# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тольяттинский государственный университет»

Архитектурно-строительный институт Кафедра «Городское строительство и хозяйство»

08.04.01 «Строительство» направленность (профиль) «Техническая эксплуатация и реконструкция зданий и сооружений»

# МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему <u>Учет напря</u>	ижений в железобетонных	конструкциях при их
	усилении	
Студент(ка)	А.Ю. Семенова	
— Научный	(И.О. Фамилия) Д.С. Тошин	(личная подпись)
руководитель Консультанты	(И.О. Фамилия)	(личная подпись)
	(И.О. Фамилия)	(личная подпись)
_	(И.О. Фамилия)	(личная подпись)
Руководитель программь	I <u>Д.Т.Н., ДОЦЕНТ В.А. Ерышев</u> (ученая степень, звание, И.О. Фамилия)	(личная подпись)
«»	20 Γ.	
Допустить к защите		
Заведующий кафедрой	<u>к.т.н. Д.С. Тошин</u> (ученая степень, звание, И.О. Фамилия)	
«»_	г.	

Тольятти 2016

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕН	ИЕ	3	
Глава 1	Диаграммы деформирования бетона		
1.1	Общая оценка диаграмм деформирования материалов		
1.2	Современные методы представления деформационной модели		
Глава 2	Аналитическое описание диаграмм деформирования материалов		
2.1	Расчетные диаграммы деформирования бетона		
2.2	Криволинейные диаграммы деформирования бетона		
2.3	Алгоритм построения диаграммы сжатого бетонного элемента		
2.4	Расчетные диаграммы деформирования арматуры		
2.5	Криволинейные диаграммы деформирования арматуры		
2.6	Построение диаграммы растяжения арматуры	26	
Глава 3	Построение диаграмм деформирования усиленных		
	элементов	29	
3.1	Построение диаграммы деформирования усиленного бетонного		
	элемента	34	
3.2	Построение диаграммы деформирования усиленного		
	железобетонного элемента с учетом случайного		
	эксцентриситета	38	
ЗАКЛЮЧ	ЗАКЛЮЧЕНИЕ		
СПИСОК	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ		
ПРИЛОЖ	ПРИЛОЖЕНИЕ А		
ПРИЛОЖЕНИЕ Б			
прилож	ПРИЛОЖЕНИЕ В		

#### **ВВЕДЕНИЕ**

#### Актуальность

В настоящее время объемы нового строительства значительно уступают объемам реконструируемых зданий. Применение не всегда качественных материалов, нарушение строительных норм при возведении зданий и сооружений и увеличение нагрузок в процессе эксплуатации приводят к физическому и моральному износу конструкций. В связи с этим ремонт и усиление железобетонных конструкций приходится производить весьма часто. Кроме того, как показывает зарубежный опыт, в экономическом отношении окупаемость средств, вложенных в реконструкцию происходит в 2-3 раза быстрее, чем при новом строительстве.

В большинстве случаев реконструкция существующих зданий приводит к увеличению нагрузки и, как следствие, к необходимости усиления. Наиболее распространенной, но и менее изученной моделью является усиление конструкций под нагрузкой.

В СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» указано, что расчет усиливаемой конструкции следует производить с учетом напряженно деформированного состояния, полученного элементом до усиления. При этом отсутствие в СП четкого алгоритма осложняет выполнение расчета по усилению железобетонных конструкций.

#### Цель диссертационной работы

Цель работы заключена в разработке алгоритма по оценке эффективности использования прочностных параметров бетонных и железобетонных конструкций усиления в зависимости от начального уровня нагружения усиливаемого элемента с использованием деформационной модели.

Для достижения поставленной цели были запланированы задачи:

1. Подбор и изучение литературы по вопросам усиления строительных конструкций, изучение диаграммного метода для расчета конструкций усиления;

анализ вариантов представления диаграмм деформирования бетона и арматурной стали.

- 2. Разработка алгоритма расчета усиления бетонного и железобетонного элемента при сжатии.
- 3. Разработка алгоритма по оценке эффективности усиления бетонного и железобетонного элемента в зависимости от начального уровня нагружения.

#### Объект исследования

Усиливаемые бетонные и железобетонные конструкции.

#### Предмет исследования

Напряжённо-деформированное состояние центральносжатых железобетонных элементов и методика расчёта их прочности.

#### Научная новизна исследований

Разработан алгоритм, основанный на деформационной модели, позволяющий выполнять расчет усиливаемых конструкций с учетом начального уровня нагружения усиливаемого элемента для любых классов бетона и арматуры; введено понятие эффективности использования бетона усиления для оценки степени использования прочностных характеристик бетона усиления с учетом существующей на момент усиления нагрузки.

#### Теоретическая и практическая значимость полученных результатов

Выполненные исследования способствуют более глубокому изучению работы конструкций, усиленных без снятия существующей нагрузки.

Разработанная программа расчёта может быть рекомендована инженерам для выполнения работ по проектированию зданий и сооружений, а также выполнения оценки степени использования прочностных характеристик бетона усиления с учетом существующей на момент усиления нагрузки.

#### Достоверность проведённых исследований

Достоверность исследований, описанных в данной работе, подтверждается использованием классических методов строительной механики, использованием российских и зарубежных нормативных документов,

Достоверность работы подтверждается также значительным объёмом обработанных данных собственных и сторонних экспериментальных исследований и получением достаточной сходимости экспериментальных данных с теоретическими.

#### Автор защищает

- алгоритм расчёта, основанный на деформационной модели, позволяющий выполнять расчет усиливаемых конструкций с учетом начального уровня нагружения усиливаемого элемента для любых классов бетона и арматуры;
- метод оценки степени использования прочностных характеристик бетона усиления с учетом существующей на момент усиления нагрузки.

#### Апробация результатов исследования

Основные положения проведённых исследований по теме диссертации докладывались автором на конференции «Студенческие Дни науки в ТГУ» в 2016г. Так же на основании полученных результатов опубликована статья в научном журнале «Вестник магистратуры» (г. Йошкар-Ола, 2016г.).

# Глава 1 Диаграммы деформирования бетона

Для современной экономики отмечается тенденция роста вложения средств в реконструкцию. Принимая во внимание международный опыт, в экономическом отношении окупаемость капитальных вложений при реконструкции происходит в 2 – 3 раза быстрее, чем при возведении новых зданий [1]. В большинстве случаев реконструкция существующих зданий приводит к увеличению нагрузки и, как следствие, к необходимости усиления. Наиболее распространенной, но и менее изученной моделью является усиление конструкций под нагрузкой.

В существующих нормах проектирования содержатся только общие рекомендации по проектированию и расчету железобетонных конструкций. Расчет ведется по предельным состояниям с применением линейных диаграмм деформирования материалов с учетом особенностей, связанных с применением различных видов арматуры и классов бетона в усиливаемой и усиливающей частях конструкции. Нормы допускают усиление под нагрузкой до 65 % от расчетной величины для усиливаемой конструкции и под большой нагрузкой с коэффициентов ybr1 0.9 введением условий работы бетона арматуры  $\gamma sr1 = 0.9$ .

При усилении под нагрузкой нормативный метод расчета не позволяет оценить влияние начальных напряжений и деформаций в усиливаемой части на несущую способность усиленной конструкции, так как в расчете по предельным состояниям рассматривается напряженно-деформированное конструкции до усиления (при эксплуатационных нагружениях) и исключается распределения перераспределения возможность учета И усилий между элементами (частями) усиленной конструкции при последующем ее загружении и включении элемента усиления в совместную работу. Указанные недостатки стали причиной поиска новых решений, основанных на деформационной модели расчета и использовании нелинейных диаграмм деформирования материалов.

Модели деформирования, рассмотренные в российских и зарубежных нормах по проектированию железобетонных конструкций условно можно разделить на основные и расчетные:

- основные (криволинейные) оценивают напряженно-деформированное состояние бетона приближенно к реальной работе;
- расчетные модели (параболически линейные) используются для упрощения работы проектировщика с диаграммами деформирования.

В зависимости от механических свойств материала, для описания модели деформирования твердых тел используются линейная теория упругости, теория пластичности и ползучести. По значениям напряжений  $\sigma$  и относительных деформаций  $\varepsilon$ , полученным экспериментально при одноосном растяжении или сжатии образца, строится некоторая кривая, так называемая, диаграмма материала на растяжение или сжатие.

В системе координат на оси абсцисс отмечаются значения относительных деформаций  $\varepsilon$ , по оси ординат - значения напряжений  $\sigma$ . Полученная кривая и есть диаграмма деформирования материала. Такой подход позволяет учесть основные закономерности работы материала, а значит позволяет определить напряженно-деформированное состояние сечения на всех стадиях эксплуатации элемента.

Совершенствование методов расчета железобетонных элементов на основе деформационной модели за счет учета физико-механических характеристик и особенностей деформирования материала проявляют резервы для эффективного использования материалов.

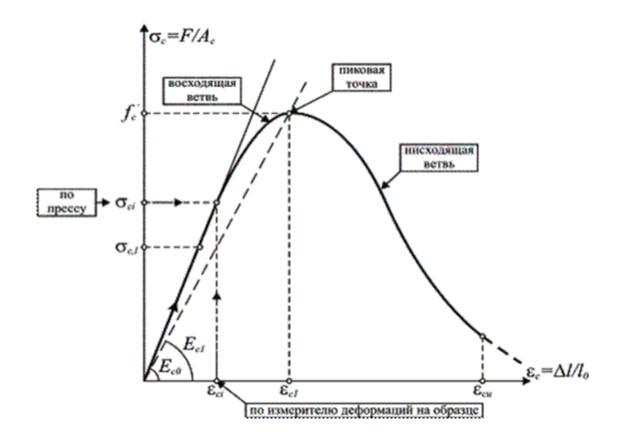


Рисунок 1.1 - Общий вид диаграммы деформирования бетона при сжатии

Р.С. Санжаровским, Н.М. Снятковым [2] была предложена методика расчета усиленных под нагрузкой железобетонных рам с учетом физической нелинейности [3,4]. В 1990 году вышла монография С.В. Бондаренко и Р.С. Санжаровского [5], описывающая подробный анализ методов расчета усиленных железобетонных конструкций и ряд новых методик расчета железобетонных элементов, усиленных под нагрузкой или после разгрузки.

В 1995 году Д.О. Астафьевым [6] разработана математическая модель расчета реконструируемых (усиливаемых) стержневых железобетонных конструкций, отражающая их состояние в течение всего времени существования — от момента возведения (изготовления), дальнейшей эксплуатации, реконструкции (усиления) до возможного разрушения. В работе оценивается напряженно-деформированное состояние элементов и несущей способности сооружения на всем периоде эксплуатации элемента. Предложенная теория позволяет учитывать физическую и геометрическую нелинейность конструкции, различные физико-

механические свойства материалов усиливаемой конструкции и элементов усиления, возраст и предысторию нагружения.

Несмотря на указанные достоинства, в работах [2, 3, 4, 5] не анализируется вопрос зависимости несущей способности усиленного под нагрузкой железобетонного элемента от уровня нагружения до усиления.

На фоне значительного физического износа промышленных и гражданских зданий повышается актуальность вопросов, связанных с усилением существующих конструкций. Совершенствование методов расчета является одним из основных вариантов экономичного и надежного проектирования усиления конструкций из железобетона.

Методы расчета прочности на основе нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм деформирования материалов считаются наиболее перспективными, но и менее изученными. В СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» указано, что расчет усиливаемой конструкции следует производить с учетом напряженно деформированного состояния, полученного элементом до усиления. При этом отсутствие в СП алгоритма осложняет выполнение расчета по усилению железобетонных конструкций.

#### 1.1 Общая оценка диаграмм деформирования материалов

Описание деформирования бетона в ряде нормативно-технических документов оценивается как один из основных факторов, определяющий ход расчета железобетонных конструкций.

На сегодняшний день наиболее распространен эмпирический подход, заключающийся в подборе наиболее подходящей функции для описания зависимости между напряжением и деформациями. Такие зависимости предлагали В.Я.Бачинский и А.Н.Бамбура(1984), В.Н.Байков (1987) и многие другие, подробный обзор можно изучить в работе [8].

При расчетах железобетонных конструкций в качестве базовых используют прочностные и деформационные характеристики бетона, получаемые в условиях

1.2). Учет кратковременного сжатия растяжения (рисунок осевого дополнительных факторов (других видов напряженно-деформированного состояния, длительности действия нагрузки И т.д.) выполняют путем трансформаций исходных зависимостей, полученных в условиях осевого кратковременного нагружения.

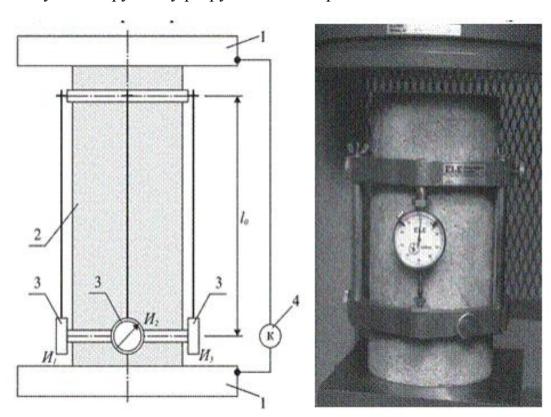
соответствии с нормативными документами по проектированию деформирования железобетонных конструкций диаграмму бетона, при кратковременном действии однократно приложенной нагрузки установленных ее предельных значений, отвечающих разрушению бетона при напряженном состоянии, следует рассматривать однородном качестве обобщенной характеристики механических свойств бетона.

Диаграмма деформирования бетона имеет незначительный начальный линейный участок, который обозначает упругую работу бетона. Далее следует криволинейная возрастающая ветвь (накопление напряжений) и ниспадающая ветвь (разрушение).

