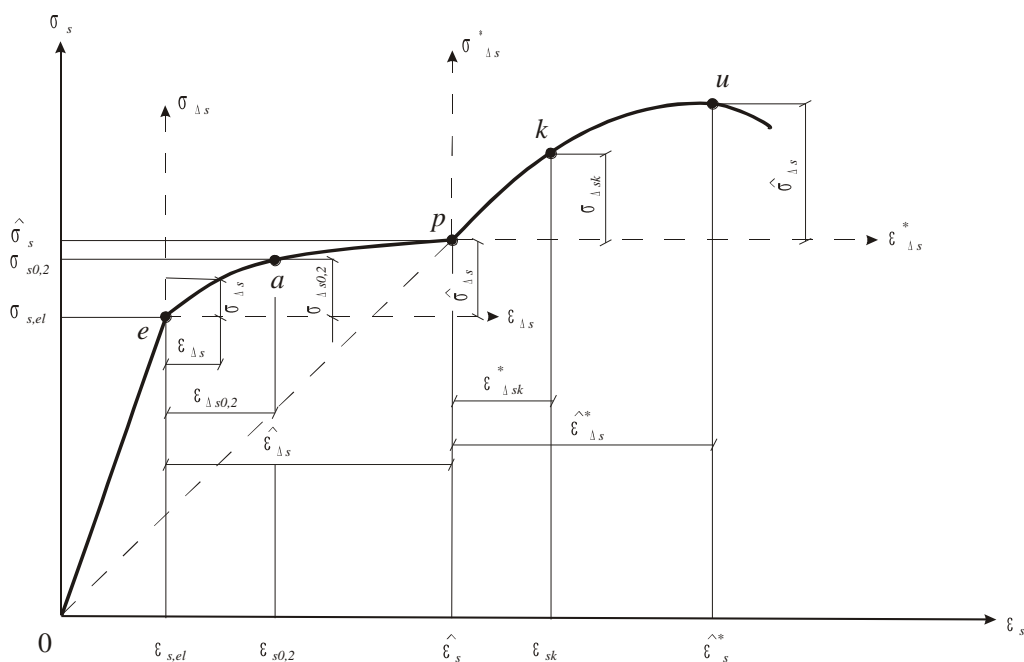


Рисунок 5 - Диаграммы деформирования арматуры с площадкой текучести

### 2.3 Основные теоретические предпосылки к методике описания и расчету диаграмм деформирования материалов в программном комплексе Mathcad Prime 3.1

В последние годы теория железобетона совершенствуется путём учета нелинейности деформирования бетона, которая наблюдается при нагружении конструкции. Это позволяет не только уточнить несущую способность железобетонного элемента, но и представить его напряженное состояние близкое к действительности.

До развития деформационных методов расчета в теории железобетона традиционно рассматривали сечение, проходящее по трещине, что имеет некоторые недостатки. Во-первых, любые предположения о форме эпюры напряжений и ее максимальной ординате в сечении с трещиной – весьма приближенные, так как над трещиной возникает слишком сложное напряженное состояние, дополненное неоднородностью бетона. Во-вторых, для сечения с трещиной практически невозможно воспользоваться законом распределения деформаций по высоте.

В настоящее время в нормативные документы [31] начали включать диаграммную методику расчета стержневых конструкций, которая была разработана еще в 1987. Упрощенная инженерная методика расчета деформаций, разработанная под руководством А.С. Залесова, никак не связывается с диаграммной методикой, разработанной в СП [31]. Она заменяет методику, указанную в [19], разработки которой велись под руководством А.А. Гвоздева.

Диаграммный метод является универсальным, так как и методика А.С. Залесова, и методика А.А. Гвоздева могут быть представлены в виде ее частных случаев.

## **Выводы ко второй главе**

В данной главе детально рассмотрены вопросы, касающиеся описания диаграмм деформирования бетона и арматуры с физической площадкой текучести, в частности:

- методика описания криволинейных диаграмм деформирования бетона при кратковременном действии нагрузки при расчете железобетонных элементов;
- методика описания диаграмм деформирования арматуры с физической площадкой текучести;
- основные теоретические предпосылки к методике описания и расчет диаграмм деформирования материалов в программном комплексе Mathcad Prime 3.1.

Теория, изложенная в данных вопросах, является основополагающей для построения и расчета диаграмм деформирования бетона и арматуры с физической площадкой текучести.

## **Глава 3 Основные положения метода расчета железобетонных элементов по диаграммной методике**

### **3.1 Инженерные методы расчета деформаций**

В последние годы теория железобетона совершенствуется путём учета нелинейности деформирования бетона, которая наблюдается при нагружении конструкции. Это позволяет не только уточнить несущую способность железобетонного элемента, но и представить его напряженное состояние близкое к действительности.

До развития деформационных методов расчета в теории железобетона традиционно рассматривали сечение, проходящее по трещине, что имеет некоторые недостатки. Во-первых, любые предположения о форме эпюры напряжений и ее максимальной ординате в сечении с трещиной – весьма приближенные, так как над трещиной возникает слишком сложное напряженное состояние, дополненное неоднородностью бетона. Во-вторых, для сечения с трещиной практически невозможно воспользоваться законом распределения деформаций по высоте.

В настоящее время в нормативные документы [31] начали включать диаграммную методику расчета стержневых конструкций, которая была разработана еще в 1987. Упрощенная инженерная методика расчета деформаций, разработанная под руководством А.С. Залесова, никак не связывается с диаграммной методикой, разработанной в СП [31]. Она заменяет методику, указанную в [19], разработки которой велись под руководством А.А. Гвоздева.

Диаграммный метод является универсальным, так как и методика А.С. Залесова, и методика А.А. Гвоздева могут быть представлены в виде ее частных случаев.

### **3.2 Современные методы расчета железобетонных конструкций (диаграммный метод)**

К эффективным программным комплексам, позволяющим выполнять расчет конструкций по нелинейной деформационной модели методом конечных элементов, относятся программы NASTRAN, ANSYS, COSMOS(США), DIANA(Голландия), ROBOT (Франция), STARK(Россия), ЛИРА, SCAD (Украина), COMSOL (Швеция). Автор работы [22] предлагает использовать математический пакет COMSOL, и в своей работе демонстрирует расчет железобетонной статически определимой балки прямоугольного сечения без предварительного напряжения. Величины прогиба натурального эксперимента и результата расчета представляют отклонение в размере 6,03% и 34,98% - для прогибов. COMSOL позволяет производить корректное объемное моделирование изгибаемых железобетонных элементов.

Воронин З.А. в своей работе [19] использовал деформационную модель, предложенную Карпенко Н.И. По завершению работы автор сообщает, однако выполненные расчеты по разработанной методике. Расхождение экспериментальных и прогибов конструкций не превышает 7% в области линейно-упругих деформаций арматуры и 12% в области неупругих деформаций арматуры.

Все чаще в основу новых методик расчета конструкций входят полные диаграммы деформирования бетона и арматуры, так, например, Косенко В.В. в своей работе [25] использует их для разработки методики статического расчета с учетом дефектов, изменения жесткостей и перераспределения усилий. Данная методика реализована в программном комплексе MGBD3-SERIALN и имеет достаточную для инженерных расчетов точность.

Применение нелинейной деформационной модели нашло и в трудах И.И. Овчинникова [28], взаимодействующих с хлоросодержащей средой.

Разработанные

Обширные экспериментальные исследования провел Бамбура А.Н. по оценке напряженно-деформированного состояния железобетонного сечения на любом этапе нагрузки вплоть до его разрушения. Автор разработал аналитический аппарат позволяющий оценивать нормальные сечения двутаврового, таврового, прямоугольного, круглого и кольцевого сечений обычных и преднапряженных изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов. Статистический анализ сопоставления результатов расчетов, что разработанная методика обеспечивает необходимую надежность конструкций. Автор подводит итог, что сравнение результатов расчетов на примере перearмированной предварительно напряженной балки, по нормам DINи СНиП показывает сходимость. Однако данные нормы имеют общий недостаток – использование прямоугольных эпюр в сжатой зоне бетона, что в большинстве случаев приводит к переоценке до 30% несущей способности конструкций. Выполнена оптимизация армирования балки, что позволило уменьшить её армирование на 18,3 %, а её несущую способность увеличить на 17%.

В диссертации Д.С. Тошина алгоритм расчета по деформационной модели с учетом нелинейных диаграмм бетона реализован в компьютерной программе Visual Basic. В данной в сечении с трещиной при разгрузке. Она учитывает в зоне бетона с трещинами, а также растягивающие напряжения в арматуре. Предложенный метод может быть использован при расчете на повторные нагружения и при усилении железобетонных конструкций, поскольку он позволяет оценивать снижение жесткости изгибаемых элементов при разгрузке.

Данный алгоритм взят за основу расчета в настоящей работе, что в дальнейшем даст возможность учесть работу конструкции при постоянном нагружении.

### **3.3 Расчетная модель сечения железобетонного элемента**

При разработке модели и алгоритма расчета сечения по деформационной модели были использованы труды Ерышева, В.А., Карпенко Н.И. Тошина Д.С. Соколова Б.С.[9,16,18]. Современные нормативные документы [17] так же предлагают расчет по прочности, жесткости и трещиностойкости по нелинейной деформационной модели.

Соколов Б.С. описывает деформационный метод расчета с использованием упрощенных диаграммах деформирования бетона и арматуры [18]. Автор считает, что недостаточная информированность об исходных данных (характеристики материалов, нагрузки, условия эксплуатации и т.п.) дает основание выполнять расчет с допустимой точностью. Так для бетона принимается диаграмма Прандтля, а для арматуры двухлинейная или трехлинейная диаграмма в зависимости от наличия физической границы текучести. Несмотря на заключение автора исследования в настоящей работе применяется полная диаграмма описания деформаций материалов, однако необходимость рассматривать не только одно сечение с трещиной учтена и применяется в настоящем алгоритме.

Тошин Д.С. в своей работе [16] уточняет положения и предпосылки, положенные в основу деформационной модели и приводит в качестве примера прямоугольное сечение, которое при однократном статическом нагружении разбивается на отдельные малые участки в виде бетонных полосок (Рис.14.). При этом число полосок назначается произвольно.

В настоящей работе используется прямоугольное расчетное сечение при действии изгибающего момента. Полоски, на которые разбивается сечение, будут иметь разную площадь, в зависимости от того, где они

располагаются. При этом для правильного расчета, граница нижней полки в верхней полке или граница верхней полки в нижней полке сечения должна быть строго в рамках полки железобетонного элемента. Эти параметры описываются математически с помощью программы Mathcad.

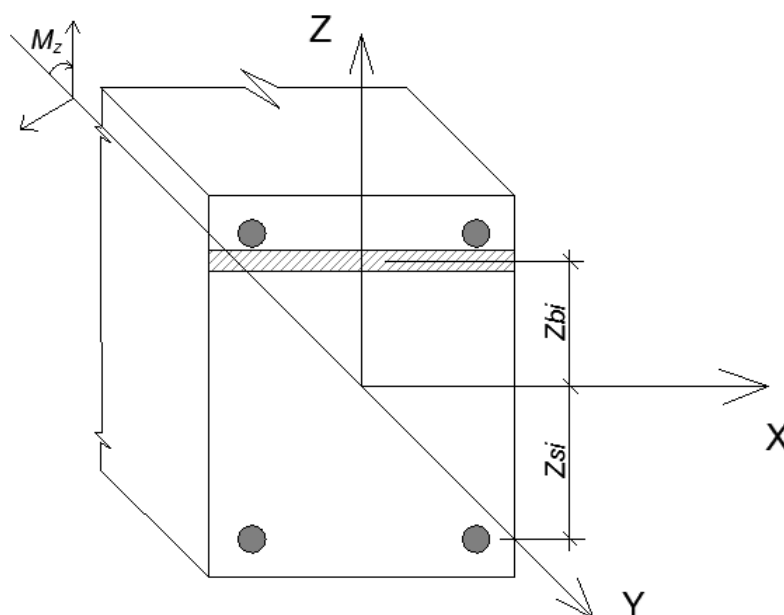


Рисунок 6 - Расчетное сечение прямоугольного железобетонного элемента при действии изгибающего момента

По достижению некоторой нагрузки, нормальное сечение характеризуется тремя качественными зонами (Рис. 4): сжатая зона (1), растянутая зона (2) которая находится между нейтральной осью и вершиной трещины и зона трещины (3) [16].



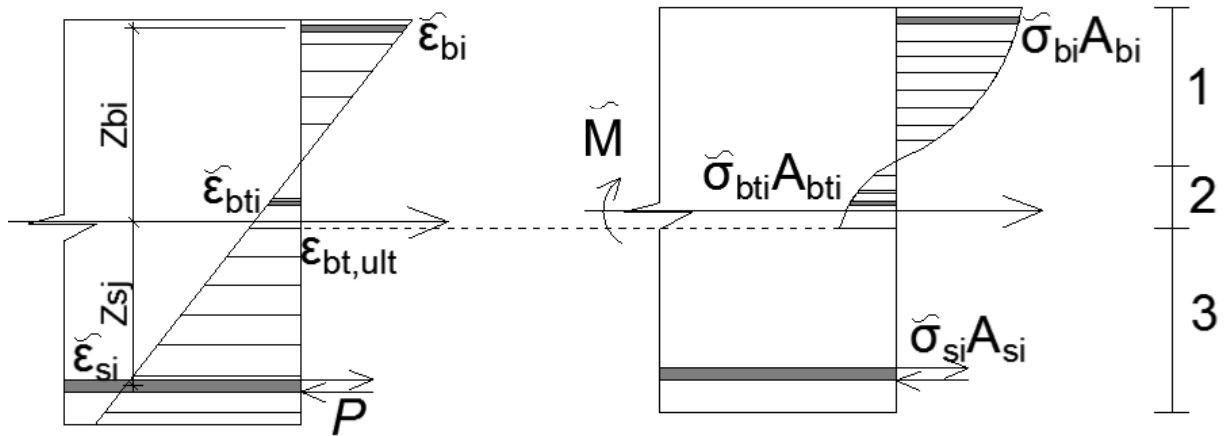


Рисунок 7 - Распределение деформаций и напряжений по высоте сечения при изгибающем моменте: 1 – сжатая зона; 2 – растянутая зона; 3 – зона трещины

Нелинейная деформационная модель использует в нормальном сечении элемента. Изгибающий момент:

$$M = \sum \sigma_{bi} * A_{bi} * z_{bxi} + \sum \sigma_{sj} * A_{sj} * z_{bxj}; \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r} * z_{bi}; \quad (3.2)$$

$$\sigma_{bi} = E_b * \nu_{bi} * \varepsilon_{bi}. \quad (3.3)$$

Сопротивление бетона в расчете можно не учитывать, поскольку раскрытие трещин в пределах допустимых значений разрешается [17].