Характер искривления диаграмм определяется образованием внутренних трещин (развитием псевдопластических деформаций). Значения параметров экспериментальных диаграмм деформирования бетона определяются уровнем и точностью используемой измерительной техники, силового оборудования и квалификацией исполнителя.

Большинство экспериментальных данных получают с использованием механических, электротензометрических и акустических приборов и методов, а анализ результатов проводится пока по усредненным данным (т.е. данным, представляющим бетон в объеме каждого отдельно рассматриваемого элемента тела, однородным материалом). В современных исследованиях бетона начали применяться рентгеноскопия, микроскопия и микрофотография, а также метод ртутной параметрии и термодефектоскопия, что позволяет вести структурный анализ бетона с позиций композитного материала.

Экспериментальные исследования показывают, что форма кривой, деформирования, существенно представляющей диаграмму кратковременной прочности бетона (рис. 1.3). Стоит отметить, что с увеличением класса бетона доля неупругих деформаций уменьшается, что тоже является причиной уменьшения кривизны диаграммы. Из графиков можно определить увеличение упругой составляющей диаграммы с возрастанием кратковременной прочности. Вместе с тем, вслед за достижением пиковых напряжений в бетонах с высокой прочностью следует довольно крутая нисходящая ветвь, соответствующая хрупкому разрушению материала.



1 – пластины испытательной машины; 2 – опытный образец; 3 – индикаторы часового типа; 4 – контрольно-измерительное устройство, фиксирующее перемещения пластин испытательной машины

Рисунок 1.2 – Экспериментальная установка

Для математического описания базовой диаграммы деформирования бетона при сжатии, для каждого класа бетона принимают ряд нормируемых параметрических точек:

- напряжений Rb в пиковой точке диаграммы деформирования,
   соответствующих пределу кратковременной прочности бетона при осевом сжатии;
- относительной продольной деформации εс1, соответствующей напряжениям в пиковой точке диаграммы;

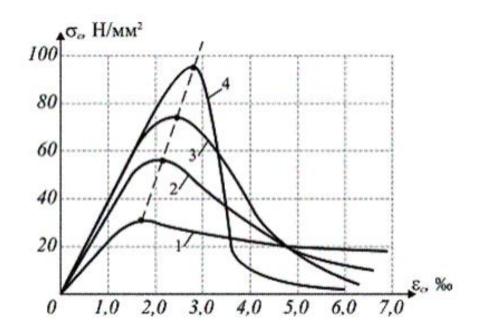


Рисунок 1.3 – Диаграммы деформирования для разных классов бетона

- относительной продольной деформации єси, принятой в качестве предельной деформации бетона при сжатии, соответствующую назначенному уровню напряжения;
  - среднего модуля упругости бетона Ес.

Деформативные свойства бетона характеризуются начальным модулем упругости -  $E_b$ , который в нормативных документах назначается при классе

бетона по прочности на сжатие, т.е. ставится в соответствие с нормативной прочностью бетона. Начальный модуль упругости тяжелого бетона (МПа)

$$E_b = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_{b,e_1}} = 5.2 \cdot \frac{10^4 R}{18 + R'} \tag{1.1}$$

где  $\varepsilon_{b,e\,\iota}$  - упругие относительные деформации бетона.

Начальный модуль упругости бетона определяется при напряжениях  $\sigma_b = 0.2 \dots 0.3 \ \sigma_b$ , как тангенс угла наклона касательной к диаграмме из начала координат и характеризует только упругие свойства бетона. Полные деформации бетона при напряжениях  $\sigma_b$  составляют

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{b,e_l} + \varepsilon_{b,p_l},\tag{1.2}$$

где  $\varepsilon_{b,p_{I}}$  - пластические деформации, вызванные ползучестью бетона и зависящие от скорости нагружения и от уровня напряжений в бетоне.

Упругие свойства бетона характеризуются коэффициентом упругости равным отношению линейной части деформации к общим

$$v_b = \frac{\varepsilon_{b,el}}{\varepsilon_b} = \frac{\varepsilon_{b,el}}{(\varepsilon_{b,el} + \varepsilon_{b,nl})}.$$
 (1.3)

В нормативных документах принимается: при кратковременном действии нагрузки  $\nu_b=0,\!45;$  при длительном  $\nu_b=0,\!1\dots0,\!15.$ 

В расчетных зависимостях диаграммы удобно характеризовать: секущим модулем ( $E_b^{sea} = E_b \, \nu_b$  — при сжатии,  $E_{bt}^{sea} = E_b \, \nu_{bt}$  — при растяжении), численно равным тангенсу угла наклона  $\alpha$  прямой OM к оси  $\varepsilon_b$ ; касательным модулем  $E_b \, \nu_b^{\kappa}$ , численно равным тангенсу угла наклона  $\theta^{\kappa}$  касательных линий диаграммы к оси деформации. Секущий (упруго — пластический) и касательный модули меньше начального модуля упругости бетона  $E_b (\nu_b \, \text{и} \, \nu_b^{\kappa}$  — меньше единицы). В расчетах железобетонных конструкций согласно СНиП 2.03.01-84 $^*$  принимается средняя величина модуля  $E_b \, \nu_b$ , где  $\nu_b = 0.45$ .

На пластические, а следовательно, и полные деформации существенно влияет скорость загружения бетона. При мгновенном нагружении ( $t_1=0$ ) только упругие деформации. Чем медленнее прикладывается нагрузка, тем больше пластические деформации, развиваются за этот период, и тем меньше величина секущего и касательного модуля.

Развитие пластических деформаций наглядно проявляется при ступенчатом нагружении напряжениями сжатия  $\sigma_{b1,}\sigma_{b2}$  и  $\sigma_{b3}$  когда отсчеты по измерительным приборам фиксируются дважды: в момент приложения нагрузки и после выдержки в течении некоторого времени ( $t_2=10$  мин,  $t_3=60$  мин).

Диаграммы деформирования арматуры, как и бетона, являются исходной базой для построения общих методов расчета железобетонных конструкций (рисунок 1.4).

В период работы арматурной стали в составе железобетонного элемента ее предельные деформации редко превышают 2‰, поэтому удобнее использовать расчетную диаграмму растяжения, когда напряжения на всех стадиях разрушения вплоть до разрыва стали определяют исходя из начальной площади поперечного сечения. При необходимости определения полной несущей способности железобетонной конструкции используют «истинную» диаграмму состояния, когда для определения напряжения исходят из действительной площади поперечного сечения, изменяющейся в процессе деформирования.

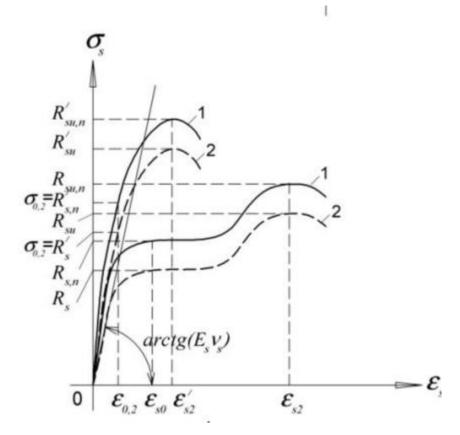


Рисунок 1.4 – Диаграмма деформирования арматуры с физической площадкой текучести и без нее

В СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» в качестве расчетной предлагается принимать диаграмму по типу диаграмм Прандтля. Причем, для арматур с физической площадкой текучести (класса A240-A500) предлагается применять двухлинейную диаграмму, а для арматур без физической площадки (A600-A1000) — трехлинейную, без учета упрочнения за площадкой текучести. Как и для диаграмм деформирования бетона, в СП указывается на возможность использовать в качестве расчетных криволинейные диаграммы, аппроксимирующие фактические диаграммы деформирования арматуры.

#### 1.2 Современные методы представления деформационной модели

В основе методов, предложенных в недавнее время, представлены непрерывными математическими функциями, что предполагает значительные упрощения и погрешности. Физические нелинейные свойства бетона описываются дифференциальными уравнениями равновесия, совокупности с геометрическими уравнениями составляют полную систему определяющих уравнений механики железобетона. Невозможность построения единой математической модели, учитывающей все возможные варианты развития напряжений и приложения нагрузки к эксплуатируемому элементу, приводит к необходимости решений, определения частных дополняющих теорию железобетона.

Из-за необходимости обширной базы экспериментальных данных, которой осложняется нехваткой материально-технических и расширение финансовых средств, данный метод малоприменим и очень слабо изучен. Фактически, необходимости при определения прочности, жёсткости трещиностойкости для каждой вновь проектируемой конструкции необходимо эксперимента. проведение нового Это рационально только ДЛЯ неунифицированных конструкций, методика расчёта которых пока отсутствует из-за невозможности учёта каких-либо значимых факторов и свойств.

Из многообразия представлений удобнее всего выделить два типа диаграммных методов:

- метод с применением диаграмм деформирования конструкций, их отдельных элементов и узлов (рисунок 1.5);
- метод, где используются диаграммы деформирования (состояния) материалов бетона и арматуры (рисунок 1.6).

Далее по мере развития теории железобетона более рациональным будет использование второго типа диаграммных методов. Этот тип методов учитывает вклад в несущую способность, жёсткость и трещиностойкеость конструкции от каждой её составляющей отдельно – от растянутого и сжатого бетона, бетона,

находящегося в условиях среза, продольной и поперечной арматуры и т.д. В основе диаграммного метода второго типа лежит нелинейная деформационная модель нормального сечения. Она включает в себя уравнения равновесия внешних и внутренних сил в виде гипотезы плоских сечений, а также диаграммы деформирования бетона и арматуры, которые устанавливают связь между напряжениями и деформациями.

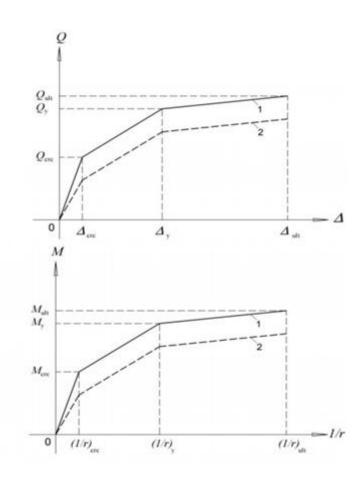


Рисунок 1.5 Диаграммы деформирования конструкций для первого метода (отдельного элемента либо узла)

Расчёт ведётся методом последовательных приближений. С использованием метода итераций приближениями ищется напряженно-деформированное состояние элемента, то есть относительные деформации и напряжений в бетоне и арматуре, вычисление секущих модулей деформаций согласно диаграммам состояния материалов, расчёт жёсткости сечения и кривизны. На всех этапах

итерационного процесса выполняются проверки сходимости полученных значений прочности бетона растянутой зоны, бетона сжатой зоны, растянутой и сжатой арматуры.

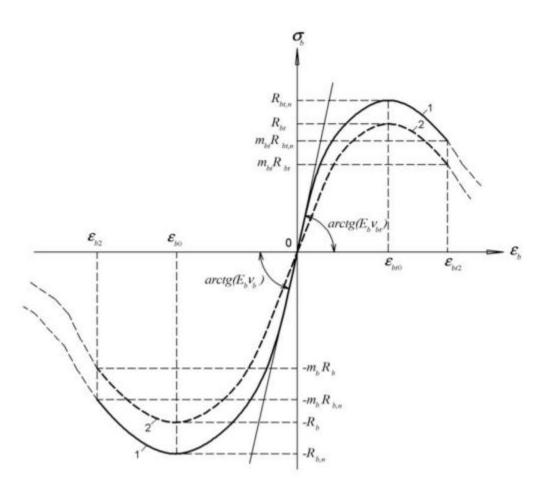


Рисунок 1.6 - Диаграммы деформирования материала для второго метода

По причине неоднородности бетона, несовершенства геометрических форм элементов конструкций, погрешностей измерений, назначаемых по проекту центральное сжатие в чистом виде не наблюдается. Чаще всего в расчетах внецентренное сжатие с так случайными рассматривается называемыми эксцентриситетами. В подобных условиях находятся железобетонные колонны одноэтажных промышленных зданий, загруженные давлением от кранов, верхние безраскосных ферм и другие подобные конструкции. В сборных пояса случайный эксцентриситет может возникнуть причине ПО смещения элементов на опорах из-за неточности монтажа.

В подобных случаях на элемент действует сжимающая сила N и изгибающий момент M. Расстояние между продольной осью элемента и направлением сжимающей силы называется эксцентриситетом (рисунок 1.7). В общем случае для статически определимых конструкций значение эксцентриситета определяют по выражению:

$$e_0 = {}^{M}_{N} + e_a \tag{1.4}$$

где  $e_a$  – случайный эксцентриситет.

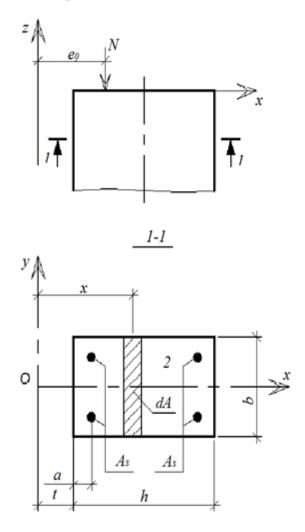


Рисунок 1.7 – Конструкция с изображением эксцентриститета

По нормам случайные эксцентриситеты  $e_a$  следует принимать равными большему из следующих значений: 1/30 высоты сечения элемента или 1/600 длины элемента (или ее части между местами, закрепленными от поперечных

перемещений); при отсутствии опытных данных значение этого эксцентриситета принимают не менее 10 мм.

О вопросе несущей способности сжатых железобетонных элементов с малым эксцентриситетом написано много научных работ, как российских, так и зарубежных [9, 10, 11]. Прослеживается общее мнение о причине расхождения опытных и теоретических разрушающих нагрузок внецентренно сжатых железобетонных, а именно неточность в определении коэффициентов полноты эпюры напряжений ω и положения равнодействующей эпюры сжатой зоны β, характеризующих усилия в сжатой зоне бетона и плеча внутренней пары сил.

Как известно, коэффициент полноты эпюры напряжения ω характеризует степень использования прочностных параметров сжатого бетона в зависимости от эксцентриситета продольного усилия. Во внецентренно сжатых элементах напряжение в арматуре, расположенной у более сжатой грани, всегда достигает предела текучести к моменту разрушения, а напряжение в арматуре в менее сжатой грани неизвестно. Его значение можно установить по известной зависимости:

$$\sigma_{\rm s} = \varepsilon_{\rm s} E_{\rm s} \tag{1.5}$$

где  $\varepsilon_s$  — деформации арматуры, расположенной в менее сжатой грани сечения.

Зная закономерности изменения параметров  $\omega$ ,  $\beta$  и  $\varepsilon_s$  можно определить несущую способность сжатых элементов с малым эксцентриситетом по формуле:

$$N = \omega R_b b h + R_{sc} A'_s + \sigma_s A_s$$

$$Ne_0 = \omega R_b b h \ h_0 - \beta h_0 + R_{scA'_s} (h_0 - a')$$

$$(1.6)$$

Здесь неизвестным является  $\sigma_s = \varepsilon_s E_s$  – напряжение в менее сжатой арматуре As. Однако величины коэффициентов  $\omega$  и  $\beta$ , полученные разными исследователями при равных условиях работы сечений и прочности бетона, зачастую разнятся между собой.

Отсутствие единой модели определения зависимости несущей способности усиленного под нагрузкой железобетонного элемента от уровня нагружения до

усиления вызывает необходимость в разработке алгоритма, позволяющего рассчитать эффективность усиления с учетом действующей на элемент нагрузки.

#### Выводы по главе 1

Рассмотрены различные представления диаграмм деформирования материалов, проведен анализ методов построения диаграмм. Проведена оценка методов построения. Так же проведен анализ современных методов описания диаграмм деформирования материалов, выявлены недостатки и неточности.

Обозначена проблема отсутствия единой модели оценки несущей способности с учетом существующих нагрузок на элемент усиления.

# Глава 2 Аналитическое описание диаграмм деформирования материалов

# 2.1 Расчетные диаграммы деформирования бетона

В нормативных документах РФ нелинейные свойства бетона представлены в В СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения», в виде двух- и трехлинейных диаграмм деформирования. Так же говорится о возможности применения криволинейных диаграмм в качестве расчетных. На сегодняшний день применение линейных диаграмм является в России основным методом расчета конструкций.

Для описания состояния сжатого бетона с помощью двухлинейной диаграммы деформирования определяют два отрезка: при  $0 \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b1}$  и при  $\varepsilon_{b1} \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b2}$  (рисунок 2.1).

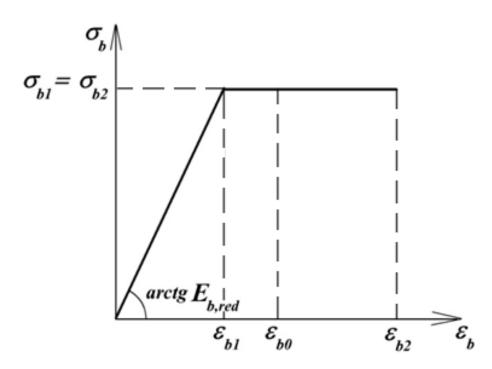


Рисунок 2.1 - Двухлинейная диаграмма состояния сжатого бетона

При построении двухлинейной диаграммы зависимость  $\sigma_b$  -  $\varepsilon_b$  определяют по формулам:

$$\sigma_b = E_{b,red} \varepsilon_b \pmod{0} \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b1}$$
 (2.1)

$$\sigma_b = R_b \; (\text{при } \varepsilon_{b1} \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b2})$$
 (2.2)

Значения относительных деформаций  $\varepsilon_{b1}$  принимают по формуле:

$$\varepsilon_{b1} = \frac{R_b}{E_{b,red}} \tag{2.3}$$

При применении трехлинейной диаграммы для описания состояния сжатого бетона задаются параметрами трех отрезков: при  $0 \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b1}$ , при  $\varepsilon_{b1} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b0}$  и при  $\varepsilon_{b0} \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b2}$  (рисунок 2.2).

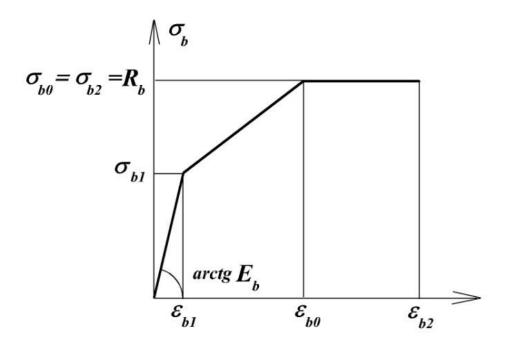


Рисунок 2.2 - Трехлинейная диаграмма состояния сжатого бетона

Сжимающие напряжения бетона  $\sigma_b$  в зависимости от относительных деформаций  $\varepsilon_b$  для трехлинейной диаграммы принимают по формулам:

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_b$$
 (при  $0 \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b1}$ ) (2.4)

$$\sigma_b = 1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} R_b \text{ (при } \varepsilon_{b1} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b0})$$
 (2.5)

$$\sigma_b = R_b \text{ (при } \varepsilon_{b0} \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b2})$$
 (2.6)

Значения напряжений  $\sigma_{b1}$ , относительных деформаций  $\varepsilon_{b1}$  и  $\varepsilon_{b2}$  (при непродолжительном действии нагрузки) принимают:  $\sigma_{b1}=0.6R_b$ ,  $\varepsilon_{b1}=\frac{\sigma_{b1}}{E_b}$  и  $\varepsilon_{b2}=0.0035$  соответственно.

Диаграмма для растянутого бетона строится аналогично приведенным выше двух- и трехлинейной диаграмме с использованием зависимостей (3-8). При этом расчетные значения сопротивления бетона сжатию  $R_b$  заменяют расчетным сопротивлением бетона растяжению  $R_{bt}$ , значения начального модуля упругости  $E_{bt}$  и относительной деформации  $\varepsilon_{bt}$  о принимают в соответствии с указаниями СП 63.13330.2012.

Учитывая анализ результатов, представленный в [12], можно сказать о несоответствии диаграмм между собой, что в свою очередь дает некоторые погрешности и отражается на конечных результатах.

#### 2.2 Криволинейные диаграммы деформирования бетона

Базой для построения общей модели служат результаты исследования диаграмм  $\sigma_b$  -  $\varepsilon_b$  при кратковременных испытаниях бетонных элементов. Наиболее точно описывает реальное деформирование волокон бетона в конструкциях двухветвевая диаграмма, полученная при испытаниях с постоянной скоростью роста деформаций. Она состоит из двух участков (ветвей): восходящей (до вершины h и h') и ниспадающей (h-1 и h'-2).

Вершина h соответствует предельными значениями напряжений на сжатие  $\sigma_b = \sigma_b$  и деформаций  $\varepsilon_b = \varepsilon_b$ ; h, соответственно, предельным значениям напряжений при растяжении  $\sigma_{bt} = \sigma_{bt}$  и деформаций  $\varepsilon_{bt} = \varepsilon_{bt}$ .

В ходе испытаний на каждой ступени нагружения по динамометру контролируется величина нагрузки P и измеряются на гранях образцов абсолютные значения деформаций.

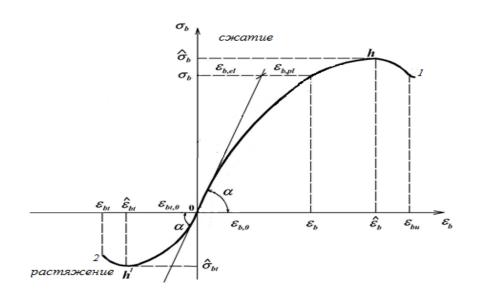


Рисунок 2.3 - Диаграмма зависимости между напряжениями и деформациями в бетоне при сжатии и при растяжении

По результатам измерений вычисляются значения напряжений и относительных деформаций:

$$\sigma = \frac{P}{A_b} \tag{2.7}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{\rho} \tag{2.8}$$

где  $A_b$  - площадь сечения образца,

 $\Delta$  – значение деформации ( $\Delta = \Delta_b$  при растяжении и  $\Delta = \Delta bt$  при сжатии),

 $\ell$  - высота образца (база измерения).

Величина деформаций на заданном уровне напряжений  $\sigma_b$  зависит от скорости нагружения. В расчетах значения  $\sigma_b$  и  $\sigma_{bt}$  принимают равными нормативным  $R_{b,n}$  и  $R_{bt,n}$  или расчетным  $R_b$  и  $R_{bt}$  значениям бетона при сжатии и растяжении соответственно.

Диаграммы сжатия и растяжения существенно отличаются своими параметрами: сопротивление бетона растяжению на порядок меньше чем на сжатие, а предельные деформации на сжатие  $\varepsilon_b$  в 15 раз превышают  $\varepsilon_{bt}$  на растяжение.

Существует несколько методов описания зависимости между напряжениями и деформациями бетона. Рассмотрим некоторые принципы расчета и построения диаграмм деформирования по российским и зарубежным нормам.

В 1975 году Европейская комиссия с целью устранить препятствия при обмене товарами и услугами на строительном рынке приняла решение о разработке региональных строительных стандартов, которые получили название Eurocode (ед.; рус. Европейский кодекс, Еврокоды). Это региональные модельные (типовые) стандарты, не предназначены для прямого применения и должны быть адаптированы к местным условиям.

Широкое распространение в работах российских научных работах получили нормы EN 1992-1-1: Еврокод 2 [13], где для описания зависимости  $\sigma_{\rm c}-\varepsilon_{\rm c}$  применяется формула:

$$\sigma = \frac{k\varepsilon - \varepsilon^2}{1 + (k - 2)\varepsilon} \tag{2.9}$$

где  $\sigma$  – отношение напряжения  $\sigma_{\rm c}$  к прочности одноосного сжатого бетона  $f_{cm}$  ( $\sigma = \sigma_{\rm c} \ f_{cm}$ );

 $\varepsilon$  — отношение текущей деформации  $\varepsilon_{\rm c}$  к предельной деформации бетона в вершине диаграммы  $\varepsilon_{\rm c1}$  (рисунок 2.4);

k – коэффициент, значение которого определяется по формуле:

$$k = \frac{1.05 E_{cm} \varepsilon_{c1}}{f_{cm}},\tag{2.10}$$

где  $E_{cm}$  — начальный модуль упругости бетона.

Данная формула подходит для описания экспериментальных диаграмм кратковременного одноосного сжатия бетонов различной прочности.

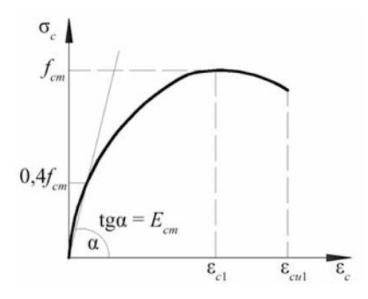


Рисунок 2.4 - Диаграмма деформирования одноосно сжатого бетона по EN 1992-1-1

Стоит указать недостатки этого метода. Во-первых, формула (2.10) сложна для интеграции, что приводит к определенным неудобствам при расчете. Во-вторых, возникают сложности в определении деформации при известном уровне напряжений. И в-третьих, данная формула не является универсальной, так как применение формулы (2.10) для расчета конструкции при длительном или многократно-повторном действии нагрузки вызывает затруднение.

Для учета различных режимов нагружения Н.И. Карпенко [14] предложил принимать зависимость напряжения  $\sigma_b$  от деформаций  $\varepsilon_b$  в виде:

$$\sigma_b = \nu_b E_b \varepsilon, \tag{2.11}$$

где  $v_b$  – коэффициент упругости бетона,

 $E_b$  – модуль упругости бетона.

Коэффициент упругости  $\nu_b$  принят для возможности учета различных режимов нагружения. Для его вычисления в [14] предложена следующая зависимость:

$$\nu_b = \nu_b \pm \nu_0 - \nu_b \quad \overline{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2},$$
 (2.12)

где  $\nu_0, \ \nu_b$  — значение коэффициента упругости в начале и вершине диаграммы,

 $\omega_1$ ,  $\omega_2$  – коэффициенты, характеризующие кривизну диаграммы.

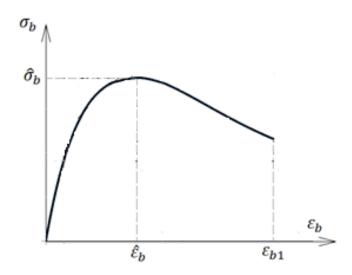


Рисунок 2.5 - Диаграмма деформирования бетона по методу Н.И. Карпенко

В формуле (2.12) знак плюс применим для восходящей ветви диаграммы, знак минус – для нисходящей.

Эта методика предлагается к проектированию в нормах РФ. Из недостатков можно отметить чередующийся знак в функции и разные значения коэффициентов  $\nu_0$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  для восходящей и нисходящей ветви.