### 3.4 Алгоритм реализации в программном комплексе

Для расчета по нелинейной деформационной модели использовалась программа Mathcad. Данная программа позволяет все методы для расчета конструкций автоматизированным способом с применением всех теоретических и инженерных параметров. При вводе исходных данных основных параметров сечения в документ результаты рассчитываются автоматически.

На основании данной программы возможно определение теоретического значения текущего и предельного момента.

Алгоритм приведен в таблице № 1.

Таблица 1- Вспомогательные блоки.

№ п/п	Описание этапа	Основные расчетные выражения и величины на языке программирования Mathcad
1	2	3
	Определение основных параметров рассматриваемого сечения	
	Количество участков ( $n_L \approx 10$ ), вертикальные сечения	$n_L$ – кол-во вертикальных сечений
	В середине каждого участка длиной $\Delta L$ , в точке с координатой $x_i$ по формулам строительной механики определяются изгибающий момент  После этого для каждого из сечений выполняют расчет прочности, жёсткости по нелинейной деформационной модели согласно п.п. 3-21 данного алгоритма	$M_i, i = 0..n_L$

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	<p>Расчет прочности, жёсткости каждого из сечений</p>	
	<p>Сечение представляем в виде прямоугольного сечения, заменив пустоты прямоугольниками, эквивалентными по площади и моменту инерции. Записываются параметры сечения; модуль упругости бетона и арматуры; кол-во уровней армирования; количество арматурных стержней в уровне; диаметр арматуры; координата расположения центра тяжести арматуры относительно продольной оси; начальный коэффициент упругости; предельное напряжение; предельные относительные деформации; количество полосок по высоте, на которые разбивается сечение, усилие предварительного напряжения в арматуре</p>	<p><math>h'_f</math> – толщина верх. полки; <math>b'_f</math> – ширина верх. полки; <math>h_c</math> – высота стенки; <math>b_c</math> – ширина стенки; <math>h_f</math> – толщина нижн. полки; <math>b_f</math> – ширина нижн. полки; <math>E_b</math>, <math>E_s</math>, <math>n_s</math>, <math>n_{sk}</math>, <math>d_{sj}</math>, <math>z_{sj}</math>, <math>\nu_0</math>, <math>\sigma_{bпред}</math>, <math>\varepsilon_{bпред}</math>, <math>n</math>, <math>\sigma_{sp}</math></p>

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	<p>Записываются выражения для математического описания сечения и полосок, на которые разбивается это сечение</p> <p><math>l_z</math> определяет толщину полоски, в зависимости от выбранного количества полосок (так если <math>n = 100</math>, то общее количество полосок будет равно 400);</p> <p><math>z_b</math> определяет координату каждой полоски в массиве</p>	<p>1) <math>l'_{zf} := \frac{h'_f}{n}; z'_{bf} := -\frac{h}{2} - \frac{l'_{zf}}{2}, -\frac{h}{2} - \frac{l'_{zf}}{2} + l'_{zf} \dots - \frac{h}{2} + \frac{l'_{zf}}{2}</math></p> <p>2) <math>l'_z := \frac{h_c}{2*n}; z'_b := -\frac{h}{2} - \frac{l'_z}{2}, -\frac{h}{2} - \frac{l'_z}{2} + l'_z \dots - \frac{l'_z}{2}</math></p> <p>3) <math>l_z := \frac{h_c}{2*n}; z_b := \frac{l_z}{2}, \frac{l_z}{2} + l_z \dots \frac{h_c}{2} - \frac{l_z}{2}</math></p> <p>4) <math>l_{zf} := \frac{h_f}{n}; z_{bf} := \frac{l_z}{2}, \frac{l_z}{2} + l_z \dots \frac{h_c}{2} - \frac{l_z}{2}</math></p>
	<p>Массивы координат полосок объединяются в единый массив <math>z_{bi}</math></p>	<p><math>z_{bi} := stack(z'_{bf}, z'_b, z_b, z_{bf})</math></p>
	<p>Записываются показатели в упругой постановке задачи</p>	<p><math>v_{bi} := 1; v_{sj} := 1</math></p>
	<p>Вычисляются массивы площадей полосок в сечении</p>	<p>1) <math>A'_{bf} := z'_{bf} * 0 + 1 * l'_{zf} * b'_f;</math></p> <p>2) <math>A'_b := z'_b * 0 + 1 * l'_z * b_c</math></p> <p>3) <math>A_b := (z_b * 0 + 1) * l_z * b_c</math></p> <p>4) <math>A_{bf} := z_{bf} * 0 + 1 * l_{zf} * b_f</math></p>

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	<p>Определяется массив площадей арматурных стержней, если количество уровней <math>n_s &gt; 1</math>. Если арматура располагается только в растянутой зоне или арматурой в сжатой зоне можно пренебречь <math>n_s = 1</math></p>	$A_{bi} := \frac{\pi}{4} * d_{sj}^2 * n_{sk}$
1	<p>Определяются жесткостные характеристики</p>	$D_{11} := \Sigma_{A_{bi} * z_{bi}^2 * E_b} * \nu_{bi}$ $+ \Sigma_{A_{bi} * z_{bi}^2 * E_s} * \nu_{sj}$ $D_{12} := \Sigma_{A_{bi} * z_{bi} * E_b} * \nu_{bi}$ $+ \Sigma_{A_{bi} * z_{sj} * E_s} * \nu_{sj}$ $D_{21} := D_{12}$ $D_{22} := \Sigma A_{bi} * E_b * \nu_{bi}$ $+ \Sigma A_{bi} * E_s * \nu_{sj}$ $D := \begin{matrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{matrix}$
	<p>Рассчитывается кривизна <math>1/r=k</math></p>	$k := \frac{M}{D_{11} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}}}$
	<p>Рассчитывается деформация относительно продольной оси <math>\varepsilon_0</math></p>	$\varepsilon_0 := \frac{-D_{12}}{D_{22}} * k$

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	Получаем массив деформаций в каждой полоске сечения	$\varepsilon_{bi} := \varepsilon_0 + k * Z_{bi}$
	По полученным деформациям уточняем коэффициенты изменения секущих модулей	
	Уточняем по диаграмме деформирования $\nu_{bi}$ в сжатой зоне бетона:	
	Для того чтобы отделить сжатую зону от растянутой, необходимо воспользоваться оператором программирования в следующих выражениях	$f(\varepsilon_{bi}) := \begin{cases} X \leftarrow \varepsilon_{bi} \\ \text{if } \varepsilon_{bi} > 0 \\ X \leftarrow 0 \\ \text{return } X \end{cases}$ $\varepsilon_{bcжат} := -1 * f(\varepsilon_{bi})$
	По представленным формулам определяются следующие значения	$\nu_{bпред} := \frac{\sigma_{bпред}}{\varepsilon_{bпред} * E_b}$ $\omega_1 := 2 - 2.5 * \nu_{bпред}$ $\omega_2 := 1 - \omega_1$ $\eta_b := \frac{\varepsilon_{bcжат}}{\varepsilon_{bпред}}$

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	<p>Пользуемся квадратным уравнением для определения <math>v_b</math></p>	$a := \frac{v_{b\text{пред}}^2 - \omega_2 * \eta_b^2 * (v_0 - v_{b\text{пред}})}{v_{b\text{пред}}}$ $b := - \frac{2 * v_{b\text{пред}}^2 - \omega_1 * \eta_b * (v_0 - v_{b\text{пред}})}{v_{b\text{пред}}}$ $c := - v_0^2 - 2 * v_0 * v_{b\text{пред}}$ $v_b := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
	<p>Определяется массив напряжений для каждой полоски сжатой зоны бетона</p>	$\sigma_{b\text{сжат}} := \varepsilon_{b\text{сжат}} * v_b * E_b$

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	<p>Воспользуемся оператором программирования</p>	$f v_b$ $n \leftarrow \text{rows } v_b$ $m \leftarrow \text{rows } \sigma_{bcжат}$ $\text{for } i \in 1..n$ $\text{if } \sigma_{bcжат_i} = 0$ $v_{b_i} \leftarrow \sigma_{bcжат_i}$ $\text{return } v_b$ $v_{bcжат} := f v_b$
	<p>Уточняем по диаграмме деформирования <math>v_{bi}</math> в растянутой зоне бетона:</p>	
	<p>Определяются следующие значения</p>	$v_{btпред} := \frac{0.6 + 0.15 * \frac{R_{bt}n}{25}}{\gamma_{btg}}$ $\varepsilon_{btпред} := \frac{\sigma_{btпред}}{v_{btпред} * E_b}$ $X \leftarrow \varepsilon_{bi}$ $\text{if } \varepsilon_{bi} < 0$ $X \leftarrow 0$ $f(\varepsilon_{bi}) := \text{if } \varepsilon_{bi} > \varepsilon_{btпред}$ $X \leftarrow 0$ $\text{return } X$ $\varepsilon_{btраст} := f(\varepsilon_{bi})$ $\omega_1 := 2 - 2.5 * v_{btпред}$ $\omega_2 := 1 - \omega_1$ $\eta_b := \frac{\varepsilon_{btраст}}{\varepsilon_{btпред}}$



Продолжение таблицы 1

1	2	3
	<p>Пользуемся квадратным уравнением для определения <math>v_{bt}</math></p>	$a := \frac{v_{btпред}^2 - \omega_2 * \eta_b^2 * (v_0$ $b := - \frac{2 v_{btпред}^2 - \omega_1 * \eta_b * (v_0$ $c := - v_0^2 - 2 * v_0 * v_{btпред}$ $v_{bt} := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
	<p>Определяется массив напряжений для каждой полоски растянутой зоны бетона</p>	$\sigma_{btпред} := \varepsilon_{btраст} * v_{bt} * E_b$
	<p>Воспользуемся оператором программирования</p>	$f \ v_{bt}$ $n \leftarrow rows \ v_{bt}$ $m \leftarrow rows \ \sigma_{btраст}$ $for \ i \in 1..n$ $:=$ $if \ \sigma_{btраст_i} = 0$ $v_{bt_i} \leftarrow \sigma_{btраст_i}$ $return \ v_{bt}$ $v_{btраст} := f \ v_{bt}$
	<p>Полученные коэффициенты изменения секущих модулей для сжатой и растянутой зоне, объединяем в одном массиве.</p>	$v_{b.bt} := v_{btраст} + v_{бсжат}$

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	<p>Полученные уточненные коэффициенты с помощью операторов программирования уточняются в процессе итерации</p>	
	<p>Итерация осуществляется с помощью оператора программирования while</p>	<pre> i ← 0 while i &lt; Z   v<sub>bi</sub> ← v<sub>b.bt</sub>   п. п. 10 f Z := ...   п. п. 16   i ← i + 1 return v<sub>b.bt</sub> </pre>
	<p>Количество итераций назначается в ручную и подставляется вместо значения Z, например, чтобы выполнить 100 итераций, необходимо произвести запись в следующем виде: f 100</p>	$v_{b.bt} := f \ 100$
	<p>Уточнение текущих жесткостных характеристик.</p>	
	<p>Чтобы определить текущую жесткость элемента и кривизну после итерации, необходимо выполнить еще одну итерацию</p>	<p>п.п.10-13</p>

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	<p>Для того чтобы построить диаграммы деформаций по высоте сечения «<math>z_{bi} - \varepsilon_{bi}</math>» и напряжений по высоте сечения «<math>z_{bi} - \sigma_{bi}</math>», необходимо воспользоваться п.п. 14,15</p>	<p>п.п. 14,15</p>
	<p>В каждом сечении плиты перекрытия с координатой <math>x_i</math> по нелинейной деформационной модели вычисляют текущий и предельный момент</p>	<p><math>M_{ulb}</math></p>

### 3.5. Сравнение опытных и расчетных данных

Для проведения сравнительного анализа в качестве опытных данных были выбраны значения деформаций арматуры, бетона и момента, полученные из опытов, проводимых Ж.С. Нугужиновым (МГСУ) под руководством Б.С. Расторгуева, и Д.С. Тошиным (ТГУ) под руководством В.А. Ерышева.

Для получения опытных данных, авторами были использованы линейные элементы балочного типа, нагружение которых выполнялось по однопролетной двухопорной схеме с приложением двух равных сосредоточенных сил в пролете.

Из ряда опытных образцов Ж.С. Нугужинова были выбраны образцы серии Б.1, сечением 160x100мм, с рабочей арматурой в растянутой зоне. Расчетные характеристики:  $\sigma_b = 372 \text{ кг/см}^2$ ,  $\varepsilon_b = 0,00200$ ,  $M_p = 10 \text{ кНм}$ . В балке Б.1.3 принята рабочая арматура диаметром 12 мм, в балке Б.1.4 – рабочая арматура диаметром 16 мм. Из данных опытов Д.С. Тошина в качестве исследуемых были отобраны образцы серии Б.2, имеющие следующие расчетные характеристики: сечение 200x120,  $\sigma_b = 300 \text{ кг/см}^2$ ,  $\varepsilon_b = 0,00200$ ,  $M_p = 7,23 \text{ кНм}$ , сечение 200x120, с рабочей арматурой в растянутой зоне диаметром 8 мм.

Сравнение результатов расчета с опытными данными выполнялось по средним деформациям арматуры растянутой зоны и деформациям крайнего сжатого волокна бетона (рис.3.5).

Получены удовлетворительные результаты сравнения опытных и расчетных данных. Наибольшее расхождение отмечается по деформациям в арматуре с момента трещинообразования, что свидетельствует о необходимости учета работы растянутого бетона в последующих уточнениях программы расчета в MathCAD.

В таблицах приведена относительная величина уровня напряжений:

$$\eta = \frac{M_i}{M_{разр}} \quad (3.4)$$

$M_i$  – изгибающий момент, зависящий от этапа нагружения;

$M_{разр}$  – разрушающий изгибающий момент.