Рассмотрев несколько методов представления диаграмм можно выделить некоторые пункты:

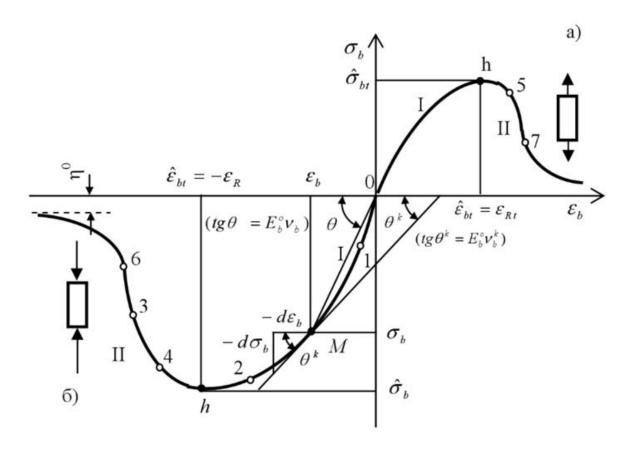
1. Во всех методиках при сжатии и растяжении бетона диаграммы представляются одинаковыми, с разницей лишь в прочностных и деформационных характеристиках, с помощью которых они описываются.

- 2. В Еврокод-2 характеристики бетона определяются по результатам сжатия стандартных образцов-цилиндров, в остальных методах характеристики определяются по испытаниям призм.
- 3. Диаграммы различаются в представлении: кусочно-линейные и криволинейные. Первые просты для применения в практических расчетах, но дают определенную погрешность в значениях, в отличие от вторых.
- 4. Диаграммы в представлении нормативных документов России и Еврокод-2 предполагают три участка работы бетона: упругую работу, упругопластичную работу и ниспадающая ветвь. По диаграммам из метода Н.И. Карпенко можно сказать, что бетон работает неупруго на всем времени работы.

#### 2.3 Алгоритм построения диаграммы сжатого бетонного элемента

Двухветвевые диаграммы состоят из двух участков (ветвей): І – восходящих (до вершины h с предельными значениями напряжений на сжатие  $\sigma_b = \sigma_b$  и деформаций  $\varepsilon_b = \varepsilon_b$  – при сжатии и h, соответственно,  $\sigma_{bt} = \sigma_{bt}$ ;  $\varepsilon_{bt} = \varepsilon_{bt}$  – при растяжении) и II – ниспадающих (h-5 и h-4).

Диаграмма растяжения (рисунок 10, а) и сжатия (рисунок 10, б) бетона различаются по параметрам и кривизне ветвей. Обе эти диаграммы составляют полную диаграмму деформирования бетона.



а – диагрмма деформирования при ратяжении
 б – диаграмма деформирования при сжатии
 Рисунок 2.6 - Диаграмма деформирования бетона

На данном этапе будем рассматривать диаграмму деформирования бетона при сжатии. Согласно методике, предложенной Н.И. Карпенко [14], сжимающие напряжения и деформации укорочения являются отрицательными. При центральном сжатии диаграмма деформирования бетона представляется в виде:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_b}{\nu_b E_b} \tag{2.13}$$

где  $v_b$  – коэффициент упругости бетона,

 $E_b$  – модуль упругости бетона.

Коэффициент упругости  $\nu_b$  принят для возможности учета различных режимов нагружения. Для его вычисления предложена следующая зависимость:

$$\nu_b = \nu_b \pm \nu_0 - \nu_b \quad \overline{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2},$$
(2.14)

где  $v_0$ ,  $v_b$  — значение коэффициента упругости в начале и вершине диаграммы,

 $\omega_1$ ,  $\omega_2$  – коэффициенты, характеризующие кривизну диаграммы.

Значение деформации в вершине диаграммы  $\varepsilon_b$  по предложению Л.Р.Серых определим по формуле:

$$\varepsilon_b = -\frac{B}{E_b} \lambda \frac{1 + 0.75\lambda^B}{0.12 + B} \frac{60 + 0.2^{\lambda}}{60 + 0.2} \frac{B}{B}, \tag{2.15}$$

где В – класс бетона по прочности на сжатие,

 $\lambda$  — безразмерный коэффициент, зависящий от вида бетона.

Значение коэффициента упругости для восходящей ветви определим по формуле:

$$u_b = \nu_b + \nu_0 - \nu_b \quad \overline{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2},$$
где  $u_b = \frac{\sigma_b}{E_b \varepsilon_b}; \quad \sigma_b = -R_{b,ser}; \quad \eta = \frac{\sigma_b}{\sigma_b}; \quad \omega_2 = 1 - \omega_1;$ 
 $\nu_0 = 1; \quad \omega_1 = 2 - 2,5\nu_b.$ 

Для построения нисходящей ветви в формуле (2.14) меняем знак на отрицательный, получаем:

$$u_b = \nu_b - \nu_0 - \nu_b \quad \overline{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2}$$
где  $u_b = \frac{\sigma_b}{E_b \varepsilon_b}; \quad \sigma_b = -R_{b,ser}; \quad \eta = \frac{\sigma_b}{\sigma_b}; \quad \nu_0 = 2,05\nu_b;$ 
 $\omega_1 = 1,95\nu_b - 0,138.$ 

Значения  $E_b$ ,  $\lambda$ ,  $R_{b,ser}$  устанавливают в соответствии с выбранным классом бетона. Подставляя данные в формулы (2.14) – (2.17) получаем значения  $\sigma_b$  и  $\varepsilon_b$ , необходимые для построения диаграммы деформирования материала (рисунок 2.7).

Большинство современных расчетов выполняется по значениям деформаций в конструкции, поэтому в [14] зависимость (2.14) выражена так же через уровень деформаций:

$$\eta_d = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b} \tag{2.18}$$

В этом случае для определения коэффициента  $\nu_b$  применяется формула:

$$v_{b} = p + \overline{p^{2} + s},$$

$$p = \frac{v_{b}(2v_{b}^{2} - \omega_{1}\eta_{d} v_{0} - v_{b}^{2})}{2(v_{b}^{2} + \omega_{2} v_{0} - v_{b}^{2})},$$

$$s = \frac{v_{b}^{2} v_{0}^{2} - 2v_{0}v_{b}}{v_{b}^{2} + \omega_{2} v_{0} - v_{b}^{2}}$$
(2.19)

Из решения этого уравнения находим  $\nu_b$ , после вычисляем значения  $\sigma_b$ , необходимые для построения диаграммы деформирования материала. Практический расчет по данному методу изложен в Приложении A.

Получен алгоритм построения диаграммы деформирования при сжатии для разных классов бетона (рисунок 2.8).

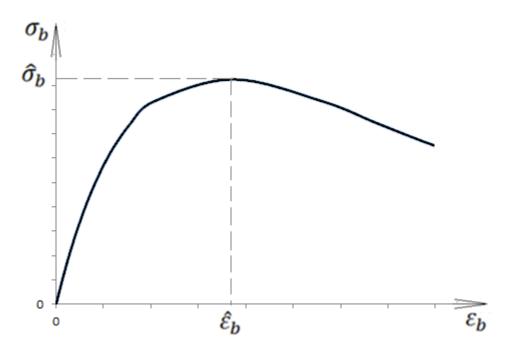


Рисунок 2.7 - Диаграмма деформирования при сжатии бетона

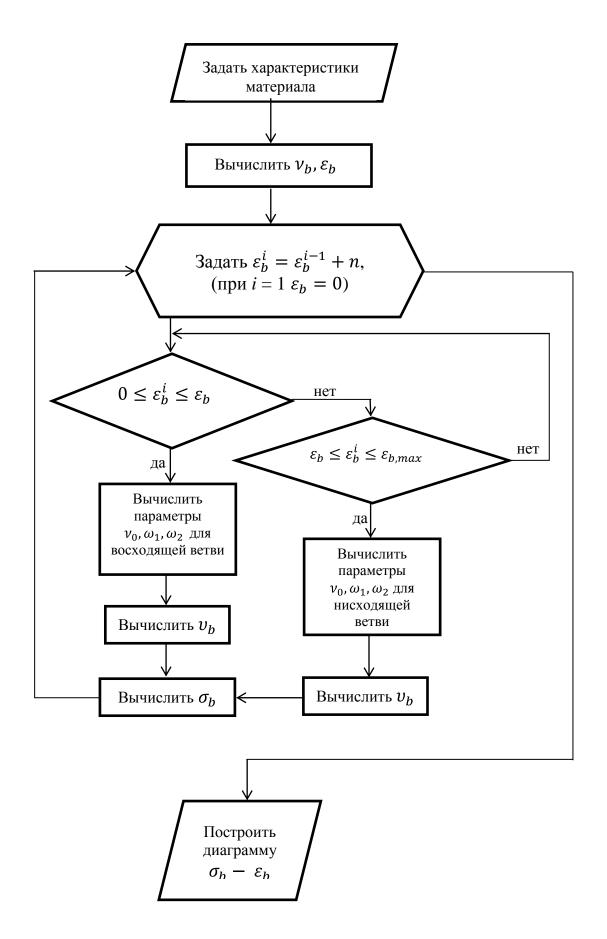


Рисунок 2.8 - Алгоритм построения диаграммы деформирования бетона при сжатии

# 2.4 Расчетные диаграммы деформирования арматуры

Для мягких сталей с развитой физической площадкой текучести рекомендуется применять двухлинейную диаграмму (рисунок 2.9), используя зависимость:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \pmod{0} \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s1}$$
 (2.20)

$$\sigma_s = R_s \, (\text{при } \varepsilon_{s1} \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s2})$$
 (2.21)

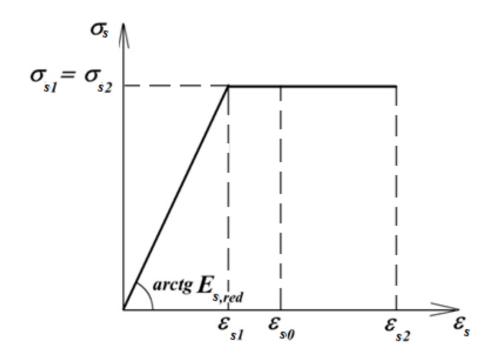


Рисунок 2.9 - Двухлинейная диаграмма состояния арматуры

При применении высокопрочной арматуры с условным пределом текучести в расчетах по нелинейной деформационной модели применяется трехлинейная диаграмма (рисунок 2.10), в которой напряжения  $\sigma_s$  определяют по формулам:

$$\sigma_{s} = E_{s}\varepsilon_{s} \pmod{0 \le \varepsilon_{s} \le \varepsilon_{s1}}$$
 (2.22)

$$\sigma_s = 1 - \frac{\sigma_{s1}}{R_s} \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{s0} - \varepsilon_{s1}} + \frac{\sigma_{s1}}{R_s} R_s \le 1.1 R_s \text{ (при } \varepsilon_{s1} < \varepsilon_s < \varepsilon_{s2})$$
 (2.23)

Значение напряжений  $\sigma_{s1}$  принимают равным  $0.9R_s$ , а напряжений  $\sigma_{s2}$  равным  $1.1R_s$ . Значение деформаций  $\varepsilon_{s2}=0.015$ .

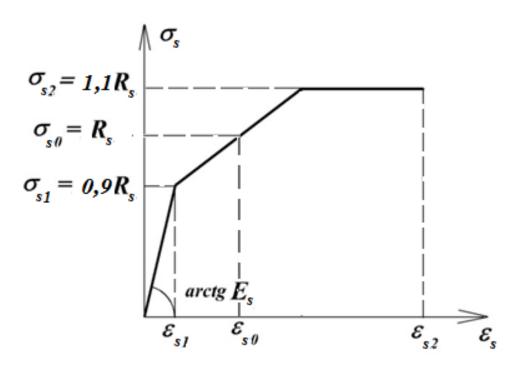


Рисунок 2.10 - Трехлинейная диаграмма состояния арматуры

Диаграммы состояния арматуры при растяжении и сжатии принимают идентичными, с условием учета нормируемых расчетных сопротивлений арматуры растяжению и сжатию.

# 2.5 Криволинейные диаграммы деформирования арматуры

Для практических расчетов диаграммы состояния арматуры  $\sigma_s - \varepsilon_s$  аппроксимируются криволинейными линиями и прямыми отрезками.

Существует множество вариантов представления зависимости между напряжениями и деформациями арматуры. Возникает сложность в описании диаграммы одним уравнением из-за различных закономерностей  $\sigma_s - \varepsilon_s$  в стадии упругой, упругопластической и пластической работы арматуры.

В работе [15] С.А. Мадатян предложил диаграмму (рисунок 2.11), аналитически описанную в следующем виде:

$$\varepsilon_{\rm S} = \frac{\sigma_{\rm S}}{E_{\rm S}} + m \frac{\sigma_{\rm S}}{\sigma_{\rm 02}} - \eta^{-3}$$
, при  $\eta \sigma_{\rm 02} < \sigma < p \sigma_{\rm 02}$ 

где  $\eta=1-2,7\frac{\sigma_{02}-\sigma_{05}}{\sigma_{02}}$ ,  $m=\frac{0.002}{(1-\eta)^3}$  - коэффициенты, зависящие от марки арматурной стали и величины ее предварительного напряжения; участок  $p\sigma_{02}<\sigma<\sigma_u$  принимается линейным.