Таблица 2 – сравнение опытных и расчетных данных

№ этапа нагру жения	Текущий момент $M, кН/м$	Значение предельного момента	Уровень напряжений $\eta$	$\epsilon_b(10^{-5})$	$\epsilon_s(10^{-5})$
1	0	7,29	0	0	0
2	2,2599	7,29	0.31	32	58
3	3,0618	7,29	0.42	48	92
4	3,7908	7,29	0.52	59	142
5	4,8114	7,29	0.66	68	169
6	5,3946	7,29	0.74	74	203
7	5,9049	7,29	0.81	83	219
8	6,4881	7,29	0.89	116	231
9	6,9984	7,29	0.96	121	237
10	7,2931202	7,29	1	160	250

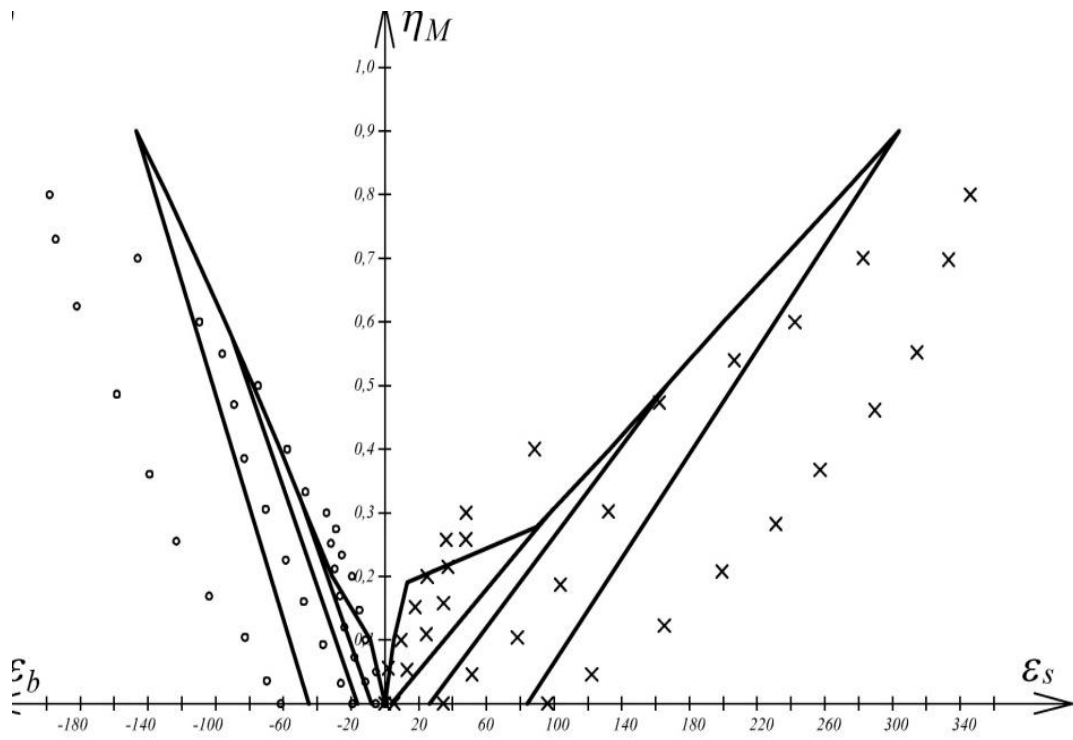


Рисунок 8 - Расчетные и опытные Ж.С. Нугужина, балка Б1.1,

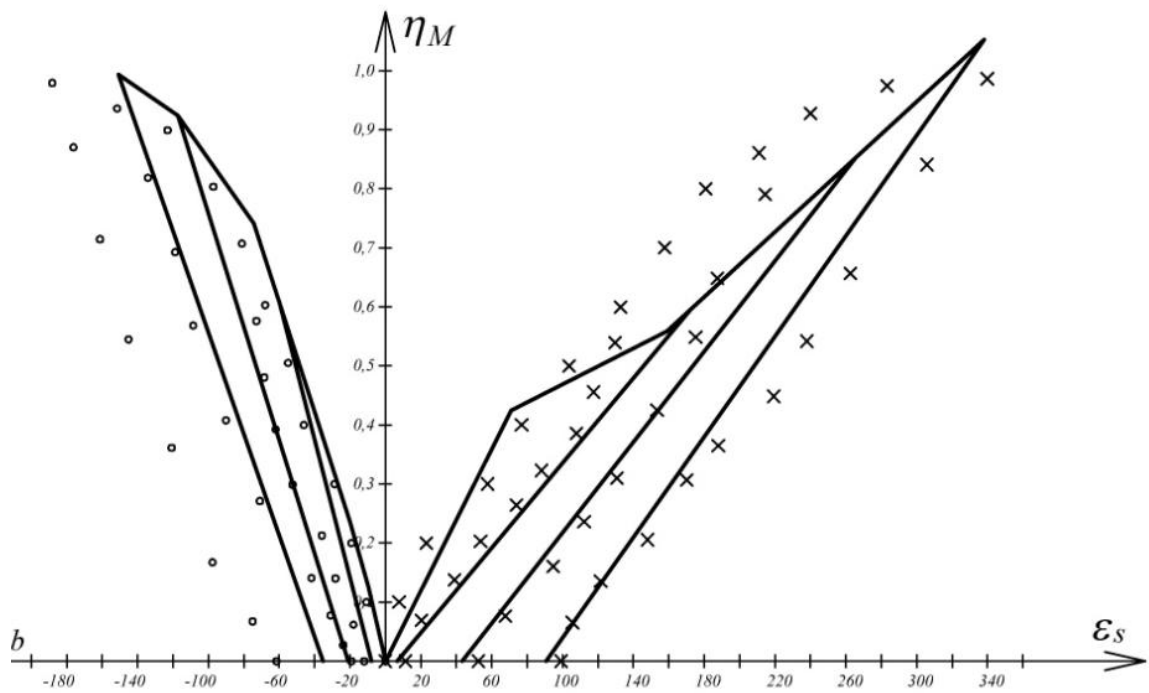


Рисунок 9 - Расчетные и опытные данные Д.С. Тошина.

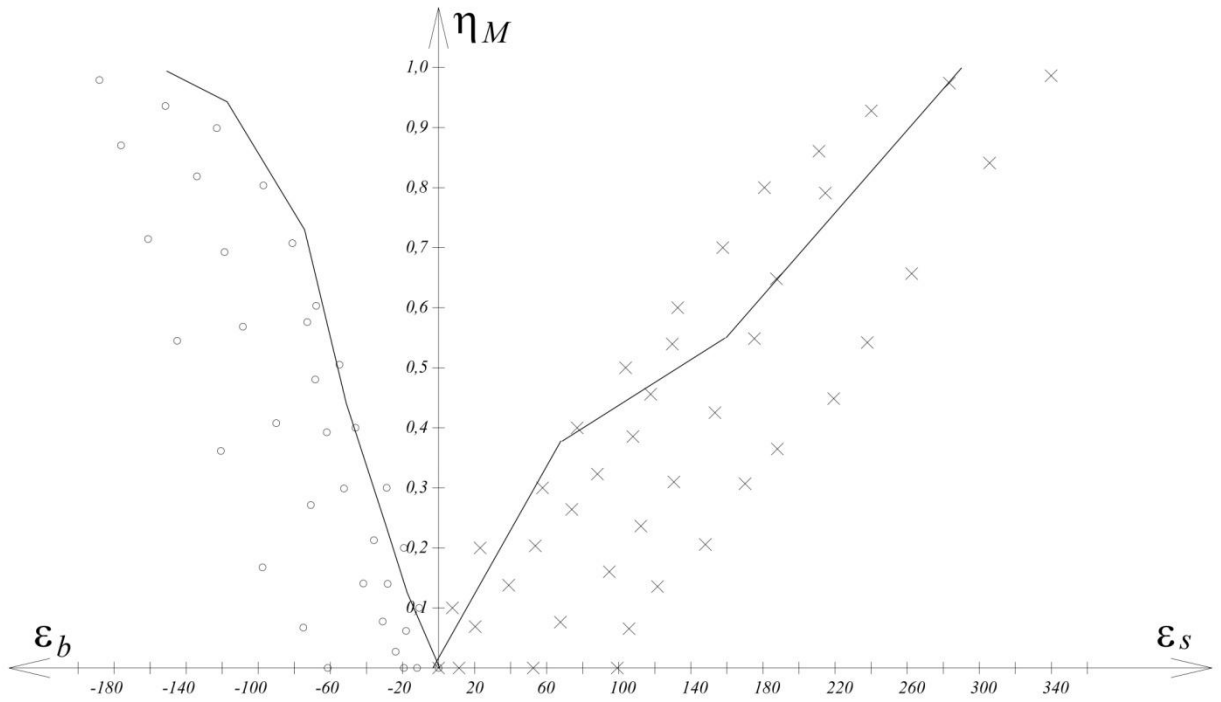


Рисунок 10 - Сравнение расчетных данных с опытными Ж.С. Нугужина, балка Б1.1,

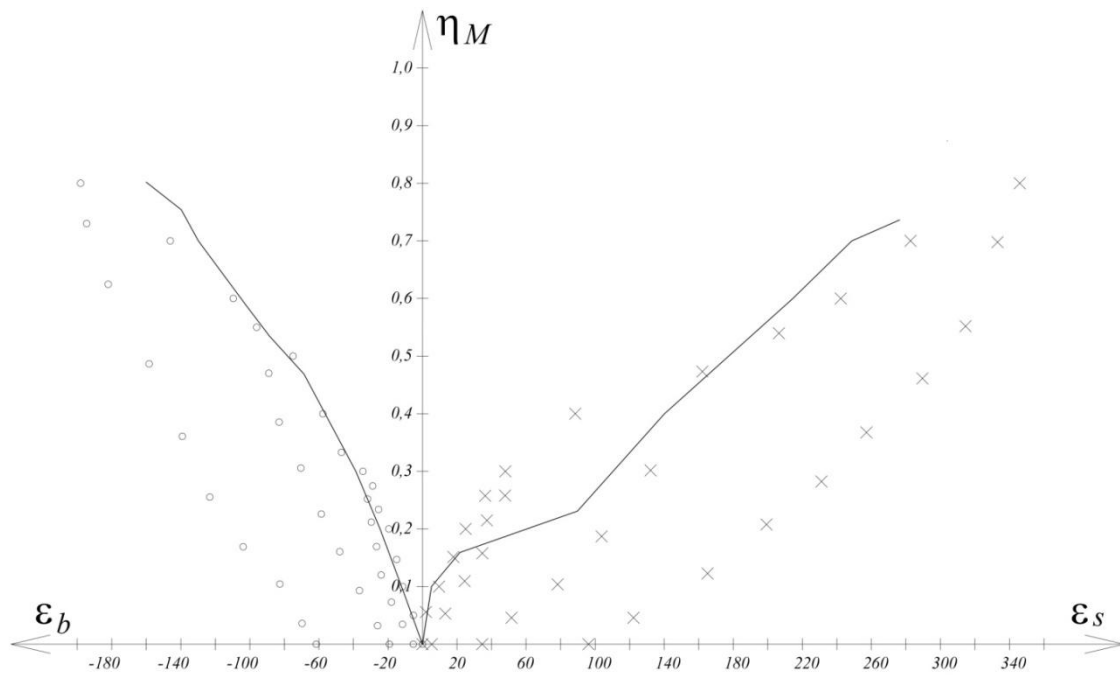


Рисунок 11 - Сравнение расчетных данных с опытными Д.С. Тошина

Также проведения и получения результатов принимались значения по результатам значения полученных на лабораторной работе:

Опытный образец - призма размерами поперечного сечения  $b \times h = 145 \times 300$  мм ( $L_{A1}$  и  $L_1$ ), площадью поперечного сечения равна  $214,6 \text{ см}^2$  устанавливается между подвижной и неподвижной плитами, перед началом испытания произведена отцентровка образца. Показания снимались по датчикам 1 и А. (Рисунок 6,7,8,9).

Осевые деформации измерялись с помощью индикаторов часового типа с ценой деления 0,01, установленных на каждой грани образца, соединенных между собой. Помимо осевых деформаций с помощью индикаторов измерялись поперечные деформации. Нагрузка при испытании увеличивалась пропорционально, ступенями по 0,1 от Р разр. Выдержка в каждой ступени – 5 мин. После чего снимались показания с приборов.

Разрушение опытного образца произошло хрупко с шумовым эффектом, по продольной оси испытываемого образца.





Рисунок 12 - Отцентровка



Рисунок 13 - Датчик 1



Рисунок 14 - Датчик 2

Таблица 3— Результаты испытания

№	P, кг	$\sigma=P/A_B,$ кг/см <sup>2</sup>	$\xi_1=\Delta_1/L_1,$ 10 <sup>-5</sup>	$\xi_A=\Delta_A/L_A,$ 10 <sup>-5</sup>	$\Delta_1,$ мм	$\Delta_A,$ мм	$\theta=\xi_1-2\xi_A$	$\mu=\xi_A/\xi_1$
0	0	0	0,00	0,00	0	0	0,00	0,00
1	10000	46,60	26,67	0,00	0,08	0	26,67	0,00
2	20000	93,20	48,33	3,45	0,145	0,005	41,44	0,07
3	30000	139,79	70,00	10,34	0,21	0,015	49,31	0,15
4	40000	186,39	101,67	17,24	0,305	0,025	67,18	0,17
5	50000	232,99	126,67	27,59	0,38	0,04	71,49	0,22
6	60000	279,59	156,67	41,38	0,47	0,06	73,91	0,26
7	65000	302,89	173,33	55,17	0,52	0,08	62,99	0,32
8	70000	326,19	196,67	82,76	0,59	0,12	31,15	0,42
9	74000	344,83	-	-	-	-	0	-
10	Разрушение							

L1- база измерений осевых деформаций;

La - база измерений поперечных деформаций;

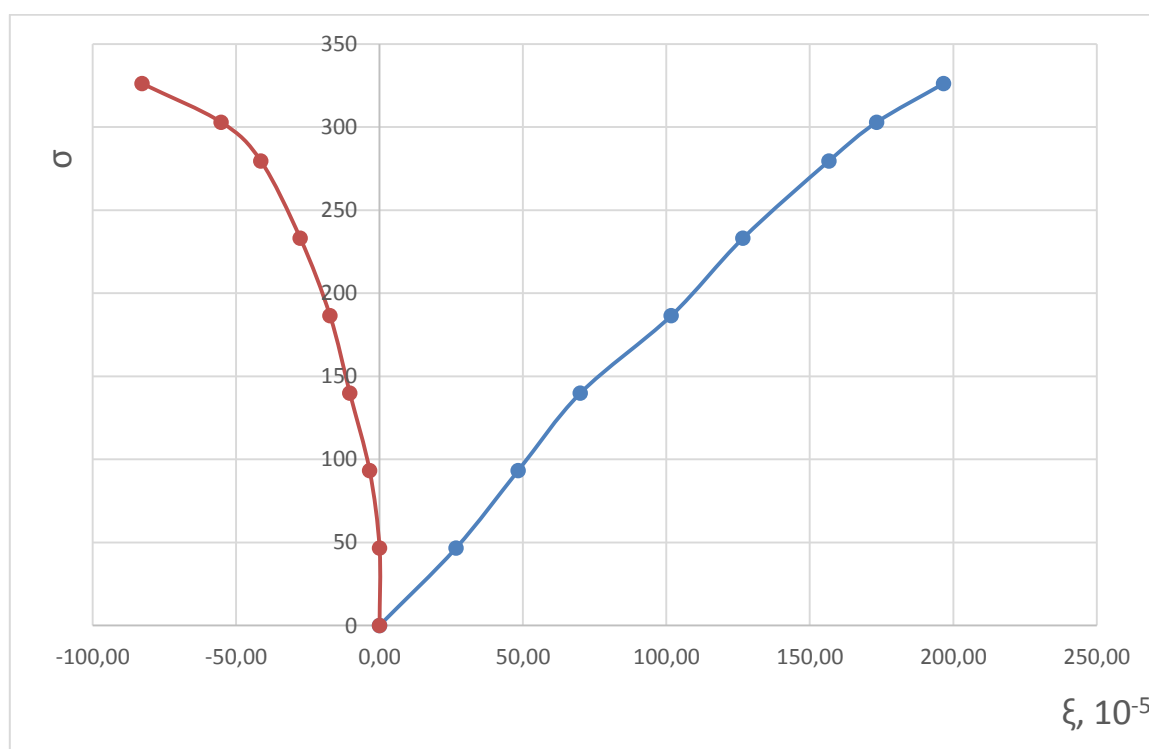
По значениям относительных деформаций вычисляются объемные деформации

$$\theta = \xi_1 - 2\xi_A \quad (3.5)$$

и коэффициент Пуассона

$$\mu = \xi_A / \xi_1 \cdot 2\xi_A \quad (3.6)$$

По табличным данным строится диаграмма изменения бетона с ростом нагрузки (Рисунок 4).