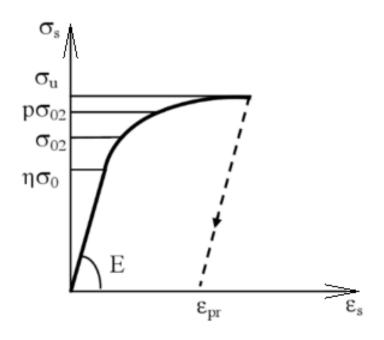


Рисунок 2.11 - Диаграмма состояния арматуры по методике С.А. Мадатяна

На практике широкое применение получила диаграмма растяжения арматуры с условным пределом текучести, в которой, по предложению

Ю.П. Гущи [16, 17], зависимость  $\sigma_s - \varepsilon_s$  представлена тремя участками. На участке  $\sigma_s < 0.8 \, \sigma_{02}$  напряжения и деформации определяются законом Гука; на участке  $0.8 \, \sigma_{02} < \sigma < \sigma_{02}$  неупругие деформации арматуры описываются выражением:

$$\varepsilon_{pl} = \frac{0.35 + A\Delta\sigma_s}{175 - B\Delta\sigma_s},\tag{2.25}$$

где A и B — коэффициенты, зависящие от марки арматурной стали,  $\Delta \sigma_s \ - \ \text{превышение действующим напряжением условного предела}$  текучести арматуры:

$$\Delta \sigma_S = \frac{\sigma_S - \sigma_{02}}{\sigma_{02}}. (2.26)$$

На участке  $\sigma_{02} < \sigma < \sigma_u$  деформации стержневой арматуры описаны зависимостью:

$$\varepsilon_{pl} = 0.01 \frac{\sigma_s - 0.8\sigma_{02}}{\sigma_{02}} \tag{2.27}$$

В работах [14, 21, 22, 23] предложен метод построения диаграмм как с физической площадкой текучести, так и без нее. Зависимость между деформациями и напряжениями определяется формулой:

$$\varepsilon_{s} = \frac{\sigma_{s}}{\nu_{s} E_{s}} \tag{2.28}$$

где  $\nu_s$  – коэффициент упругости арматуры,

 $E_{s}$  — модуль упругости арматуры.

Для вычисления  $\nu_s$  предложена следующая зависимость:

$$\nu_s = \nu_s + \nu_0 - \nu_s \quad \overline{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2}$$
 (2.29)

где  $\nu_0$ ,  $\nu_s$  — значение коэффициента упругости в начале и вершине диаграммы,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — коэффициенты, характеризующие кривизну диаграммы.

Для арматуры с физической площадкой текучести полная диаграмма растяжения разделяется на два участка, границей которых является точка p, соответствующая концу площадки текучести (рисунок 2.12). Координаты точки p:

$$\sigma_s \approx 1.01 \, \sigma_{0,2}; \quad \varepsilon_s \approx \lambda_S + \frac{1.01 \, \sigma_{0,2}}{E_s}$$
 (2.30)

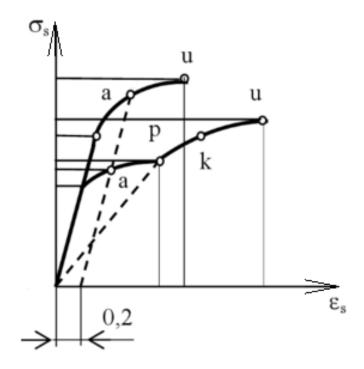


Рисунок 2.12 - Диаграмма состояния арматуры по методике Н.И. Карпенко

Второй участок диаграммы продолжается от точки p до реальной вершины диаграммы u, соответствующей разрыву арматуры.

Полученные в режиме статических нагрузок диаграммы растяжения арматуры  $\sigma_s - \varepsilon_s$  не всегда пригодны в расчетах на действие динамических нагрузок.

#### 2.6 Построение диаграммы растяжения арматуры

В работе Н.И.Карпенко [18] предложен метод построения диаграмм с физической площадкой текучести (рисунок 2.13). Полная диаграмма растяжения разделяется на два участка, границей которых является точка p, соответствующая концу площадки текучести. Второй участок диаграммы продолжается от точки p до реальной вершины диаграммы u, соответствующей разрыву арматуры.

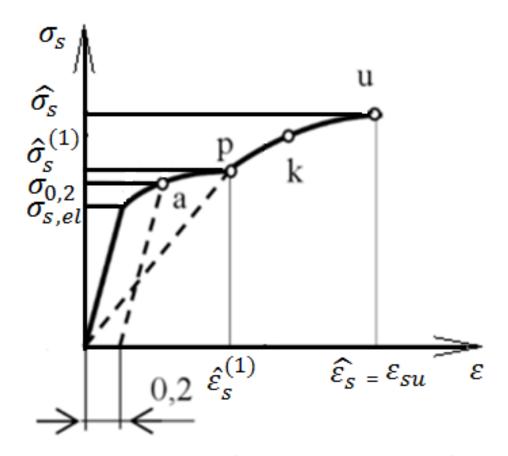


Рисунок 2.13 - Диаграмма деформирования арматуры с физической площадкой текучести

Зависимость между деформациями и напряжениями определяется формулой:

$$\varepsilon_{\rm S} = \frac{\sigma_{\rm S}}{\nu_{\rm S} E_{\rm S}} \tag{2.31}$$

где  $v_s$  – коэффициент упругости арматуры,

 $E_{s}$  — модуль упругости арматуры.

Для вычисления коэффициента секущего модуля  $\nu_s$  предложена следующая зависимость:

$$v_s = v_s + v_0 - v_s \quad \overline{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2}$$
 (2.32)

где  $\nu_0,\ \nu_s$  — значение коэффициента упругости в начале и вершине диаграммы ( $\nu_0=1$ ),

 $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — коэффициенты, характеризующие кривизну диаграммы.

Причем, уровень напряжений  $\eta$  в зависимости от участка диаграммы принимает значение: при  $\sigma_s < \sigma_{s,el}$   $\eta$  =0; при  $\sigma_s > \sigma_{s,el}$ 

$$\eta = \frac{\sigma_{s} - \sigma_{s,el}}{\sigma_{s} - \sigma_{s,el}} \tag{2.33}$$

где  $\sigma_{s,el}$  – напряжение предела упругости;  $\sigma_{s,el} \approx 0.97 \sigma_{0,2}$ .

Коэффициент  $\nu_s$  определяется по формуле:

$$\nu_s = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_s E_s} \tag{2.34}$$

Параметры  $\omega_1$  и  $\omega_2$ описываются зависимостями:

$$\omega_1 = \frac{\nu_0 - \nu_s^2 \eta_{0,2} - 1 + \nu_{0,2} - \nu_s^2}{\eta_{0,2} \eta_{0,2} - 1 \nu_0 - \nu_s^2}; \omega_2 = 1 - \omega_1$$
(2.35)

Уровень напряжений  $\eta_{0,2}$  и коэффициент секущего модуля  $\nu_{0,2}$  для выражения (2.35) определяют в соответствии с условным пределом текучести  $\sigma_{0,2}$ :

$$\eta_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2} - \sigma_{s,el}}{\sigma_s - \sigma_{s,el}} 
\nu_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{0,2} + 0,002E_s}$$
(2.36)

Первый участок диаграммы, границей которого является точка p, соответствующая концу площадки текучести, описывается с использованием формул (2.32) - (2.36), в которых  $\sigma_s = \sigma_s^{(1)}$ ,  $\varepsilon_s = \varepsilon_s^{(1)}$ .

Координаты точки р:

$$\sigma_s \approx 1.01 \, \sigma_{0,2}; \quad \varepsilon_s \approx \lambda_S + \frac{1.01 \, \sigma_{0,2}}{E_s}$$
 (2.37)

где  $\lambda_S$  - относительная длина физической площадки текучести.

Второй участок начинается от точки p и продолжается до реальной вершины диаграммы u с координатами  $\sigma_s = \sigma_{su}$ ,  $\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$ . Для удобства расчета вводится точка k с координатами:

$$\sigma_{s(k)} = 1.2 \ \sigma_{0,2}; \quad \varepsilon_{s(k)} = 1.6 \ \lambda_S + \frac{\sigma_{s(k)}}{E_s}$$
 (2.38)

При описании второго участка так же используются формулы (2.32) - (2.36), где следует заменить  $\eta_{0,2}, \nu_{0,2}$  и  $\nu_0$  на следующие величины:

$$\eta_{(k)} = \frac{\sigma_{s(k)} - \sigma_s^{(1)}}{\sigma_s - \sigma_s^{(1)}}$$

$$\nu_{(k)} = \frac{\sigma_{s(k)}}{\varepsilon_{s(k)} E_s}$$

$$\nu_0 = \frac{\sigma_s^{(1)}}{E_s \varepsilon_s^{(1)}}$$
(2.39)

Подставляя данные, соответствующие физико-механическим характеристикам выбранной арматуры в формулы (2.32) — (2.39) получаем значения для построения диаграммы растянутой арматуры (рисунок 2.14). Практический расчет по данному методу изложен в Приложении Б.

Получен алгоритм, позволяющий построить диаграмму деформирования для разных классов арматуры в соответствии с данным методом (рисунок 2.15).

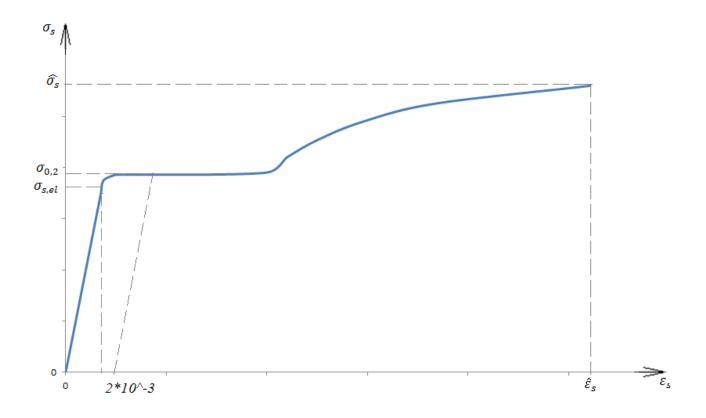


Рисунок 2.14 - Диаграмма деформирования для арматуры

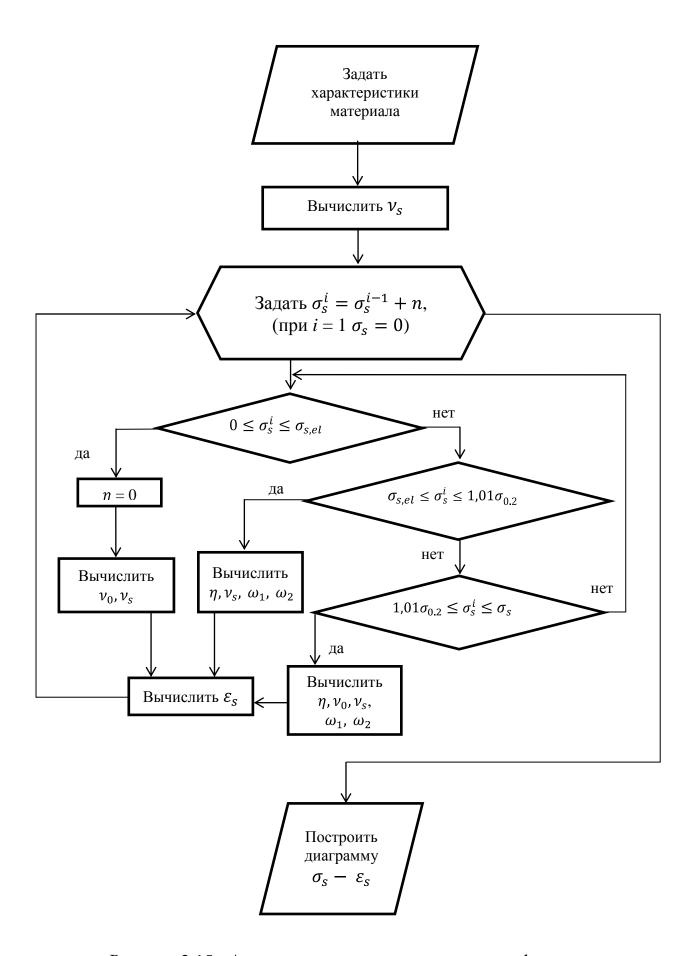


Рисунок 2.15 - Алгоритм построения диаграммы деформирования для разных классов арматуры

#### Выводы по главе 2

Рассмотрены методы построения диаграмм деформирования бетона и арматуры, применяемые чаще всего: расчетные диаграммы по СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения», представленные международным нормативом Еврокод 2, диаграммы по предложению Н.И. Карпенко. Проведено сравнение между расчетными и криволинейными диаграммами. Отмечены недостатки методов построения диаграмм, которые могут дать определенные погрешности при их использовании в расчетах конструкций.

Представлен алгоритм построения диаграмм деформирования, на основе которого можно построить диаграммы для разных классов бетона и арматуры.

# Глава 3. Построение диаграмм деформирования усиленных элементов

### 1.1 Построение диаграммы деформирования усиленного бетонного элемента

Методы расчета прочности на основе нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм деформирования материалов считаются наиболее перспективными. С их помощью конструкцию можно рассчитать в различных стадиях нагружения. Эта тема широко освещена в печати [19, 20, 24, 25, 26].

При всем многообразии форм и аналитических описаний закономерности деформирования бетона, в данной работе будем применять криволинейные диаграммы деформирования, математическое описание которых предложено академиком Н.И. Карпенко [14]. Подобное представление диаграммы позволяет приблизить расчетную зависимость к экспериментально полученным данным.

Наиболее распространенной моделью является усиление конструкций под нагрузкой. Эффективность работы бетона усиления во многом зависит от уровня нагружения элемента на момент усиления.

В качестве примера для практического расчета рассмотрим вариант усиления за счет увеличения площади поперечного сечения центральносжатого бетонного негибкого элемента. Причем, бетон усиления принимается на класс выше бетона усиливаемого элемента. Практический расчет приведен в Приложении В.

С целью получения результата, максимально приближенного к объекту исследования в данной работе, необходимо ввести некоторые дополнительные условия и параметры:

- 1. Обеспечивается совместная работа бетона усиливаемого и усиливающего элементов;
- 2. Для описания связи напряжений и деформаций в «старом» и «новом» бетоне устанавливается нелинейной диаграммой деформирования материала;

- 3. Нагрузка приложена однократно, влияния иных силовых и несиловых воздействий исключены;
  - 4. Влияние эффекта обоймы на данном этапе не учитывается;
- 5. Разрушением является достижение предельных деформаций в бетоне усиливающего образца.

Оценку напряженно-деформированного состояния системы предлагается выполнять диаграммным методом.

Построение диаграмм выполним с применением алгоритма, описанного ранее в работе. Учитывая, что при достижении предельных напряжений конструкция перестает воспринимать нагрузку, построение нисходящей ветви выполним через уровень относительных деформаций  $\eta_d$ .

Для диаграммы бетона усиления введем систему координат  $\sigma_b - \varepsilon_b$ , в которой построим диаграмму деформирования при сжатии (рисунок 3.1). Работа бетона усиления также представлена диаграммой. Для ее описания введем дополнительную систему координат  $\sigma_{b,ad} - \varepsilon_{b,ad}$ , в которой аналогично диаграмме деформирования усиленного элемента построим диаграмму для конструкции усиления.

Проследим по диаграмме последовательность изменения напряженнодеформированного состояния бетонной конструкции в ходе усиления.

При первоначальном приложении нагрузки напряжения и деформации в бетоне достигают значений  $\sigma_{b1}$  и  $\varepsilon_{b1}$  , что соответствует точке  $O_I$  на диаграмме в системе  $\sigma_b - \varepsilon_b$ .

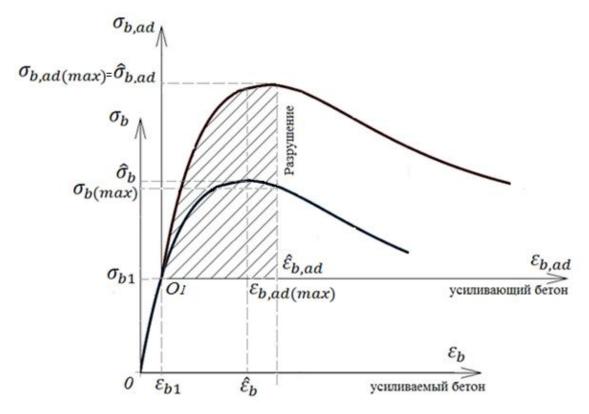


Рисунок 3.1 - Диаграмма деформирования усиленного элемента и усиливающей конструкции

Далее без проведения разгрузки конструкция усиливается за счет увеличения площади сечения. На этом этапе вводится система координат  $\sigma_{b,ad}$  —  $\varepsilon_{b,ad}$  с началом в точке  $O_{l}$ , в которой строится диаграмма деформирования для бетона усиления; координаты вершины диаграммы определяются классом бетона. После этого бетон усиливаемого элемента и бетон конструкции усиления начинают работать совместно. Разрушение образца наступает в момент достижения предельных напряжений ( $\sigma_{b,ad}$ ) в бетоне усиливающей конструкции.

Напряжения в бетоне усиливающей конструкции  $(\sigma_{b,ad})$  и приращения напряжений в усиливаемой конструкции  $(\sigma_{\Delta b})$  перераспределяются пропорционально соответствующим секущим модулям:

$$\frac{\sigma_{b,ad}}{\sigma_{\Delta b}} = \frac{E_{b,ad} v_{b,ad}}{E_{\Delta b} v_{\Delta b}} \tag{3.1}$$

Усиление выполнено на момент достижения бетоном усиливаемой конструкции уровня нагружения  $\eta=0.5$ . При достижении предельных напряжений  $\sigma_b$  в усиливаемом бетоне происходит прогрессирующее перераспределение напряжений на бетон усиления. Из полученной диаграммы нетрудно определить величину напряжения, достигаемой конструкцией до разрушения.

Для оценки степени использования прочностных характеристик бетона усиления с учетом существующей на момент усиления нагрузки введем понятие эффективности использования бетона усиления, которая выражается отношением:

$$A_{\sigma} = \frac{\sigma_{b,ad(max)}}{\sigma_{b,ad}} \times 100,\%$$
 (3.2)

где  $\sigma_{b,ad(max)}$  — значение напряжения в бетоне усиления, на момент достижения бетоном усиливаемой конструкции предельных значений,  $\sigma_{b,ad}$  — предельное напряжение для бетона усиления.

На рисунке 3.2 показана зависимость эффективности работы бетона усиления от уровня нагружения бетона усиливаемой конструкции на момент усиления. Стоит отметить, что для повышения эффективности использования прочностных характеристик бетона усиления необходимо ограничить уровень напряжения  $\eta$  при усилении конструкции под нагрузкой. В частности, показана зависимость при малом ( $\eta_1 = 0.35$ ) и при повышенном ( $\eta_1 = 0.9$ ) уровне нагрузки. Если в первом случае эффективность работы бетона усиления приближенна к 100%, то во втором случае прочностные характеристики бетона усиливающей конструкции используются менее чем на 50%.

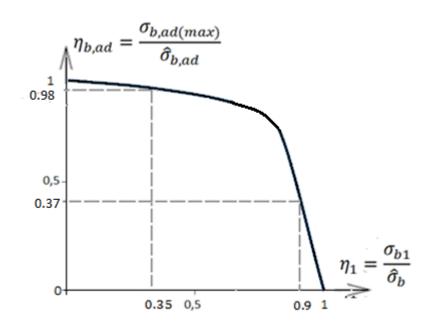


Рисунок 3.2 - Зависимость эффективности использования прочностных характеристик бетона усиления от уровня начального нагружения бетона усиливаемой конструкции

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что применение коэффициента, предложенного в существующих нормах проектирования, может дать большую погрешность при расчете. Предложенная в работе методика позволяет определить эффективность использования прочностных ресурсов материала усиливающей конструкции в зависимости от уровня нагружения на момент усиления и может быть использована в расчетах железобетонных элементов по деформационной модели с использованием диаграмм деформирования материалов.

## 1.2 Построение диаграммы деформирования усиленного железобетонного элемента с учетом случайного эксцентриситета

При варианте расчета с учетом действия случайного эксцентриситета рассматривают сжимающую силу N и изгибающий момент M. В общем случае для статически определимых конструкций значение эксцентриситета определяют по выражению:

$$e_0 = {}^{M}_{N} + e_a \tag{3.3}$$

где  $e_a$  — случайный эксцентриситет.

По нормам случайные эксцентриситеты  $e_a$  следует принимать равными большему из следующих значений: 1/30 высоты сечения элемента или 1/600 длины элемента (или ее части между местами, закрепленными от поперечных перемещений); при отсутствии опытных данных значение этого эксцентриситета принимают не менее 10 мм.

Аналогично работам [27, 28, 29, 30], для построения уравнений равновесия и совместности деформаций вводится численное интегрирование (суммирование) деформационных параметров по сечению элемента. Для этого оно разделяется на п элементарных участков бетона с площадями Ab,i и координатами центров тяжести участков ybi. Каждый арматурный стержень фиксируется координатами центра тяжести его сечения. Положение осей в сечении в принципе может быть произвольным, однако для унификации расчётов в различных стадиях деформирования конструкций рекомендуется совмещать продольную ось с осью центров тяжести сечений, определяемых в упругой стадии деформирования элемента.

Для описания стадий деформирования материала применяется формула:

$$\frac{M}{N} = \frac{D_{11}}{D_{21}} \frac{D_{12}}{D_{22}} \frac{1}{\varepsilon_0}$$
 (3.4)

где  $D_{ij}(i,j=1,2)$  - коэффициент жесткости, определяемый согласно зависимости:

$$D_{11} = \sum_{i=1}^{m} E_b v_{bi} x_{bi} b z_{bi}^2 + E_s v_s A_s a^2 + E'_s v'_s A'_s p'^2$$

$$D_{12} = D_{21} = \sum_{i=1}^{m} E_b v_{bi} x_{bi} b z_{bi} + E_s v_s A_s a + E'_s v'_s A'_s p$$

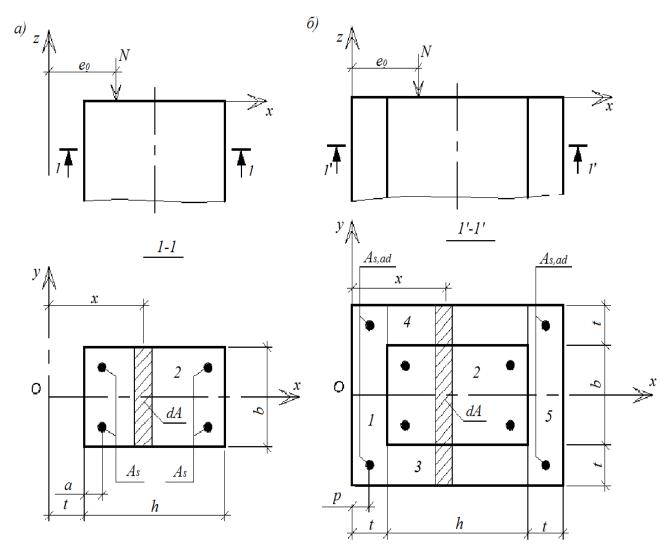
$$D_{22} = \sum_{i=1}^{i=1} E_b v_{bi} x_{bi} b + E_s v_s A_s + E'_s v'_s A'_s$$

$$D_{23} = \sum_{i=1}^{m} E_b v_{bi} x_{bi} b + E_s v_s A_s + E'_s v'_s A'_s$$

$$D_{35} = \sum_{i=1}^{m} E_b v_{bi} x_{bi} b + E_s v_s A_s + E'_s v'_s A'_s$$

Допустим, что до усиления на железобетонный элемент, размером hxb вдоль оси Z действует нагрузка N на расстоянии  $\varepsilon_0$ . (рисунок 3.3, а). Усиление производится через увеличение площади сечения элемента (рисунок 3.3, б).

Графически работа конструкции представлена в виде диаграмм деформирования материалов (рисунок 3.4). Метод построения диаграммы усиленного железобетонного элемента аналогичен описанному ранее, но с добавлением диаграммы деформирования арматуры.



а) до усиления элемента б) после усиления элемента Рисунок 3.3 - Схема железобетонной конструкции:

При внецентренном сжатии напряжения в поперечном сечении элемента будут переменными, поэтому для определения суммарных усилий, каждый

элемент разбивается на элементарные площадки dA с одинаковыми в пределах этих площадок напряжениями y.

Так как в рассматриваемом случае внешняя сила приложена в точке, лежащей на центральной оси X сечения, то напряжения не зависят от координаты y и для любой элементарной площадки можно записать следующее соотношение для относительных деформаций бетона:

$$\varepsilon = \frac{1}{r}x + \varepsilon_0 \tag{3.6}$$

где  $\frac{1}{r}$  – кривизна элемента в т. О,  $\varepsilon_0$  – начальные деформации элемента в т. О, x – координата центра тяжести элементарной площадки dA.

Ось X проходит через центр сечения рассматриваемого элемента, поэтому напряжения меняются в зависимости от координаты x u суммарные усилия и моменты в них будут равны интегралам напряжений по элементарным площадкам dA:

$$N = \int_{A}^{A} \sigma \, dA \tag{3.7}$$

$$M = \int_{A}^{A} \sigma x \, dA$$

Отметим, что напряжение в арматуре принимается постоянным, поскольку расположение стержней арматуры в поперечном сечении носит точечный характер. В этом случае, усилия и момент в арматуре можно выразить:

$$N = \sigma_s A_s + \sigma'_s A'_s$$

$$M = \sigma_s A_s a + \sigma'_s A'_s (t + h - a),$$
(3.8)

где  $\sigma_s$ ,  $\sigma'_s$  — напряжения в более и менее сжатой арматуре соответственно, t, h, a — конструктивные размеры сечения (рисунок 3.3).

С учетом (3.7) и (3.8) условие равновесия до усиления для данной конструкции можно описать двумя уравнениями статики:

$$N_{z} = 0: \quad \sigma_{b} dA + \sigma_{s} A_{s} + \sigma'_{s} A'_{s} = N$$

$$M = 0: \quad \sigma_{b} x dA + \sigma_{s} A_{s} a + \sigma'_{s} A'_{s} (t + h - a) = Ne_{0}$$

$$(3.9)$$

Упростим выражения со знаком интеграла:

$$\sigma_b A_b + \sigma_s A_s + \sigma'_s A'_s = N$$

$$\sigma_b A_b (t + \frac{h}{2}) + \sigma_s A_s a + \sigma'_s A'_s (t + h - a) = Ne_0$$
(3.10)

После усиления элемент состоит из старого бетона площадью  $A_b$  и нового бетона площадью  $A_{b,ad}$ . Система (3.10) после усиления образца будет иметь вид:

$$N_{z} = 0: \int_{A} \sigma_{b} dA + \sigma_{s} A_{s} + \sigma'_{s} A'_{s} + \sigma_{s,ad} A_{s,ad} + \sigma'_{s,ad} A'_{s,ad} = N$$

$$M = 0: \int_{A} \sigma_{b} x dA + \sigma_{s} A_{s} a + \sigma'_{s} A'_{s} t + h - a + \sigma_{s} A_{s} p + \sigma'_{s,ad} A'_{s,ad} 2t + h - p = Ne_{0}$$

$$(3.11)$$

С целью упрощения логарифма разделим сечение элемента на 5 областей (рисунок 3.3, б). Тогда система (3.11) примет вид:

$$N_{b1} + N_{b2} + N_{b3} + N_{b4} + N_{b5} + \sigma_s A_s + \sigma'_s A'_s = N$$

$$M_{b1} + M_{b2} + M_{b3} + M_{b4} + M_{b5} + \sigma_s A_s p + \sigma_s A_s (2t + h - p) = Ne_0$$
(3.12)

В данном случае значения  $N_{bi}$  и  $M_{bi}$  определяются отдельно для каждой из 5 областей, согласно формуле:

$$N_{bi} = \frac{1}{r}x + \varepsilon_0 \quad E_b v_b A_{bi}$$

$$M_{bi} = x N_{bi}$$
(3.13)

Определим, что условием разрушения образца будет достижение предельных напряжений в бетоне усиливаемой конструкции или момент перехода диаграммы арматуры усиления на участок, соответствующий площадке текучести материала. Таким образом, значение секущего модуля будет постоянно,  $v_{s,ad} = 1$ .