а) диаграмма поперечных деформаций

б) диаграмма осевых деформаций

Рисунок 15 - Диаграмма бетона на сжатие

Фактическая диаграмма деформирования бетона имеет криволинейный характер выгнутый к оси напряжения.

На основании результатов испытаний и диаграмм деформирования бетона определяем следующие характеристики и строим графики в координатах. (Рисунок 10,11,12).

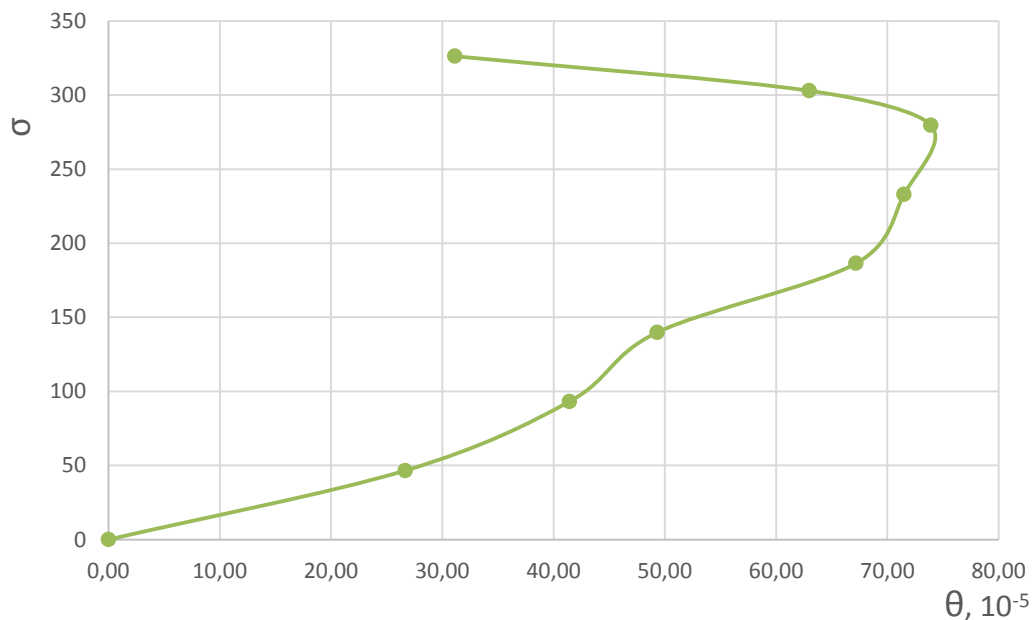


Рисунок 16 - График  $\sigma$ в -  $\theta$

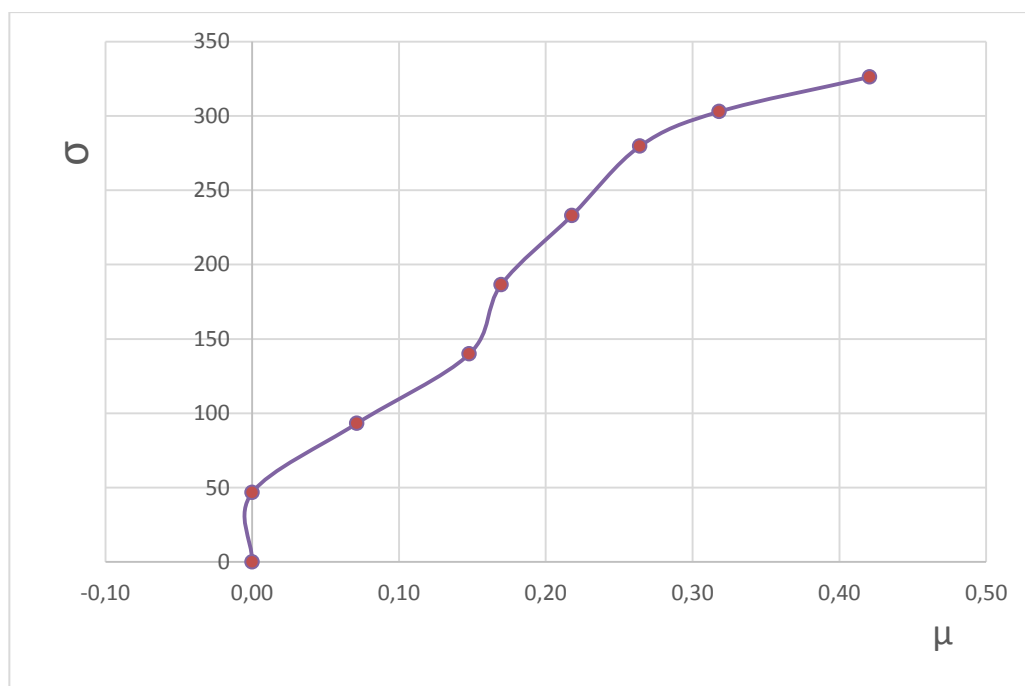


Рисунок 17 - График  $\sigma$ в -  $\mu$

На низких уровнях  $\theta$  уменьшаются, а осевые превалируют над поперечными.

Расчет прочности сечения железобетонного элемента по 2-хлинейной диаграмме.

Основным действием в расчете прочности изгибаемого ж/б элемента является проверка уравнения равновесия.

Исходные данные:

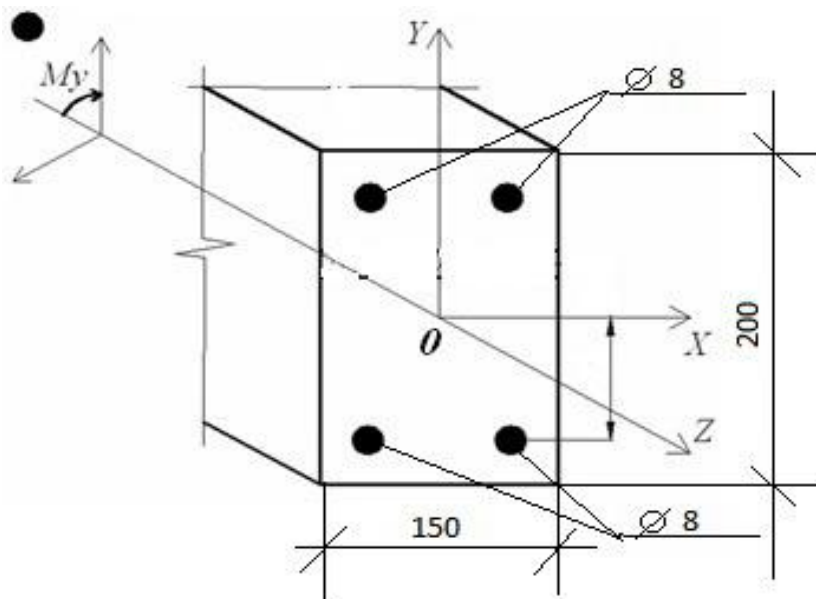


Рисунок 18 - Основное сечение

Арматура АIII диаметр=8 мм, S поперечного сечения= 0,503 см<sup>2</sup>;

Расчетные сопротивления арматуры для предельных состояний I группы

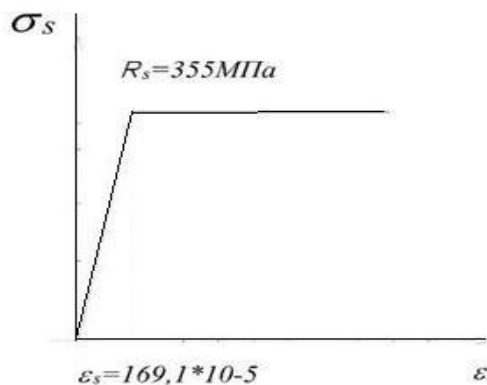


Рисунок 19 - Диаграмма растяжения арматуры

$$\varepsilon_s = \frac{R_s}{E_s} = \frac{355 \text{ МПа}}{210000 \text{ МПа}} = 169,1 * 10^{-5}$$

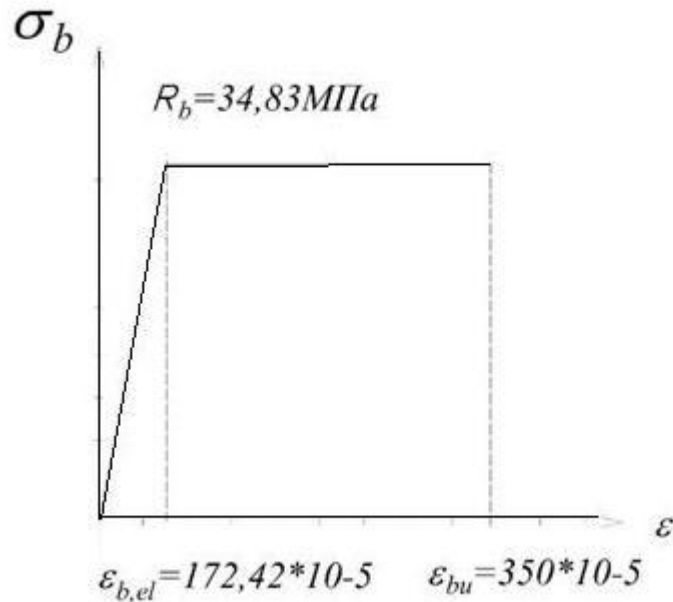


Рисунок 20 - Диаграмма сжатия бетона

$$\varepsilon_{b,el} = \frac{R_b}{E_b} = \frac{34,83 \text{ МПа}}{200000 \text{ МПа}} = 172,42 * 10^{-5}$$

$$x = \frac{\varepsilon_{bu} * h_0}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_s} = \frac{350 * 10^{-5} * 175 \text{ мм}}{350 * 10^{-5} - 169,1 * 10^{-5}} = 118 \text{ мм}$$

$$R_b * b * x - \frac{1}{2} * h_i * R_b + \sigma_s * A_s = 0$$

$$\chi = \frac{l}{r} = \frac{\varepsilon_{bu}}{x} = \frac{\varepsilon_{b,el}}{h_i} = \frac{350 * 10^{-5}}{118 \text{ мм}} = 2,966 * 10^{-5} \text{ мм}$$

$$h_i = \frac{\varepsilon_{b,el} * x}{\varepsilon_{bu}} = \frac{350 * 10^{-5}}{118 \text{ мм}} = 58 \text{ мм}$$

$$\frac{R_b * b}{\chi} \left( \varepsilon_{bu} - \frac{\varepsilon_{b,el}}{2} \right) + R_{si} * A_{si} = 0$$

$$\frac{34,48 \text{ МПа} * 150 \text{ мм}}{2,966 * 10^{-5} \text{ мм}^{-1}} \left( 350 * 10^{-5} - \frac{172,42 * 10^{-5}}{2} \right) + 4 * 355 \text{ МПа}$$

$$* 50,3 \text{ мм}^2 = 395000,1$$

$$\chi = \frac{l}{r} = \frac{\epsilon_{bu}}{\chi_c}; \chi_c = \epsilon_{bu} * r;$$

$$\frac{\epsilon_{bu}}{\chi_c} = \frac{\epsilon_{bu} * r}{x_1}; x_1 = \epsilon_{b1} * \frac{\chi_c}{\epsilon_{bu}};$$

Уравнение равновесия:

$$R_b * b * \chi_c - \chi_{c1} = \frac{1}{2} R_b * b * x_1 + G_{si} * A_{si} = 0;$$

$$R_b * b * \chi_c - x_1 + \frac{x_1}{2} + G_{si} * A_{si} = 0;$$

$$R_b * b * \epsilon_{bu} * r - \frac{\epsilon_{b1}}{r} + G_{si} * A_{si} = 0;$$

$$R_b * b * \epsilon_{bu} * r - \frac{\epsilon_{b1}}{r} + G_{si} * A_{si} = 0;$$

Отсюда следует что элемент недостаточно армировано, следовательно

Определяем значение  $\epsilon_b^{(1)} = \epsilon_{bu} - \Delta\epsilon; \Delta\epsilon = 0,1\epsilon_{bu} = 35 * 10^{-5}$ ;

Производим 7 итераций, при  $\epsilon_b^{(1)} = 350 * 10^{-5} - 7 * 35 * 10^{-5} = 105 * 10^{-5}$

При  $\epsilon_{bu} = 105 * 10^{-5}$  проверочное уравнение:

$$\frac{34,48 \text{ МПа} * 150 \text{ мм}}{4,1 * 10^{-5} \text{ мм}^{-1}} * 105 * 10^{-5} - \frac{172,42 * 10^{-5}}{2} + 4 * 355 \text{ МПа} * 50,3 \text{ мм}^2 = 1261,2$$

$$M = R_b * b * x_i * h_0 - \frac{x_i}{2} + \frac{1}{2} * R_b * b * (h_0 - x + \frac{1}{3} * h_i + \sigma_s * A_s h_0 - \text{азаш, слоя} = 4,2 \text{ кнм};$$

$$M = 34,83 \text{ МПа} * 15 \text{ см} * 5,8 \text{ см} * 17,5 \text{ см} - \frac{5,8 \text{ см}}{2} + \frac{1}{2} * 34,83 \text{ МПа} * 15 \text{ см} * (17,5 \text{ см} - 11,8 \text{ см} + \frac{1}{3} * 5,8 \text{ см} + 355 \text{ МПа} * 0,503 \text{ см}^2 * 17,5 \text{ см} - 2,5 \text{ см} = 4,2 \text{ кнм};$$

При  $\sigma_s = 472 \text{ Мпа}$ :

$$M = 34,83 \text{ МПа} * 15 \text{ см} * 5,8 \text{ см} * 17,5 \text{ см} - \frac{5,8 \text{ см}}{2} + \frac{1}{2} * 34,83 \text{ МПа} * 15 \text{ см} (17,5 \text{ см} - 11,8 \text{ см} + \frac{1}{3} * 5,8 \text{ см} + 472 \text{ МПа} * 0,503 \text{ см}^2 * 17,5 \text{ см} - 2,5 \text{ см} = 6,58 \text{ кНм};$$

Расчет прочности сечения железобетонного элемента по 3-хлинейной диаграмме.

Согласно СП 52-101-2003 Железобетонные элементы рассчитывают по прочности на действие изгибающих моментов, продольных сил; поперечных сил, крутящих моментов и на местное действие нагрузки (местное: сжатие, продавливание).

В качестве расчетных диаграмм состояния бетона, определяющих связь между напряжениями и относительными деформациями, принимают трехлинейную и двухлинейную диаграммы (рисунок 15).

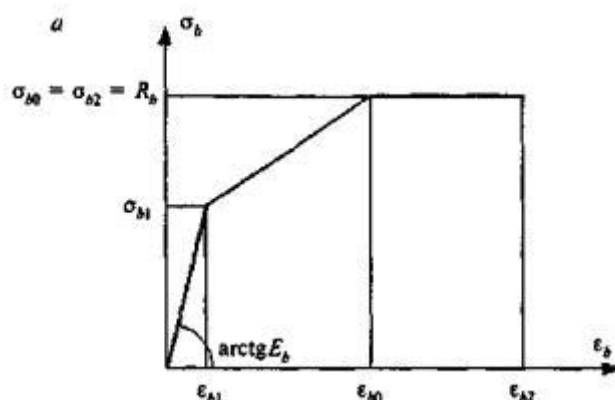


Рисунок 21 - Двухлинейная диаграмма сжатия бетона

Диаграммы состояния бетона используют при расчете железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели.

При расчете железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели в качестве расчетной диаграммы состояния (деформирования) арматуры, устанавливающей связь между напряжениями  $\sigma$  и относительными деформациями  $\epsilon$  арматуры, принимают двухлинейную диаграмму (рисунок 21).



Диаграммы состояния арматуры при растяжении и сжатии принимают одинаковыми.

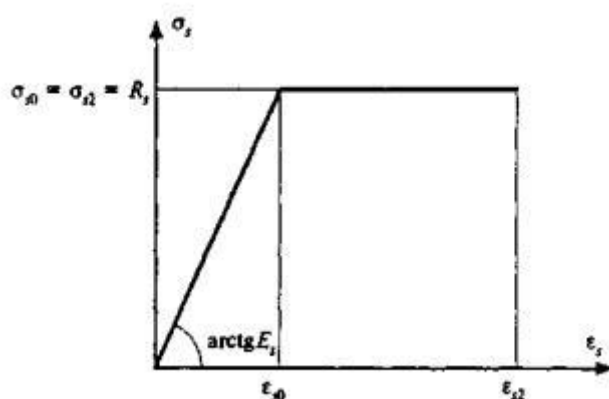


Рисунок 22 - Диаграмма растяжения арматуры

Целью разработки является создание строительной конструкции отвечающей прочности, а также устранение препятствий между национальными границами и способствует объединению с едиными европейскими решениями.

Отличительной особенностью перехода на деформационные методы расчета, является необходимость основания новой идеологии проектирования.

Основным достоинством действующих норм (СНиП) является приближенный метод расчета. Однако учитывая широкую компьютеризацию этот простой метод расчета утратил свою актуальность.

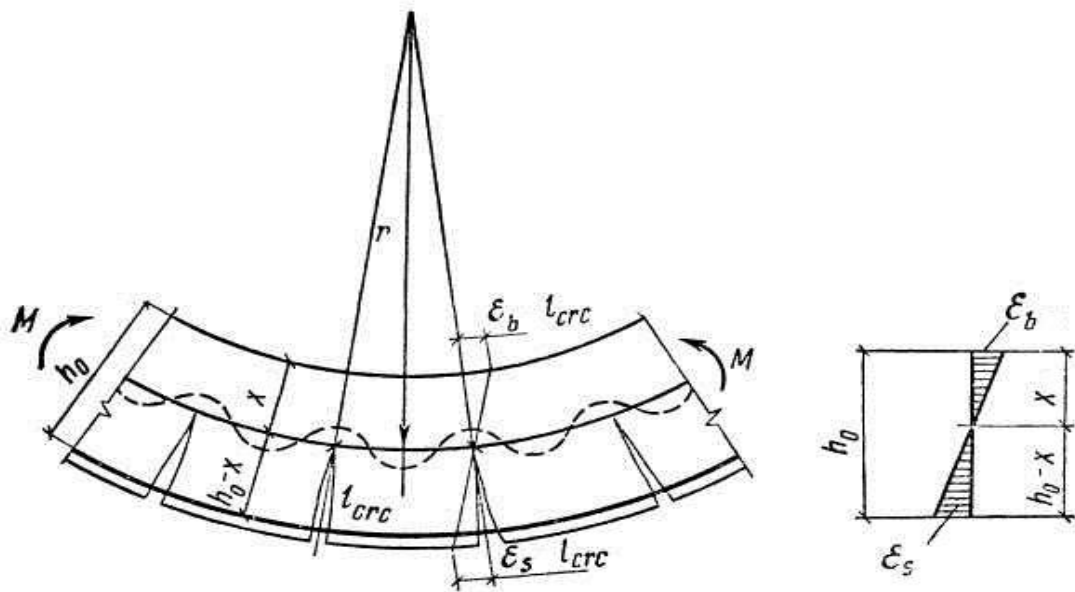


Рисунок 23 - Диаграмма растяжения арматуры

В расчете брали сечение с трещиной:

Эпюра весьма приближенная, т.е. на трещине возникает сложное напряженное состояние, умноженный на коэффициент неоднородности бетона.

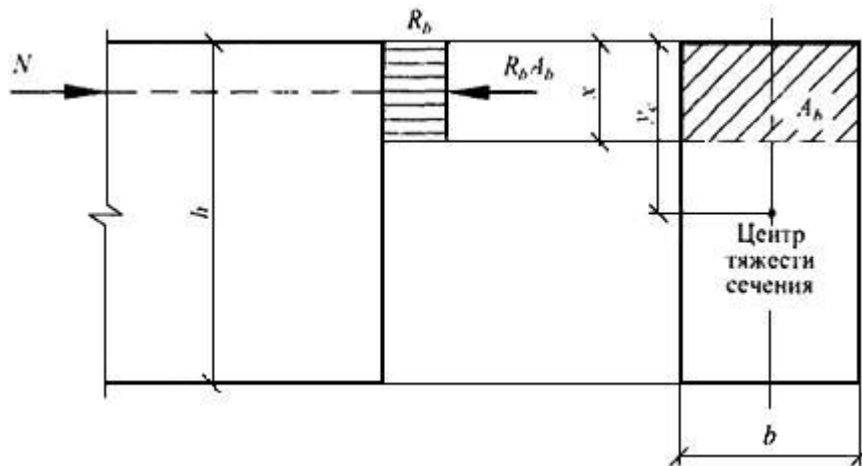


Рисунок 24 - Диаграмма растяжения арматуры

Основным действием в расчете прочности изгибаемого ж/б элемента является проверка уравнения равновесия.

Исходные данные:

Арматура АIII диаметр=8 мм, S поперечного сечения= 0,503 см<sup>2</sup>;

Расчетные сопротивления арматуры для предельных состояний I группы  
 $R_s = 472 \text{ МПа}$  ( $4720 \text{ кг/см}^2$ )

$$\varepsilon_s = \frac{R_s}{E_s} = \frac{472 \text{ МПа}}{210000 \text{ МПа}} = 224,61 * 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{b,el} = \frac{R_b}{E_b} = \frac{34,83 \text{ МПа}}{200000 \text{ МПа}} = 172,42 * 10^{-5}$$

$$\varepsilon_1 = 0,6 R_b / E_b = \frac{0,6 * 34,83 \text{ МПа}}{200000 \text{ МПа}} = 104,49 * 10^{-5}$$

$$x = \frac{\varepsilon_{bu} * h_0}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_s} = \frac{350 * 10^{-5} * 175 \text{ мм}}{350 * 10^{-5} - 224,61 * 10^{-5}} = 118 \text{ мм}$$

$$R_b * b * x - \frac{1}{2} * h_i * R_b + \sigma_s * A_s = 0$$

$$\chi = \frac{l}{r} = \frac{\varepsilon_{bu}}{x} = \frac{\varepsilon_{b,el}}{h_i} = \frac{350 * 10^{-5}}{118 \text{ мм}} = 2,966 * 10^{-5} \text{ мм}$$

Из подобия треугольников определяем  $h_1, h_2, h_3$ :

$$h_1 = 59 \text{ мм};$$

$$h_2 = 23,2 \text{ мм};$$

$$h_3 = 35,8 \text{ мм};$$

$$N_x = 0;$$

$$\frac{R_b * b}{\chi} \left( \varepsilon_{bu} - \frac{\varepsilon_{b,el}}{2} - \frac{\varepsilon_1}{2} \right) + R_{si} * A_{si} = 0$$

$$\frac{34,48 \text{ МПа} * 150 \text{ мм}}{2,966 * 10^{-5} \text{ мм}^{-1}} \left( 350 * 10^{-5} - \frac{172,42 * 10^{-5}}{2} - \frac{104,49 * 10^{-5}}{2} \right) + 4$$

$$* 472 \text{ МПа} * 50,3 \text{ мм}^2 = 366030 - 94200 = 271830$$

Отсюда следует, что сечение недостаточно армировано, следовательно:

$$\text{Определяем значение } \varepsilon_b^{(1)} = \varepsilon_{bu} - \Delta\varepsilon; \Delta\varepsilon = 0,1\varepsilon_{bu} = 35 * 10^{-5};$$

$$\text{Производим 4 итерации, при } \varepsilon_b^{(1)} = 350 * 10^{-5} - 4 * 35 * 10^{-5} = 211 * 10^{-5}$$

При  $\varepsilon_{bu} = 105 * 10^{-5}$  проверочное уравнение:

$$\frac{34,48 \text{ МПа} \cdot 150 \text{ мм}}{4,1 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^{-1}} \cdot 211 \cdot 10^{-5} - \frac{172,42 \cdot 10^{-5}}{2} - \frac{104,49 \cdot 10^{-5}}{2} + 4 \cdot 355 \text{ МПа} \cdot 50,3 \text{ мм}^2 = 1743;$$

$$M = R_b \cdot b_{\text{ср}} \cdot h_1 \frac{h_1 \text{ см}}{2} + \frac{1}{2} \cdot R_b \cdot h_2 \cdot h_1 \text{ см} + \frac{h_2}{2} \cdot (b + 32)/2 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_3 \cdot R_b \cdot h_1 + h_2 + \frac{h_3}{2} + R_s \cdot A_s \cdot h_0 - \text{азащ. слоя} =$$

$$M = 34,83 \text{ МПа} \cdot 15 \text{ см} \cdot 5,9 \frac{5,9 \text{ см}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 34,83 \text{ МПа} \cdot 2,32 \cdot 5,9 \text{ см} + \frac{2,32 \text{ см}}{2} \cdot \frac{15,0 \text{ см} + 3,2 \text{ см}}{2} - \frac{1}{2} \cdot 15 \text{ см} \cdot 35,8 \text{ см} \cdot 34,83 \text{ МПа} \cdot 5,9 \text{ см} + 2,32 \text{ см} + \frac{3,58 \text{ см}}{2} + 472 \text{ МПа} \cdot 0,503 \text{ см}^2 \cdot 17,5 \text{ см} - 2,5 \text{ см} = 6,81 \text{ кНм};$$

Диаграмма арматуры с физической площадкой текучести.

$$\sigma_{\text{sel}} = \sigma_{0,2} \cdot \eta_{\text{sel}} = 4720 \cdot 0,9 = 4248 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{s(r)} = \sigma_{0,2} \cdot \eta_{\text{sel}} = 4720 \cdot 0,9 = 4248 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{s(k)} = \sigma_{s(r)} \cdot 1,2 = 4720 \cdot 0,9 = 5947 \text{ кг/см}^2;$$

$$\varepsilon_{s(k)} = \varepsilon_{s(r)} \cdot 1,6 = 1,6 \cdot 0,01 = 0,016;$$

$$\varepsilon_{s(r)} = 0,01;$$

$$\text{отрезок } 0 - \sigma_{\text{sel}}; \varepsilon_s = \sigma_s / E_s;$$

$$\text{отрезок } \sigma_{\text{sel}} - \sigma_{s,u}; \varepsilon_s = \sigma_s / \nu_s \cdot E_s;$$

$$\varepsilon_{0,2} = \sigma_{0,2} / \nu_{0,2} \cdot E_s;$$

$$\nu_s = \dot{\nu}_s + (1 - \dot{\nu}_s) \frac{1 - \omega \eta - (1 - \omega) \eta^2}{1 - \omega \eta - (1 - \omega) \eta^2};$$

$$\omega = \frac{(-\hat{\nu}_s)(\eta_{0,2} - 1) + (\nu_{0,2} - \hat{\nu}_s)}{\eta_{0,2}(\eta_{0,2} - 1)(-\hat{\nu}_s)}$$

За предельные значения напряжений и деформаций принимают:

$$\eta_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2} - \sigma_{s,el}}{\sigma_{s,u} - \sigma_{s,el}} = \frac{(4720 - 4248)}{(4956 - 4248)} = 0,67; \nu_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{0,2} - 0,002 E_s},$$

$$\hat{\nu}_s = \frac{\sigma_{s(r)}}{E_s \varepsilon_{s,u}} = \frac{4956}{2,9 \cdot 10^6 \cdot 0,01} = 0,248;$$

Результаты расчета железобетонного элемента в программном комплексе SCAD. Расчет выполнен по СП 63.13330.2012.