Получаем 2 системы уравнений, решая которые определим значения напряжения и деформации в новой усиленной конструкции. Другими словами, эффективность усиления и рациональности заданного сечения определяется с использованием двух деформационных моделей в виде систем уравнений равновесия.

Для решения системы используем метод итераций. Всю процедуру разделим на два этапа: первый – решение системы уравнений равновесия элемента до усиления (3.9), второй – после усиления (3.11). Для каждого этапа необходимо проводить проверку сходимости значений, полученных при итерации. В случае несходимости, итерация повторяется.

На первом этапе задаемся предельными значениями для бетона и арматуры и находим нагрузку и момент в сечении, используя (3.4).

Во втором этапе для первой итерации принимаем приближенные значения  $v_{\Delta b}=1$  ,  $v_{\Delta s}=1$  ,  $v_{b,ad}=1$  и  $v_{s,ad}=1$  и находим приближенные значения начальных деформаций  $\varepsilon_0$  и кривизны элемента  $\frac{1}{r}$  для каждой области сечения. После этого находят деформации и напряжения и определяют коэффициент секущего модуля. Цикл повторяется, если относительная разница в значениях  $v_{\Delta b}$  и  $v_{\Delta s}$  в данной и предыдущей итерации более 5%; иначе, значения  $v_{\Delta b}$  и  $v_{\Delta s}$  принимаются как максимально приближенные.

После уточнения вычисляем окончательные значения  $\sigma_b$  и  $\sigma_{b,ad}$ , величина которых сверяется с ранее упомянутыми предельными значениями:

$$\sigma_b > \sigma_b$$
  $\varepsilon_{s,ad} > \varepsilon_{s,el}$  или  $\varepsilon'_{s,ad} > \varepsilon'_{s,el}$  (3.14)

В случае невыполнения одного из условий, расчет повторяется снова.

По окончательно полученным значениям можно определить эффективность использования прочностных характеристик конструкции усиления, используя предложенный ранее способ, и оценить рациональность подобранного сечения. Если полученные результаты оказались неудовлетворительными, рекомендуется изменить параметры сечения или подобрать материалы других классов.

Таким образом, получен алгоритм по оценке напряженнодеформированного состояния конструкции, усиленной под нагрузкой с учетом начального уровня нагружения (рисунок 3.5).

#### Выводы по главе 3

На основании предложенного ранее алгоритма построена диаграмма деформирования усиленного бетонного образца. Разработан метод по оценке эффективности использования прочностных ресурсов бетона усиления в зависимости от уровня нагружения усиливаемой конструкции, работающей на сжатие.

Используя диаграммный метод представлен алгоритм по оценке эффективности усиления железобетонной конструкции, работающей на сжатие с учетом случайного эксцентриситета.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе научно-исследовательской работы автором проведен анализ форм деформирования бетона И арматуры. Рассмотрены расчетные диаграмм диаграммы деформирования, описанные в нормативных документах России. Так же описаны варианты построения криволинейных диаграмм деформирования. Проведен анализ эффективности применения каждого из способов представления диаграмм деформирования в расчетах. Разработаны алгоритмы построения криволинейных диаграмм деформирования сжатого бетона и растянутой арматуры, основанные на методе Н.И. Карпенко. Данные алгоритмы могут быть рекомендованы инженерам для выполнения работ по проектированию зданий и сооружений, а также применяться в качестве основы для деформационной модели элемента.

Так же автором был представлен алгоритм расчета усиленного железобетонного элемента с учетом уровня нагружения на момент усиления с использованием деформационной модели. Предложена методика по оценке эффективности использования прочностных параметров бетона усиливающей конструкции в зависимости от существующей нагрузки, приложенной к усиливаемому элементу.

Приведенный в работе алгоритм позволяет более подробно изучить работу конструкций, усиленных без снятия существующей нагрузки. В дальнейшем на основании данной методики можно изучить работу усиленного железобетона с учетом ниспадающей ветви бетона и пластических деформаций арматуры в усиливаемой конструкции.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Расторгуев Б.С. Прочность железобетонных конструкций зданий взрывоопасных производств и специальных сооружений, подверженных кратковремнным динамическим воздействиям: дис. Докт.техн.наук. М., 1987. С. 56-58.
- 2. Санжаровский Р.С. Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести / Р.С. Санжаровский. Изд. ЛГУ, 1984. 217 с.
- 3. Снятков Н.М. Анализ развития и совершенствования способов усиления и методов расчета усиленных железобетонных конструкций / Н.М. Снятков; Ленингр.инж.-строит.ин-т. Л., 1990. 73 с. Деп. Во ВНИИ пробл.науч. техн.прогресса и информ. в стр-ве. 10.09.90. № 10796.
- 4. Снятков Н.М. Несущая способность железобетонных рам, усиленных под нагрузкой / Н.М. Снятков // Исследования по строительной механике пространст- венных систем. М., 1990. С. 80-85.
- 5. Бондаренко С.В., Санжаровский Р.С. Усиление железобетонных конструкций при реконструкции зданий/ Бондаренко С.В., Санжаровский Р.С. 1990. С. 75-89.
- 6. Астафьев Д.О. Расчет реконструируемых железобетонных конструкций / Д.О. Астафьев. СПб.: СПбГАСУ, 1995. 158 с.
- 7. Бачинский В.Я., Бамбура А.Н., Ватагин С.С. Связь между напряжениями и деформациями бетона при кратковременном неоднородном сжатии// Бетон и железобетон. 1984. № 10. С. 18-19.
- 8. Кроль И.С. Эмпирическое представление диаграмм сжатия бетона (обзор литературных источников) // Исследования в области механики и измерений. М.: ВНИИФТРИ, 1971. Вып. 8(38). С. 306-326.
- 9. Расчет сжатых железобетонных элементов с малым эксцентриситетом /А.Е. Еркинбеков, канд. техн. наук, доцент ЮКГУ им. М. Ауезова, Казахстан ТЕХНОЛОГИИ БЕТОНОВ. №11. 2011. С. 58-59.

- 10. Клочков А.Г., Чистяков Е.А. Уточнение расчета несущей способности железобетонных элементов кольцевого сечения, работающих по первому случаю внецентренного сжатия. Львов: Вестник ЛПИ.- 1967.- № 20.- с. 50-60.
- 11. Кудзис А.П., Шапалас К.П. Экспериментальные исследования степени использования прочности арматуры при внецентренном сжатии элементов кольцевого сечения. //В сб. "Железобетонные конструкции". Вильнюс. 1971. №4. -С. 47-55.
- 12. Матков Н.Г., Баранов Д. Г. Изучение предельного состояния железобетонных элементов на моделях с автоматической записью полной диаграммы сжатия. //Экс. инф. ВНИИС Госстроя СССР, сер. 10. 1984.- вып. 6.- с. 7-12.
- 13. EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of Concrete Structures Part 1: General rules and rules for buildings
- 14. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона.- М.: Стройиздат.- 1996.- С.412.
- 15. Мадатян С.А. Учет эффектов преднапряжения арматуры при расчете прочности изгибаемых элементов // Бетон и железобетон. 1978. № 6. С. 12-15
- 16. Гуща Ю.П. Предложения по нормированию диаграмм растяжения высокопрочной стержневой арматуры // Бетон и железобетон. 1970. № 3. С. 24-26
- 17. Гуща Ю.П. Предложения по нормированию диаграмм растяжения высокопрочной стержневой арматуры // Бетон и железобетон. 1970. № 3. С. 15-16
- 18. Карпенко. Н.И., Мухамедиев Т.А., Петров А.Н. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры. //В сб. НИИЖБ. Напряженно деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций.- М.: 1988. С. 7-25.
- 19. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Петров А.Н., Палювина С.Н. Модель деформирования железобетона в приращениях и расчет балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ. 2013. С. 156.

- 20. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. О построении более совершенной модели деформирования железобетона стрещинами при плоском напряженном состоянии. //Труды Международной конференции «Бетон и железобетон пути развития» том 2, -М.: НИИЖБ. 2005. С.431-444.
- 21. Байков В.Н., Мадатян С.А., Дудоладов Л.С., Митасов О.М. Об уточнении аналитических зависимостей диаграммы растяжения арматурных сталей. // Известия вузов, сер. Строительство и архитектура. 1983. №9.
- 22. Митасов В.М., Федоров Д. А. Аналитическое представление диаграмм арматуры и бетона при одноосном растяжении. //Известия вузов. Строительство и архитектура.- 1987.- №9.- С. 16-20.
- 23. Мулин Н.М., Гуща Ю.П. Арматура и условия ее работы в конструкциях. //Бетон и железобетон.- 1971.-№ 5.- С. 7-10.
- 24. Баташев В.М. Исследование прочности и деформации железобетонных элементов кольцевого сечения при изгибе, сжатии и растяжении.
   М.: Труды института Энергосетьпроект.- 1975.- № б.- С. 70-86.
- 25. Узун И.А.Учёт реальных диаграмм деформирования материалов в расчетах железобетонных конструкций. //Бетон и железобетон. 1997. №2. С. 25-27.
- 26. Торяник М.С., Вахненко П.Ф., Фалеев Л.Ф.и др. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях. М.: Стройиздат- 1974. С. 2- 97.
- 27. Баташев В.М., Андросов С.Т., Лебедев В.Н., Нагорная Т.Ф. Расчет прочности изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов кольцевого сечения. Бетон и железобетон.- 1971.- № 5.- С. 31-34.
- 28. Меркулов С.И. Напряженно-деформированное состояние внецентренно сжатых сборно-монолитных конструкции. Дисс. канд.техн.наук: 05.23.01 Киев: 1984.- С.146.

- 29. Пирадов А.Б., Аробенидзе В.И., Худишвили Т.Т. К расчету несущей способности внецентренно сжатых элементов. //Бетон и железобетон. 198 6. №1.- С. 43-44.
- 30. Торяник М.С. Расчет по стадии разрушения железобетонных сечений, работающих на косое внецентренное сжатие. //Строительная промышленность. 1940. №5. С.34-40.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ А

Для практического расчета усиления сжимаемого бетонного элемента зададим физико-механические характеристики бетона: класс бетона усиливаемой конструкции B25, начальный модуль упругости  $E_b = 3 \cdot 10^4 \mathrm{M}\,\mathrm{ma}$ ,  $\sigma_b = -18,5 \,\mathrm{M}\,\mathrm{Ta}$ .

Значение деформации в вершине диаграммы  $\varepsilon_b$  по предложению Л.Р. Серых определим по формуле:

$$\varepsilon_b = -\frac{B}{E_b} \lambda \frac{1 + 0.75 \lambda^B}{0.12 + \frac{B}{60} + 0.2} = -0.00204$$

Значение коэффициента упругости для восходящей ветви определим по формуле:

$$\nu_b=\nu_b+\ \nu_0-\nu_b\quad \overline{1-\omega_1\eta-\omega_2\eta^2},$$
 где 
$$\nu_b=\frac{\sigma_b}{E_b\varepsilon_b}=0{,}302;\ \omega_2=1-\omega_1=1{,}24;\ \nu_0=1;$$
 
$$\omega_1=2-2{,}5\nu_b=-0{,}24$$

Для построения нисходящей ветви в формуле (2.15) меняем знак на отрицательный, получаем:

$$u_b = \nu_b - \nu_0 - \nu_b \quad \overline{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2}$$
 где  $u_b = \frac{\sigma_b}{E_b \varepsilon_b} = 0,302; \ \nu_0 = 2,05 \nu_b = 0,6191;$   $\omega_1 = 1,95 \nu_b - 0,138 = 0,4509.$ 

Получаем значения деформаций для каждого уровня загружения образца (таблица 1), по которым строим диаграмму деформирования бетона (рисунок A.1).

Таблица А.1

$\sigma_b$	$ \varepsilon_b $	η	$ v_b $	$  u_0 $	$\omega_1$	$\omega_2$
0	0	0	0	1	1,24	-0,24
1	3,41371E-05	0,0540541	0,9764552	1	1,24	-0,24
1,5	5,1837E-05	0,0810811	0,9645624	1	1,24	-0,24
2	6,99851E-05	0,1081081	0,9525835	1	1,24	-0,24
2,5	8,86041E-05	0,1351351	0,9405137	1	1,24	-0,24
3	0,000107718	0,1621622	0,9283476	1	1,24	-0,24
3,5	0,000127354	0,1891892	0,9160796	1	1,24	-0,24
4	0,000147541	0,2162162	0,9037034	1	1,24	-0,24
4,5	0,00016831	0,2432432	0,8912123	1	1,24	-0,24
5	0,000189696	0,2702703	0,8785987	1	1,24	-0,24
5,5	0,000211737	0,2972973	0,8658544	1	1,24	-0,24
6	0,000234475	0,3243243	0,8529703	1	1,24	-0,24
6,5	0,000257956	0,3513514	0,8399365	1	1,24	-0,24
7	0,000282232	0,3783784	0,8267417	1	1,24	-0,24
7,5	0,000307362	0,4054054	0,8133736	1	1,24	-0,24
8	0,000333409	0,4324324	0,799818	1	1,24	-0,24
8,5	0,000360448	0,4594595	0,7860593	1	1,24	-0,24
9	0,000388561	0,4864865	0,7720797	1	1,24	-0,24
9,5	0,000417844	0,5135135	0,7578588	1	1,24	-0,24
10	0,000448406	0,5405405	0,7433733	1	1,24	-0,24
10,5	0,000480376	0,5675676	0,7285963	1	1,24	-0,24
11	0,000513901	0,5945946	0,7134963	1	1,24	-0,24
11,5	0,00054916	0,6216216	0,6980364	1	1,24	-0,24
12	0,000586362	0,6486486	0,6821727	1	1,24	-0,24
12,5	0,000625764	0,6756757	0,6658523	1	1,24	-0,24
13	0,000667683	0,7027027	0,649011	1	1,24	-0,24
13,5	0,000712512	0,7297297	0,6315687	1	1,24	-0,24
14	0,000760756	0,7567568	0,6134246	1	1,24	-0,24
14,5	0,000813079	0,7837838	0,594448	1	1,24	-0,24
15	0,000870375	0,8108108	0,5744651	1	1,24	-0,24
15,5	0,0009339	0,8378378	0,5532358	1	1,24	-0,24
16	0,001005506	0,8648649	0,5304129	1	1,24	-0,24
16,5	0,001088116	0,8918919	0,5054609	1	1,24	-0,24
17	0,001186802	0,9189189	0,4774737	1	1,24	-0,24
17,5	0,001311816	0,9459459	0,4446763	1	1,24	-0,24
18	0,00149082	0,972973	0,4024632	1	1,24	-0,24
18,5	0,002041943	1	0,302	1	1,24	-0,24
18	0,002527083	0,972973	0,2374279	0,6191	0,4509	0,5495