Таблица 4 – Реализация расчета

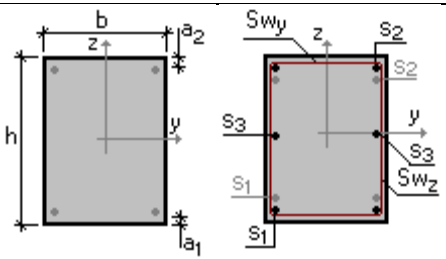
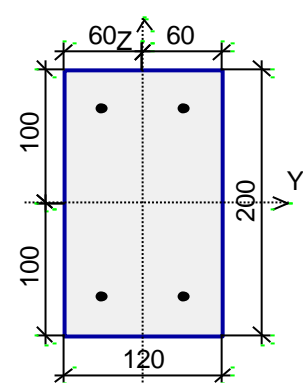
	 <p style="text-align: center;"> <math>S_1 - 8</math>  <math>S_2 - 8</math> </p>
---	--

Таблица 5 – Реализация расчета

Проверено по СНиП	Проверка	Коэффициент использования
пп. 8.1.32, 8.1.34	Прочность по бетонной полосе между наклонными сечениями	<b>8,789</b>
	Поперечная сила при отсутствии наклонных трещин	<b>72,824</b>

**Коэффициент использования 72,824 - Поперечная сила при отсутствии наклонных трещин**

Таблица 6 – Реализация расчета

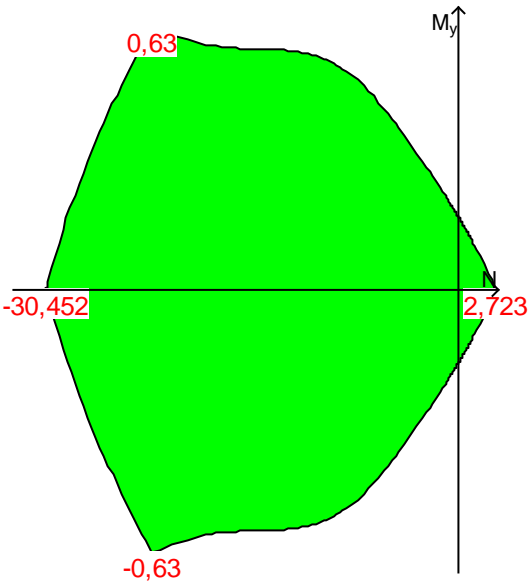
<b>Фиксированные значения усилий</b>	
	
<b>Область изменения усилий</b>	$-30,452 \text{ T} < N < 2,723 \text{ T}$ $-0,73 \text{ T} \cdot \text{м} < M_z < 0,73 \text{ T} \cdot \text{м}$

Таблица 7 – Реализация расчета

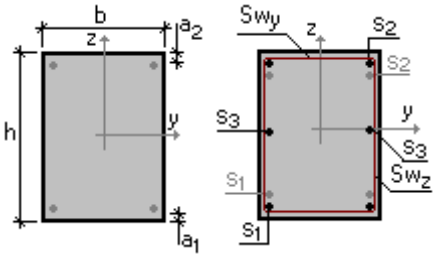
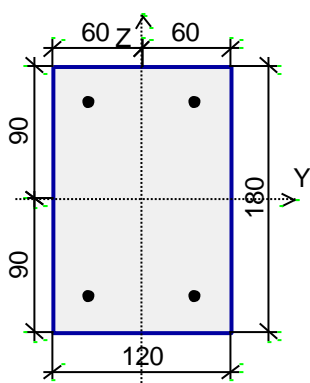
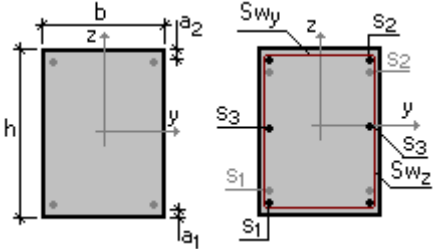
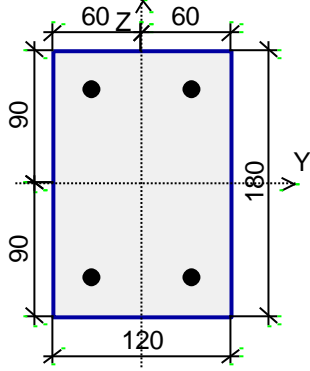
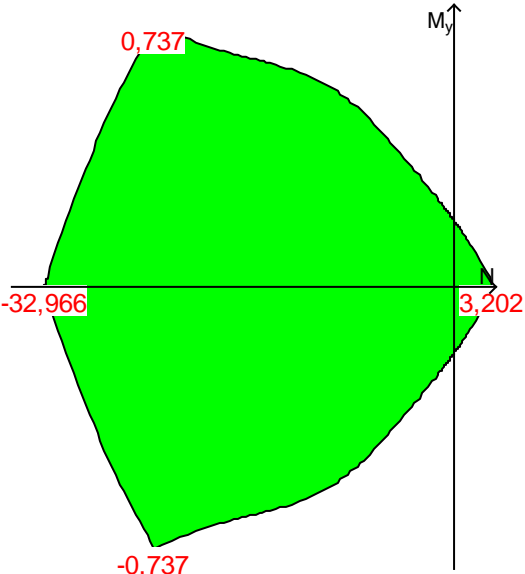
	 <p> <math>S_1 - 2 \square 8</math>  <math>S_2 - 2 \square 8</math> </p>
---	--

Таблица 8 – Реализация расчета

	 <p> <math>S_1 - 2 \square 12</math>  <math>S_2 - 2 \square 12</math> </p>
<p><b>Фиксированные значения усилий</b></p>	
	
<p><b>Область изменения усилий</b></p>	<p> <math>-32,966 \text{ Т} &lt; N &lt; 3,202 \text{ Т}</math>  <math>-0,737 \text{ Т}^*_M &lt; M_y &lt; 0,737 \text{ Т}^*_M</math> </p>

Разработанная деформационная модель позволяет осуществлять расчет изгибаемых железобетонных элементов получить напряженно – деформированное состояние нормальных сечений.

### **Выводы к третьей главе**

1. Разработан алгоритм расчета железобетонных элементов по нормальному сечению при постоянном нагружении, заключающая в себе методику диаграммного метода и метода рассмотрения сечения по делениям.
2. В программном комплексе MathCAD реализован расчет стержневых железобетонных элементов при постоянных нагружениях.
3. Сравнительный анализ опытных и расчетных значений деформаций в арматуре, бетона крайнего волокна и моментов дает удовлетворительное соответствие.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведен обзор вариантов представления диаграмм деформирования бетона при нагрузке и принята исходная диаграмма, наиболее точно отражающая физическую зависимость « $\sigma_b - \varepsilon_b$ ». Наиболее точно характеризующими связь между напряжениями и деформациями являются зависимости, предложенные [6, 12, 13];

Также, разработаны аналитические зависимости связей между напряжениями и деформациями с постоянными уровнями нагружения.

На основе теории, составлена схема расчета балочного элемента по нормальному сечению при постоянных видах нагружения с применением диаграммного метода;

Алгоритм расчета реализован в программном комплексе MathCAD.

Сравнительный анализ опытных и расчетных значений деформаций в арматуре, бетона крайнего волокна и моментов дает удовлетворительное соответствие.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Частично содержание диссертации изложено в следующих публикациях:

в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий ВАК:

1. Симбирцева С.А. // Исследование диаграммы деформирования бетона. Журнал научных работ. Уфа – 2016. – №1 (27)– С. 87-94.
2. Симбирцева С.А. // Исследование диаграммы деформирования арматуры. Проблемы современных технических наук. Сборник научных статей. – 2016. – №1 (27)– С. 96-99.
3. Симбирцева С.А. // Разработка изготовления и монтажа крупногабаритных пространственных монолитных конструкций.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Байков, В.Н. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей / В.Н. Байков, С.В. Горбатов, З.А. Димитров // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1977. – №6. – С. 15 – 18.
2. Берг, О.Я. Некоторые вопросы теории деформаций и прочности бетона / О.Я.Берг // Строительство и архитектура, –1967. –№10.
3. Бондаренко, В.М.Расчет железобетонных плит и оболочек методом интегрального модуля деформаций. / В.М. Бондаренко, И.Т. Тимко, А.П. Шагин // Издательство Харьковского университета. – 1967.
4. Бондаренко, В.М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона / В.М. Бондаренко, В.И. Колчунов // Издательство АСВ. – 2004. – С. 472.
5. Гвоздев, А.А.Об уточнении теории линейной ползучести бетона / А.А. Гвоздев, К.З.Галустов,А.В.Яшин // Механика твёрдого тела. –1966.– №6.
6. Гуца, Ю.П. К вопросу о совершенствовании расчета деформаций железобетонных элементов / Ю.П. Гуца, Л.Л. Лемьше // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. НИИЖБ. – 1986. – С. 26 – 29.
7. Ерышев, В.А.Диаграмма деформирования бетона при многократных повторных нагружениях/ В.А. Ерышев,Д.С.Тошин// Известия ВУЗов. Строительство и архитектура.– 2005. – №10. – С. 109-114.
8. Ерышев, В.А.Расчетная модель определения остаточных деформаций изгибаемых железобетонных элементов при разгрузке / В.А. Ерышев,Д.С. Тошин, Д.И. Латышев // Известия КГАСУ. – 2009. – №1. – С. 85-91.

9. Зак, М.Л. Аналитическое представление диаграммы сжатия бетона. Совершенствование методов расчета статически неопределимых конструкций / М.Л.Зак, Ю.П. Гуца // НИИЖБ. – 1987. – С. 103 – 107.
10. Иващенко, Ю.А. Исследование процесса разрушения бетона при разных скоростях деформирования / Ю.А.Иващенко, А.Д. Лобанов // Бетон и железобетон. – 1984. – № 11.
11. Иващенко, Е.И. Разработка методов расчета железобетонных элементов на основе действительных диаграмм деформирования материалов с учетом фактического изменения площади их поперечных сечений // Дис. ... канд. техн. наук. – 2006. – 230 С.
12. Карпенко, Н.И. К построению обобщенной зависимости для диаграммы деформирования бетона / Н.И.Карпенко // Строительные конструкции. – 1983. – С. 164 – 173.
13. Карпенко, Н.И. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры [Текст] / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев, А.Н. Петров // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций: сб. статей / НИИЖБ. – Стройиздат. – 1986. – С. 7 – 25.
14. Карпенко, Н.И. Диаграммы деформирования бетона, их трансформация в зависимости от различных факторов и использование в расчетах конструкций / Н.И.Карпенко, Т.А. Мухамедиев, М.А. Сапожников // НИИЖБ.– 1987. –С. 4 – 24.
15. Карпенко, Н.И. Расчет железобетонных стержневых конструкций при многократных повторных и знакопеременных нагрузках. / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев, В.А.Ерышев, А.В. Кузнецов // Тольятти ТПИ. – 1989. – С. 112.
16. Карпенко, Н.И. Параметры деформирования бетона при разгрузке с напряжений сжатия / Н.И. Карпенко, В.А. Ерышев, Е.В. Латышева, Ю.С, Баранова // Известия КГАСУ. – 2014. – №1 (27)– С. 87-94.

17. Крылов, С.М. Особенности деформирования изгибаемых железобетонных элементов при разгрузке и повторных нагружениях / С.М. Крылов, В.В. Чижевский, С.Б. Стародубская // Исследования железобетонных конструкций при статических, повторных и динамических воздействиях. – М. : НИИЖБ, 1984. – С. 78 – 82.
18. Козлов, А.В. Модель деформирования бетона для расчета с единых позиций нормально армированных и перearмированных изгибаемых железобетонных элементов // Дис. ... канд. техн. наук. – 2005. – С. 110.
19. Михайлов, В.В. Некоторые предложения по описанию диаграммы деформаций бетона при загрузении / В.В. Михайлов, М.П. Емельянов, Л.С. Дудолодов, В.М. Матисов // Известия Вузов. Строительство и архитектура. – 1984. – №2. – С. 23 – 27.
20. Мулин, Н.М. Деформации железобетонных элементов при работе стержневой арматуры в упруго-пластической стадии / Н.М. Мулин, Ю.П. Гуца // Бетон и железобетон. – 1970. – №3. – С. 24 – 26.
21. Мурашев, В.И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона // Машстройиздат. – 1950.
22. Мурашкин, Г.В. Применение диаграмм деформирования для расчета несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов / Г.В. Мурашкин, С.С. Мордовский // Жилищное строительство. Москва, 2013.– № 3.– С. 38 – 40.
23. Нугужинов, Ж.С. Деформации изгибаемых железобетонных элементов при разгрузке и повторных статических нагружениях // Сб. научных трудов НИИЖБ «Технология, расчет и конструирование железобетонных конструкций». Стройиздат. – 1986. – С. 71-75.
24. Попов, Н.Н. Внецентренно сжатые элементы с продольной высокопрочной арматурой при статическом и динамическом нагружении[Текст]/ Н.Н. Попов // Бетон и железобетон. – 1990. – №10. – С. 32-34.

25. Ортега, Дж. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными / Дж. Ортега, В. Рейнболдт // Мир. – 1975. – С. 560.
26. СНиП 2.03.01-84\* Бетонные и железобетонные конструкции / Москва. – 1987.
27. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры / Москва. – 2004.
28. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 // ФАУ «ФЦС». – 2012. – С. 156.
29. Ставров, Г.Н. Прочность и деформативность бетона при повторно - статических нагрузениях/ Г.Н.Ставров, В.В. Руденко, А.А. Федосеева // Бетон и железобетон. 1985. – № 1. – С. 33 – 34.
30. Сухман, В.Я. Прочность и жесткость кососжатых железобетонных колонн каркасов промышленных зданий [Текст] // Дис. ... канд. техн. наук. – 1986. – С. 298.
31. Тошин, Д.С. Нелинейный расчет деформаций изгибаемых железобетонных элементов при разгрузке с применением деформационной модели // Дис. ... к-та тех. наук. –Тольятти. 2009. – 132 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ - Алгоритм расчета в программном комплексе Mathcad

$b_b := 12$	$n := 100$	$E_b := 200000$	$R_s := 4720$
$h_c := 20$		$E_s := 2000000$	$A_s := 2.01062$
		$\sigma_{bnp\epsilon\partial} := 344.83$	$\epsilon_s := 0.025$
$z_{sj} := [7.5]$	$d_{sj} := [0.8]$	$\epsilon_{bnp\epsilon\partial} := 0.00350$	

$n_s := 2$	$n_{sk} := 4$	$\nu_0 := 1$	
$h := 20$	$M := 43380$		

---


$$l_z := \frac{h}{n} = 0.2 \quad z_{bi} := -\left(\frac{h}{2} - \frac{l_z}{2}\right), \left(-\left(\frac{h}{2} - \frac{l_z}{2}\right) + l_z\right) \cdot \frac{h}{2} - \frac{l_z}{2} = \begin{bmatrix} -9.9 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$A_{bi} := (z_{bi} \cdot 0 + 1) \cdot l_z \cdot b_b = \begin{bmatrix} 2.4 \\ 2.4 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad A_{sj} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{sj}^2 \cdot n_{sk} = [2.01062] \quad \nu_{bi} := 1 \quad \nu_{sj} := 1$$

$$D_{11} := \sum (A_{bi} \cdot z_{bi}^2 \cdot E_b \cdot \nu_{bi}) + \sum (A_{sj} \cdot z_{sj}^2 \cdot E_s \cdot \nu_{sj}) = 1.82603 \cdot 10^9$$

$$D_{12} := \sum (A_{bi} \cdot z_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi}) + \sum (A_{sj} \cdot z_{sj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj}) = 3.01593 \cdot 10^7$$

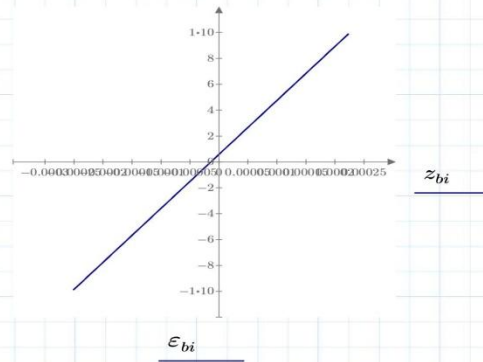
$$D_{21} := D_{12} = 3.01593 \cdot 10^7$$

$$D_{22} := \sum (A_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi}) + \sum (A_{sj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj}) = 5.20212 \cdot 10^7$$

$$D := \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = 9.4083002567 \cdot 10^{16}$$

$$k := \frac{M}{\left( D_{11} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}} \right)} = 0.0000239861 \quad \varepsilon_0 := \left( \frac{-D_{12}}{D_{22}} \right) \cdot k = -0.0000139059$$

$$:= \varepsilon_0 + k \cdot z_{bi} = \begin{bmatrix} -0.00025137 \\ -0.00024657 \\ -0.00024177 \\ -0.00023698 \\ -0.00023218 \\ -0.00022738 \\ -0.00022258 \\ -0.00021779 \\ -0.00021299 \\ -0.00020819 \\ -0.0002034 \\ -0.0001986 \\ -0.0001938 \\ -0.000189 \\ -0.00018421 \\ -0.00017941 \\ \vdots \end{bmatrix}$$



$$\varepsilon_{si} := \varepsilon_{bi} \cdot 9$$



$$\varepsilon_{si} = \begin{bmatrix} -0.0022623119 \\ -0.002219137 \\ -0.0021759621 \\ -0.0021327871 \\ -0.0020896122 \\ -0.0020464373 \\ -0.0020032624 \\ -0.0019600874 \\ -0.0019169125 \\ -0.0018737376 \\ -0.0018305627 \\ -0.0017873877 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$f(\varepsilon_{bi}) := \begin{cases} X \leftarrow \varepsilon_{bi} \\ \text{if } \varepsilon_{bi} > 0 \\ X \leftarrow 0 \\ \text{return } X \end{cases} \quad \overrightarrow{f(\varepsilon_{bi})} = \begin{bmatrix} -0.000251368 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{bcxam} := (-1) \cdot \overrightarrow{f(\varepsilon_{bi})} = \begin{bmatrix} 0.000251368 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\nu_{pred} := \frac{\sigma_{bnpred}}{\varepsilon_{bnpred} \cdot E_b} = 0.4926142857 \quad \omega_1 := 2 - 2.5 \cdot \nu_{bnpred} = 0.7684642857 \quad \omega_2 := 1 - \omega_1 = 0.2315357143$$

$$\eta_b := \frac{\varepsilon_{bcxam}}{\varepsilon_{bnpred}} = \begin{bmatrix} 0.0718194254 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

```

|| "return nu_b" ||
|| 0.9767907336 ||
|| 0.9773686707 ||
|| : ||

```

$\nu_0 := 1$      $\sigma_{b\_pred} := 348$      $\varepsilon_{b\_pred} := 0.002$      $E_b := 2.00 \cdot 10^5$

$\nu_{b\_pred} := \frac{\sigma_{b\_pred}}{\varepsilon_{b\_pred} \cdot E_b}$      $n := 100$

$\omega_1 := 2 - 2.5 \cdot \nu_{b\_pred}$      $i := 0 .. 100$

$\omega_2 := 1 - \omega_1$

$\sigma_{bc\_pred} := \sigma_{b\_pred}$

$\nu_{bc\_pred} := \frac{\sigma_{bc\_pred}}{\varepsilon_{b\_pred} \cdot E_b} = 0.87$

$\omega_{1\_bc} := 1.95 \cdot \nu_{bc\_pred} - 0.138$

$\omega_{2\_bc} := 1 - \omega_{1\_bc} = -0.5585$

$i := 1 .. 100$

$\nu_0 := 2.05 \cdot \nu_{bc\_pred} = 1.7835$

$\eta_{bc\_graf}_i := \frac{i}{100}$

$\varepsilon_{b\_graf}_i \leftarrow \frac{i}{100} \cdot \varepsilon_{b\_pred}$

$\eta_{d\_graf}_i := \frac{i}{100}$

$$\varepsilon_{bc\_pred} := 0.0035$$

$$\nu_{bc\_i} := \nu_{bc\_pred} - (\nu_0 - \nu_{bc\_pred}) \cdot \sqrt{\left(1 - \omega_1 \cdot \eta_{bc\_graf\_i} - \omega_2 \cdot \eta_{bc\_graf\_i}^2\right)}$$

$$\varepsilon_{bc\_graf\_i} := \frac{i}{100} \cdot \frac{\sigma_{bc\_pred}}{\nu_{bc\_i} \cdot E_b}$$

$$i := 1 .. 100$$

$$\sigma_{bc\_graf\_i} := \frac{i}{100} \cdot \varepsilon_{bc\_graf\_i} \cdot \nu_{bc\_i} \cdot E_b$$

$$\sigma_{b\_graf\_i} := \frac{i}{100} \cdot \varepsilon_{b\_pred} \cdot \nu_{b\_graf\_i} \cdot E_b$$

$$\varepsilon_{b\_graf\_i} := \frac{i}{100} \cdot \varepsilon_{b\_pred}$$

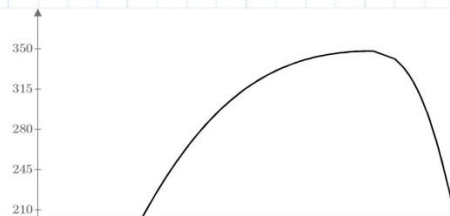
$$i := 0 .. 100$$

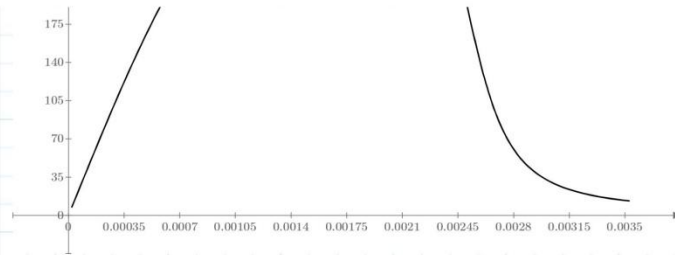
$$a_{graf\_i} := \frac{\left(\nu_{b\_pred}^2 + \omega_2 \cdot \eta_{d\_graf\_i}^2 \cdot (\nu_0 - \nu_{b\_pred})\right)}{\nu_{b\_pred}^2}$$

$$b_{graf\_i} := \frac{-\left(2 \cdot \nu_{b\_pred}^2 - \omega_1 \cdot \eta_{d\_graf\_i} \cdot (\nu_0 - \nu_{b\_pred})\right)}{\nu_{b\_pred}}$$

$$c_{graf\_i} := -(\nu_0^2 - 2 \cdot \nu_0 \cdot \nu_{b\_pred})$$

$$\nu_{b\_graf\_i} := \begin{cases} \nu_{b\_i} \leftarrow \frac{-b_{graf\_i} + \sqrt{b_{graf\_i}^2 - 4 \cdot a_{graf\_i} \cdot c_{graf\_i}}}{2 \cdot a_{graf\_i}} \\ \text{if } \nu_{b\_i} = 1 \\ \nu_{b\_i} \leftarrow 0 \end{cases}$$





$$\frac{\sigma_{bc\_graf_i}}{\sigma_{b\_graf_i}}$$

$$\frac{\sigma_{bc\_graf_i}}{\sigma_{b\_graf_i}}$$

$$\frac{\varepsilon_{bc\_graf_i}}{\varepsilon_{b\_graf_i}}$$

$$\frac{\varepsilon_{bc\_graf_i}}{\varepsilon_{b\_graf_i}}$$

$$R_{bt.ser} := 19.5$$

$$\gamma_{btg} := 1$$

$$\sigma_{btape\partial} := R_{bt.ser} \cdot \gamma_{btg} = 19.5 \quad R_{btn} := 13$$

$$\nu_{btape\partial} := \frac{\left(0.6 + 0.15 \cdot \frac{R_{btn}}{25}\right)}{\gamma_{btg}} = 0.678 \quad \varepsilon_{btape\partial} := \frac{\sigma_{btape\partial}}{E_b \cdot \nu_{btape\partial}} = 0.0001438053$$

$$f(\varepsilon_{i,z}) := \|X \leftarrow \varepsilon_{i,z}\|$$

$$\overrightarrow{f(\varepsilon_{i,z})} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{btape\partial} := \overrightarrow{f(\varepsilon_{i,z})} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

```

|| if  $\varepsilon_{bt} < 0$  || | |
|| ||  $X \leftarrow 0$  ||
|| if  $\varepsilon_{bt} > \varepsilon_{bt\text{pe}\partial}$  ||
|| ||  $X \leftarrow 0$  ||
|| return  $X$  ||

```

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\omega_1 := 2 - 2.5 \cdot \nu_{bt\text{pe}\partial} = 0.305$$

$$\omega_2 := 1 - \omega_1 = 0.695$$

$$\eta_b := \frac{\varepsilon_{bt\text{pacm}}}{\varepsilon_{bt\text{pe}\partial}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$a := \frac{(\nu_{bt\text{pe}\partial})^2 + \omega_2 \cdot (\eta_b)^2 \cdot (\nu_0 - \nu_{bt\text{pe}\partial})^2}{(\nu_{bt\text{pe}\partial})^2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$b := -\frac{2 \cdot (\nu_{bt\text{pe}\partial})^2 - \omega_1 \cdot \eta_b \cdot (\nu_0 - \nu_{bt\text{pe}\partial})^2}{\nu_{bt\text{pe}\partial}} = \begin{bmatrix} -1.356 \\ -1.356 \\ -1.356 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$c := -((\nu_0)^2 - 2 \cdot \nu_0 \cdot \nu_{bt\text{pe}\partial}) = 0.356$$

$$\nu_{bt} := \frac{-b + \sqrt{(b)^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{bt\text{pacm}} := \overrightarrow{\varepsilon_{bt\text{pacm}} \cdot \nu_{bt} \cdot E_b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$f(\nu_{bt}) := \left( \left( \left( n \leftarrow \text{rows}(\nu_{bt}) \right) \right) \right)$$

$$\nu_{btpacm} := f(\nu_{bt}) = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

```

|| (|| m ← rows(σbtpacm) ||)
|| for i ∈ 1..n
||   || if (σbtpacmi = 0)
||     || νbti ← σbtpacmi
||   ||
|| return νbt