### Продолжение таблицы А.1

$\sigma_b$	$ \varepsilon_b $	η	$\nu_b$	$\nu_0$	$\omega_1$	$\omega_2$
17,5	0,002762989	0,9459459	0,211124	0,6191	0,4509	0,5495
17	0,002963041	0,9189189	0,191245	0,6191	0,4509	0,5495
16,5	0,003147472	0,8918919	0,1747434	0,6191	0,4509	0,5495
16	0,003324332	0,8648649	0,1604332	0,6191	0,4509	0,5495
15,5	0,003497997	0,8378378	0,1477036	0,6191	0,4509	0,5495
15	0,0036713	0,8108108	0,13619	0,6191	0,4509	0,5495
14,5	0,003846539	0,7837838	0,1256541	0,6191	0,4509	0,5495
14	0,004025427	0,7567568	0,1159297	0,6191	0,4509	0,5495
13,5	0,004209716	0,7297297	0,1068956	0,6191	0,4509	0,5495
13	0,004401125	0,7027027	0,0984597	0,6191	0,4509	0,5495
12,5	0,004601489	0,6756757	0,0905504	0,6191	0,4509	0,5495
12	0,00481286	0,6486486	0,0831107	0,6191	0,4509	0,5495
11,5	0,005037624	0,6216216	0,0760941	0,6191	0,4509	0,5495

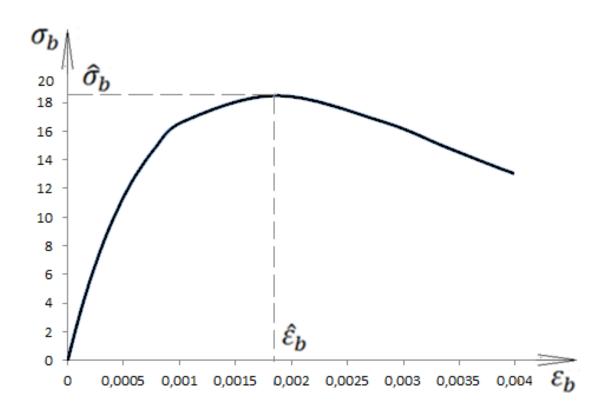


Рисунок А.1 - Диаграмма деформирования для бетона класса В25

#### ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Для практического расчета примем арматуру класса A400 со следующими характеристиками: начальный модуль упругости  $E_s=2\cdot 10^{-5}$ МПа,  $R_s=390$  МПа,  $R_{su}=590$  МПа; для формул (2.32) и (2.40)  $\lambda_S=0.0084; \nu_s=\frac{\sigma_s}{\varepsilon_s E_s}=0.021$ 

Координаты границы первого участка:

$$\sigma_s \approx 1,01 \ \sigma_{0,2} = 390 \ \mathrm{MHa}; \quad \varepsilon_s \approx \lambda_S + \frac{1,01 \ \sigma_{0,2}}{E_S} = 0,00995.$$

Для построения первого участка диаграммы подставим выбранные значения в (2.34) и (2.37), получим:

$$\eta_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2} - \sigma_{s,el}}{\sigma_s - \sigma_{s,el}} = 0,669$$

$$\nu_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{0,2} + 0,002E_s} = 0,491$$

$$\omega_1 = \frac{\nu_0 - \nu_s^2 \eta_{0,2} - 1 + \nu_{0,2} - \nu_s^2}{\eta_{0,2} \eta_{0,2} - 1 \nu_0 - \nu_s^2} = 0,449$$

$$\omega_2 = 1 - \omega_1 = 0,551$$

$$v_0 = 1$$
.

С учетом, что при  $\sigma_s < \sigma_{s,el} \;\; \eta = 0$ , из формулы (2.35) получаем:

$$v_s = v_0 = 1$$

Так же получим значения для второй части диаграммы:

$$\eta_{(k)} = \frac{\sigma_{s(k)} - \sigma_s^{(1)}}{\sigma_s - \sigma_s^{(1)}} = 0,366$$

$$\nu_{(k)} = \frac{\sigma_{s(k)}}{\varepsilon_{s(k)} E_s} = 0,153$$

$$\nu_0 = \frac{\sigma_s^{(1)}}{E_s \varepsilon_s^{(1)}} = 0,195$$

$$\omega_1 = \frac{\nu_0 - \nu_s^2 \eta_{(k)} - 1 + \nu_{(k)} - \nu_s^2}{\eta_{(k)} \eta_{(k)} - 1 + \nu_0 - \nu_s^2} = 0,266$$

$$\omega_2 = 1 - \omega_1 = 0,734$$

Для вычисления коэффициента секущего модуля  $\nu_s$  подставляем полученные значения в формулу:

$$\nu_s = \nu_s + \nu_0 - \nu_s \quad \overline{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2}$$
 (2.35)

Получаем значения деформаций для каждого уровня загружения образца (таблица Б.1), по которым строим диаграмму деформирования арматуры (рисунок Б.1).

Таблица Б.1

σs	ES	η	VS	$\nu_0$	$\omega_1$	$\omega_2$
0	0	0	1	1	0,449	0,551
25	0,000125	0	1	1	0,449	0,551
50	0,00025	0	1	1	0,449	0,551
75	0,000375	0	1	1	0,449	0,551
100	0,0005	0	1	1	0,449	0,551
125	0,000625	0	1	1	0,449	0,551
150	0,00075	0	1	1	0,449	0,551
175	0,000875	0	1	1	0,449	0,551
200	0,001	0	1	1	0,449	0,551
225	0,001125	0	1	1	0,449	0,551
250	0,00125	0	1	1	0,449	0,551
275	0,001375	0	1	1	0,449	0,551
300	0,0015	0	1	1	0,449	0,551
325	0,001625	0	1	1	0,449	0,551
350	0,00175	0	1	1	0,449	0,551
354,545	0,001773	0	1	1	0,449	0,551
375	0,001875	0	1	1	0,449	0,551
378,3	0,001892	0	1	1	0,449	0,551
380	0,001903	0,00803	0,998214	0,195	0,449	0,551
386,1386	0,001947	0,037027	0,991445	0,195	0,449	0,551
390	0,00995	0,055267	0,986928	0,195	0,449	0,551
400	0,010275	0,05	0,194648	0,195	0,266	0,734
425	0,011195	0,175	0,189824	0,195	0,266	0,734
450	0,012315	0,3	0,182704	0,195	0,266	0,734
475	0,013731	0,425	0,172966	0,195	0,266	0,734
500	0,015619	0,55	0,160061	0,195	0,266	0,734
525	0,018358	0,675	0,142986	0,195	0,266	0,734
550	0,022994	0,8	0,119597	0,195	0,266	0,734
575	0,034587	0,925	0,083124	0,195	0,266	0,734
590	0,14	1	0,021071	0,195	0,266	0,734

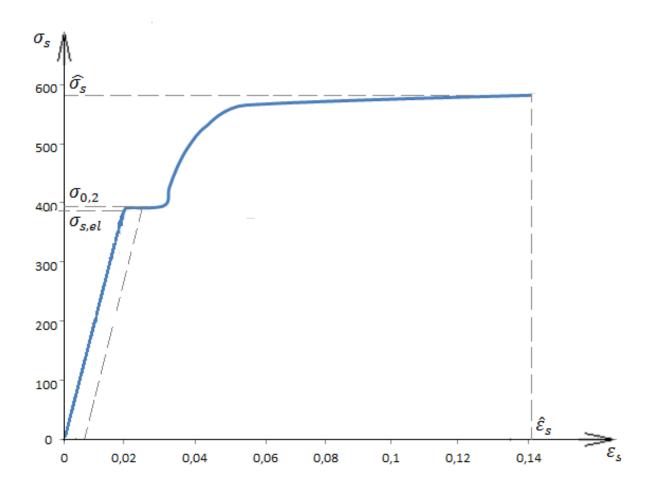


Рисунок Б.1 - Диаграмма деформирования для арматуры класса А400

#### ПРИЛОЖЕНИЕ В

Для практического расчета усиления бетонного элемента путем увеличения площади поперечного сечения зададим следующие характеристики:

-класс бетона усиливаемой конструкции B25, начальный модуль упругости  $E_b = 3 \cdot 10^4 \mathrm{M\pi a};$ 

-класс бетона усиливающей конструкции В30, начальный модуль упругости  $E_b = 3.2 \cdot 10^4 \mathrm{M} \mathrm{na}.$ 

Используя формулы (2.14)-(2.18) рассчитаем значения, необходимые для построения диаграмм.

Для диаграммы усиливаемого элемента:

1. Определить 
$$\varepsilon_b$$
  $\varepsilon_b$ = -0,00204

2. Определить 
$$\nu_b$$
:  $\nu_b$ = 0,33261

3. Определить параметры для восходящей и нисходящей ветви:

Восходящая ветвь:	Нисходящая ветвь:
$\omega 1 = 1,168476$	$\omega 1 = 0,510589$
$\omega 2 = -0.16848$	$\omega 2 = 0,489411$
<b>υ0=</b> 1	<b>υ0=</b> 0,68185

4. Определить значения, необходимые для построения диаграммы:

Таблица В.1

$\sigma_b$	$ \varepsilon_b $	η	$\nu_b$
0	0	0	1
7,05E-05	2,2	0,1	0,960396
0,000147	4,4	0,2	0,919399
0,000232	6,6	0,3	0,876694
0,000326	8,8	0,4	0,831845
0,000432	11	0,5	0,784212
0,000554	13,2	0,6	0,732802

Продолжение таблицы В.1

0,000701	15,4	0,7	0,675923
0,000887	17,6	0,8	0,610234
0,001156	19,8	0,9	0,526999
0,002035	22	1	0,33261
0,003045	19,8	0,9	0,200061
0,00365	17,6	0,8	0,148369
0,00427	15,4	0,7	0,110966
0,004991	13,2	0,6	0,081385

Для диаграммы усиливающего элемента:

1. Определить 
$$\varepsilon_b$$
  $\varepsilon_b$ = -0,00202

2. Определить 
$$\nu_b$$
:  $\nu_b$ = 0,305228

3. Определить параметры для восходящей и нисходящей ветви:

Восходящая ветвь:   

$$\omega 1 = 1,23693$$
  $\omega 1 = 0,457194$   $\omega 2 = -0,23693$   $\omega 2 = 0,542806$   $\upsilon 0 = 1$   $\upsilon 0 = 0,625717$ 

4. Определить значения, необходимые для построения диаграммы:

Таблица В.2

$\sigma_b$	$  \varepsilon_b  $	η	$ v_b $
0	0	0	1
5,95E-05	1,85	0,1	0,956492
1,25E-04	3,7	0,2	0,911749
1,97E-04	5,55	0,3	0,865476
2,79E-04	7,4	0,4	0,81726
3,71E-04	9,25	0,5	0,766489

Продолжение таблицы В.2

4,80E-04	11,1	0,6	0,712211
6,10E-04	12,95	0,7	0,652784
7,79E-04	14,8	0,8	0,584947
1,02E-03	16,65	0,9	0,500106
1,86E-03	18,5	1	0,305228
2,82E-03	16,65	0,9	0,181579
3,41E-03	14,8	0,8	0,133579
4,02E-03	12,95	0,7	0,099019
4,75E-03	11,1	0,6	0,071848

Усиление выполнено на момент достижения бетоном усиливаемой конструкции уровня нагружения  $\eta = 0.65$  (рисунок 14).

Координаты точки  $O_I$ :  $\sigma_{b1} = 12,025$  Мпа и  $\varepsilon_{b1} = 0,000541$ .

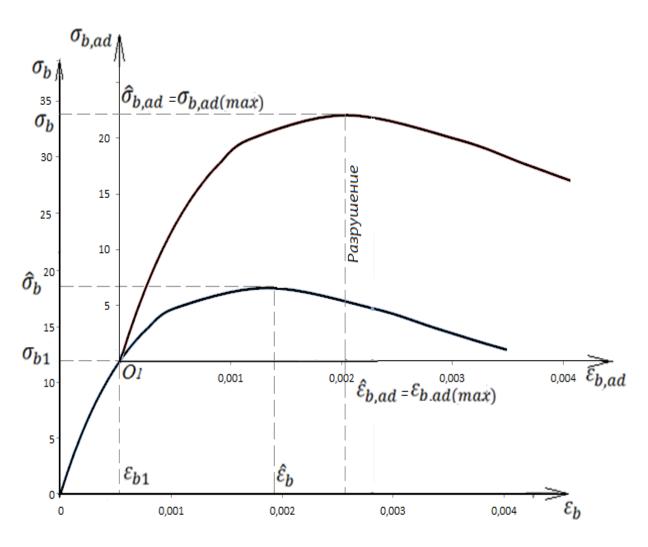


Рисунок В.1 - Диаграмма деформирования усиленного сжимаемого образца