```

$h := 20$                        $n := 100$

$\sigma_{bt\_pred} := 15.5$

$\varepsilon_{bt\_pred} := 0.00015$

$E_b := 2.00 \cdot 10^5$

$\nu_0 := 1$

$R_{btser} := 19.5$      $\gamma_{btg} := 1$

$R_{btn} := 15.5$

$\sigma_{bt\_pred}$



$$\nu_{bt\_pred} := \frac{\dots}{\varepsilon_{bt\_pred} \cdot E_b} = 0.516666667$$

$$\omega_2 := 1 - \omega_1$$

$$h_{del} := \frac{h}{n} = 0.2$$

$$i := 0..n-1$$

$$i := 1..100$$

$$\eta_{d\_graf_i} := \frac{i}{100}$$

$$\varepsilon_{b\_graf_i} \leftarrow \frac{i}{100} \cdot \varepsilon_{bt}$$

$$\nu_{bt\_pred} := \frac{0.6 + 0.15 \cdot \frac{R_{btn}}{25}}{\gamma_{btg}} = 0.693$$

$$\varepsilon_{bt} := \frac{\sigma_{bt\_pred}}{\nu_{bt\_pred} \cdot E_b} = 0.0001118326$$

$$\omega_{1\_bt} := 2 - 2.5 \cdot \nu_{bt\_pred}$$

$$\varepsilon_{bt\_pred}$$

$$\omega_{2\_bt} := 1 - \omega_{1\_bt}$$

$$\eta_d := \frac{\dots}{\varepsilon_{bt}} = 1.3412903226$$

$$\varepsilon_{bt\_pred} := \frac{\sigma_{bt\_pred}}{E_b \cdot \nu_{bt\_pred}}$$

$$a_{graf_i} := \frac{\left( \nu_{bt\_pred}^2 + \omega_2 \cdot \eta_d \cdot graf_i^2 \cdot (\nu_0 - \nu_{bt\_pred})^2 \right)}{\nu_{bt\_pred}^2}$$

$$b_{graf_i} := \frac{-\left( 2 \cdot \nu_{bt\_pred}^2 - \omega_1 \cdot \eta_d \cdot graf_i \cdot (\nu_0 - \nu_{bt\_pred})^2 \right)}{\nu_{bt\_pred}}$$

$$c_{graf_i} := -(\nu_0^2 - 2 \cdot \nu_0 \cdot \nu_{bt\_pred})$$

$$\omega_1 := 2 - 2.5 \cdot \nu_{bt\_pred} \cdot graf_i + \sqrt{b_{graf_i}^2 - 4 \cdot a_{graf_i} \cdot c_{graf_i}}$$

$$\nu_{b\_graf_i} := \begin{cases} \nu_{b_i} \leftarrow \frac{\dots}{2 \cdot a_{graf_i}} \\ \text{if } \nu_{b_i} = 1 \\ \nu_{b_i} \leftarrow 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{bt\_graf_i} := \frac{i}{100} \cdot \varepsilon_{bt\_pred} \cdot \nu_{b\_graf_i} \cdot E_b$$

$$i := 1..100$$

$$\varepsilon_{bt\_graf_i} := \frac{i}{100} \cdot \varepsilon_{bt\_pred}$$

$$\nu_{bt2\_pred} := \frac{\sigma_{bt\_pred}}{\varepsilon_{bt\_pred} \cdot E_b} = 0.693$$



$$\omega_{1\_bt2} := 1.95 \cdot \nu_{bt2\_pred} - 0.138 = 1.21335$$

$$\omega_{2\_bt2} := 1 - \omega_{1\_bt2} = -0.21335$$

$$i := 10 \dots 100$$

$$\nu_{02} := 2.05 \cdot \nu_{bt2\_pred} = 1.42065$$

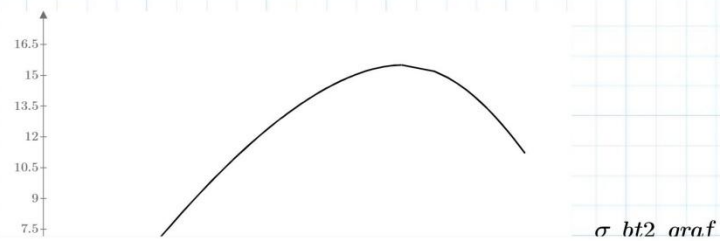
$$\eta_{bt2\_graf_i} := \frac{i}{100}$$

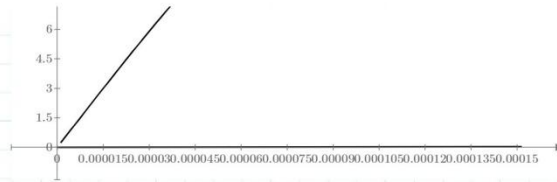
$$\nu_{bt2_i} := \nu_{bt2\_pred} - (\nu_{02} - \nu_{bt2\_pred}) \cdot \sqrt{\left(1 - \omega_{1\_bt2} \cdot \eta_{bt2\_graf_i} - \omega_{2\_bt2} \cdot \eta_{bt2\_graf_i}^2\right)}$$

$$\varepsilon_{bt2\_graf_i} := \frac{i}{100} \cdot \frac{\sigma_{bt\_pred}}{\nu_{bt2_i} \cdot E_b}$$

$$i := 1 \dots 100$$

$$\sigma_{bt2\_graf_i} := \frac{i}{100} \cdot \varepsilon_{bt2\_graf_i} \cdot \nu_{bt2_i} \cdot E_b$$





$$\frac{\sigma_{bt\_graf}_i}{\varepsilon_{bt\_graf}_i}$$

$$\frac{\varepsilon_{bt2\_graf}_i}{\varepsilon_{bt\_graf}_i}$$

$$\nu_{b.bt} := \nu_{b.cam} + \nu_{b.pacm} = \begin{bmatrix} 0.9703788234 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

```

f(Z) := || i ← 0
        || while i < Z
        ||   || νbi ← νb.bt
        ||   || D11 ← ∑ (Abi · zbi2 · Eb · νbi) + ∑ (Asj · zsj2 · Es · νsj)
        ||   || D12 ← ∑ (Abi · zbi · Eb · νbi) + ∑ (Asj · zsj · Es · νsj)
        ||   || D21 ← D12
    
```

$$\begin{aligned}
k &\leftarrow \frac{M}{\left(D_{11} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}}\right)} \\
\varepsilon_0 &\leftarrow \left(\frac{-D_{12}}{D_{22}}\right) \cdot k \\
\varepsilon_{bi} &\leftarrow \varepsilon_0 + k \cdot z_{bi} \\
f(\varepsilon_{bi}) &\leftarrow \begin{cases} X \leftarrow \varepsilon_{bi} \\ \text{if } \varepsilon_{bi} > 0 \\ \| X \leftarrow 0 \\ \| \text{return } X \end{cases} \\
f(\varepsilon_{bi}) &\leftarrow \overrightarrow{f(\varepsilon_{bi})} \\
\varepsilon_{бсжам} &\leftarrow (-1) \cdot f(\varepsilon_{bi}) \\
\nu_{bnpед} &\leftarrow \frac{\sigma_{bnpед}}{\varepsilon_{bnpед} \cdot E_b} \\
\omega_{b1} &\leftarrow 2 - 2.5 \cdot \nu_{bnpед} \\
\omega_{b2} &\leftarrow 1 - \omega_{b1} \\
\eta_b &\leftarrow \frac{\varepsilon_{бсжам}}{\varepsilon_{bnpед}} \\
a &\leftarrow \frac{(\nu_{bnpед})^2 + \omega_{b2} \cdot (\eta_b)^2 \cdot (\nu_0 - \nu_{bnpед})^2}{(\nu_{bnpед})^2} \\
b &\leftarrow \frac{2 \cdot (\nu_{bnpед})^2 - \omega_{b1} \cdot \eta_b \cdot (\nu_0 - \nu_{bnpед})^2}{\nu_{bnpед}} \\
c &\leftarrow -\left((\nu_0)^2 - 2 \cdot \nu_0 \cdot \nu_{bnpед}\right) \\
\nu_b &\leftarrow \frac{-b + \sqrt{(b)^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}
\end{aligned}$$

```

||  $\sigma_{bcjam} \leftarrow \overrightarrow{\varepsilon_{bcjam} \cdot \nu_b \cdot E_b}$ 
||  $f(\nu_b) \leftarrow \left( \begin{array}{l} || n \leftarrow \text{rows}(\nu_b) \\ || m \leftarrow \text{rows}(\sigma_{bcjam}) \end{array} \right)$ 
||   for  $i \in 1..n$ 
||     if  $(\sigma_{bcjam_i} = 0)$ 
||        $\nu_{b_i} \leftarrow \sigma_{bcjam_i}$ 
||   return  $\nu_b$ 
||  $\nu_{bcjam} \leftarrow f(\nu_b)$ 
||  $f(\varepsilon_{bi}) \leftarrow \begin{array}{l} || X \leftarrow \varepsilon_{bi} \\ || if \varepsilon_{bi} < 0 \\ ||   || X \leftarrow 0 \\ || if \varepsilon_{bi} > \varepsilon_{btnpe\partial} \\ ||   || X \leftarrow 0 \end{array}$ 
||   return  $X$ 
||  $\varepsilon_{btpacm} \leftarrow \overrightarrow{f(\varepsilon_{bi})}$ 
||  $\omega_{bt1} \leftarrow 2 - 2.5 \cdot \nu_{btnpe\partial}$ 
||  $\omega_{bt2} \leftarrow 1 - \omega_1$ 
||  $\eta_{bt} \leftarrow \frac{\varepsilon_{btpacm}}{\varepsilon_{btnpe\partial}}$ 
||  $a \leftarrow \frac{(\nu_{btnpe\partial})^2 + \omega_{bt2} \cdot (\eta_{bt})^2 \cdot (\nu_0 - \nu_{btnpe\partial})^2}{(\nu_{btnpe\partial})^2}$ 
||  $b \leftarrow \frac{2 \cdot (\nu_{btnpe\partial})^2 - \omega_{bt1} \cdot \eta_{bt} \cdot (\nu_0 - \nu_{btnpe\partial})^2}{\nu_{btnpe\partial}}$ 
||  $c \leftarrow -((\nu_0)^2 - 2 \cdot \nu_0 \cdot \nu_{btnpe\partial})$ 

```

```

|||  $\nu_{bt} \leftarrow \frac{-b + \sqrt{(b)^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$ 
|||  $\sigma_{btpacm} \leftarrow \varepsilon_{btpacm} \cdot \nu_{bt} \cdot E_b$ 
|||  $f(\nu_{bt}) \leftarrow \left( \begin{array}{l} n \leftarrow \text{rows}(\nu_{bt}) \\ m \leftarrow \text{rows}(\sigma_{btpacm}) \end{array} \right)$ 
|||   for  $i \in 1..n$ 
|||     if  $(\sigma_{btpacm_i} = 0)$ 
|||        $\nu_{bt_i} \leftarrow \sigma_{btpacm_i}$ 
|||   return  $\nu_{bt}$ 
|||  $\nu_{btpacm} \leftarrow f(\nu_{bt})$ 
|||  $\nu_{b.bt} \leftarrow \nu_{bckam} + \nu_{btpacm}$ 
|||  $i \leftarrow i + 1$ 
||| return  $\nu_{b.bt}$ 

```

$$f(1) = ?$$

$$\nu_{b.bt} := f(1)$$

$$l_z := \frac{h}{n} = 0.2 \quad z_{bi} := -\left(\frac{h}{2} - \frac{l_z}{2}\right), \left(-\left(\frac{h}{2} - \frac{l_z}{2}\right) + l_z\right) \dots \frac{h}{2} - \frac{l_z}{2} = \begin{bmatrix} -9.9 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$A_{bi} := (z_{bi} \cdot 0 + 1) \cdot l_z \cdot b_b = \begin{bmatrix} 2.4 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad A_{sj} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{sj}^2 \cdot n_{sk} = [2.01062] \quad \nu_{bi} := 1 \quad \nu_{sj} := 1$$

$$D_{11} := \sum \overrightarrow{(A_{bi} \cdot z_{bi}^2 \cdot E_b \cdot \nu_{b,bl})} + \sum \overrightarrow{(A_{sj} \cdot z_{sj}^2 \cdot E_s \cdot \nu_{sj})} = ?$$

$$D_{12} := \sum \overrightarrow{(A_{bi} \cdot z_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{b,bl})} + \sum \overrightarrow{(A_{sj} \cdot z_{sj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj})} = ?$$

$$D_{21} := \overrightarrow{D_{12}} = ?$$

$$D_{22} := \sum \overrightarrow{(A_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{b,bl})} + \sum \overrightarrow{(A_{sj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj})} = ?$$

$$D := \begin{bmatrix} \overrightarrow{D_{11}} & D_{12} \\ D_{21} & \overrightarrow{D_{22}} \end{bmatrix} = ?$$

$$k := \frac{M}{\left( \overrightarrow{D_{11}} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}} \right)} = ?$$

$$\varepsilon_0 := \begin{pmatrix} -\overrightarrow{D_{12}} \\ D_{22} \end{pmatrix} \cdot k = ?$$

$$\varepsilon_{bi} := -\varepsilon_{bi} = \begin{bmatrix} 0.000251368 \\ 0.0002465708 \\ 0.0002417736 \\ 0.0002369763 \\ 0.0002321791 \\ 0.0002273819 \\ 0.0002225847 \\ 0.0002177875 \\ 0.0002129903 \\ 0.0002081931 \\ \vdots \end{bmatrix}$$



$$z_{bi} := -z_{bi} \cdot 400000000$$

$$z_{bi} = \begin{bmatrix} 3.96 \cdot 10^9 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$M := \sum_{i=10}^1 \sigma \cdot A_{bi} \cdot \varepsilon_{bi} \cdot z_{bi} =$$

$$\begin{bmatrix} 7.49410214 \\ 7.34270614 \\ 7.19131013 \\ 7.03991413 \\ 6.88851813 \\ 6.73712212 \\ 6.58572612 \\ 6.43433012 \\ 6.28293412 \\ 6.13153811 \\ 5.98014211 \\ 5.82874611 \\ 5.6773501 \\ 5.5259541 \\ 5.3745581 \\ 5.2231621 \\ 5.07176609 \\ 4.92037009 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\frac{kg}{s^3 \cdot K^4} \quad KHM$$

$$D_{11} := \sum \left( \overrightarrow{A_{bi} \cdot z_{bi}^2 \cdot E_b \cdot \nu_{b,bi}} \right) + \sum \left( \overrightarrow{A_{sj} \cdot z_{sj}^2 \cdot E_s \cdot \nu_{sj}} \right) = ?$$

$$D_{12} := \sum \left( \overrightarrow{A_{bi} \cdot z_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{b,bi}} \right) + \sum \left( \overrightarrow{A_{sj} \cdot z_{sj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj}} \right) = ?$$

$$D_{21} := \boxed{D_{12}} = ?$$

$$D_{22} := \sum \left( \overrightarrow{A_{bi} \cdot E_b \cdot \nu_{b,bi}} \right) + \sum \left( \overrightarrow{A_{sj} \cdot E_s \cdot \nu_{sj}} \right) = ?$$

$$D := \begin{bmatrix} \boxed{D_{11}} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = ?$$

$$k := \frac{M}{\left( \boxed{D_{11}} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}} \right)} = ?$$

$$\varepsilon_0 := \left( \frac{-\boxed{D_{12}}}{D_{22}} \right) \cdot k = ?$$

$$\varepsilon_{bi} := -\varepsilon_{bi} = \begin{bmatrix} 0.000251368 \\ 0.0002465708 \\ 0.0002417736 \\ 0.0002369763 \\ 0.0002321791 \\ 0.0002273819 \\ 0.0002225847 \\ 0.0002177875 \\ 0.0002129903 \\ 0.0002081931 \\ \vdots \end{bmatrix}$$



$$z_{bi} := -z_{bi} \cdot 400000000$$

$$z_{bi} = \begin{bmatrix} 3.96 \cdot 10^9 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$M := \sum_{i=10}^1 \sigma \cdot A_{bi} \cdot \varepsilon_{bi} \cdot z_{bi} =$$

[ 7.49410214  
7.34270614  
7.19131013  
7.03991413  
6.88851813  
6.73712212  
6.58572612  
6.43433012  
6.28293412  
6.13153811  
5.98014211  
5.82874611  
5.6773501  
5.5259541  
5.3745581  
5.2231621  
5.07176609  
4.92037009  
⋮ ]

$\frac{kg}{s^3 \cdot K^4}$  KHM

