## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тольяттинский государственный университет»

Институт математики, физики и информационных технологий

(наименование института полностью)

Кафедра «<u>Прикладная математика и информатика</u>» (наименование)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

(код и наименование направления подготовки, специальности)

Математическое моделирование

(направленность (профиль))

# ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)

на тему «Моделирование трёхмерной структуры астрономических объектов»

Студент

А.С. Костюкова

(И.О. Фамилия)

(личная подпись)

Научный руководитель

доцент, А.А. Панфёров (ученая степень, звание, И.О. Фамилия)

Тольятти 2020

## Оглавление

Введение
Глава 1 Обзор струй 8
1.1 Природа струй
1.2 Классификация радиогалактик16
1.3 Рентгеновская двойная звезда SS 433 22
1.4 Обзор современного состояния вопроса моделирования струй 26
Глава 2 Метод депроекции и его проблемы 35
2.1 Метод депроекции «onion-skin» 35
2.2 Неопределённость депроекции
Глава 3 Развитие метода депроекции
3.1 Применение метода депроекции к идеальному модельному
изображению
Глава 4 Применимость метода 58
4.1 Зависимость результата депроекции от шума 58
4.2 Зависимость результата депроекции от угла наклона
4.3 Депроекция области рентгеновского излучения струи SS 433 67
Заключение
Список используемых источников

#### Введение

Сегодня, в эпоху всеобщей автоматизации, основным объектом деятельности человека становится информация, инструментом a компьютер. Значительная часть информации, с которой приходится иметь современному человеку, имеет графическое представление. лело Действительно, изображение является объектом исследования или его результатом в таких областях человеческой деятельности, как космонавтика, биология, астрономия, медицина, физика, криминалистика, геология, дефектоскопия и других.

Депроекция – это метод восстановления информации о структуре объекта. При наблюдении за удалёнными объектами 3D информация преобразуется в 2D. В случае прозрачного (оптически тонкого) объекта изображение интегрировано вдоль луча зрения или спроецировано. Такое изображение может быть депроецировано при дополнительных предположениях о геометрии объекта. Эта задача особенно актуальна в астрономии, где многие типы объектов являются оптически тонкими. Обычно параметрическая изображения используется аппроксимация некоторой пространственной моделью. Однако использование аналитической модели приводит к потере части информации о структуре объекта. Один из прямых геометрических методов депроекции – "onion-skin" [4] используется с объектами сферически симметричными, например, для реконструкции распределения физических параметров (плотность, температура, гравитационного потенциала и др.) скоплений галактик.

В работе выбор объектов для моделирования их структуры ограничивается оптически тонкими объектами осесимметричной конфигурации. Примером такого объекта являются струи. В вашем случае предметом интереса выступают струи SS 433. Туманность W50 имеет релятивистскую двойную систему SS 433, которая является источником

мощного ветра и струй. Эволюция струй SS 433 в масштабе туманности W50 представляет собой камень преткновения для изучения её возникновения. Данные о внутренней структуре могли бы пролить свет на данный вопрос

Таким образом, моделирование структуры оптически тонких осесимметричных астрономических объектов является на сегодняшний день актуальной задачей.

Цель магистерской работы состоит в применении прямого метода депроекции "onion-skin" на структурах протяженных оптически тонких осесимметричных объектов.

Объектом исследования выступает процесс выявления внутренней структуры протяженный оптически тонких осесимметричный объектов по их изображениям.

Предметом исследования является прямой метод депроекции "onion-skin" для моделирования внутренней структуры.

Гипотеза исследования заключается в том, что разработанная модель обеспечит повышение эффективности решения задач выявления внутренней структуры протяженных оптически тонких осесимметричных объектов по их изображениям и поспособствует научной работе по изучению эволюции струй.

Задачи исследовательской работы:

- Проанализировать струи (их природу, морфологию, классификацию источников)
- 2. Проанализировать современное состояние метода депроекции снимков оптически тонких объектов.
- Регуляризовать влияние обрезанного края изображения на результат депроекции.
- Охарактеризовать применимость метода для зашумлённых изображений.
- 5. Охарактеризовать применимость метода для изображений объектов имеющих наклон в плоскости неба.

6. Произвести моделирование структуры струи SS433 при помощи метода депроекции "onion-skin".

Теоретической основой исследования стали научные достижения отечественных и зарубежных деятелей науки, изучающих внутреннюю структуру струй.

Практическая значимость диссертационного исследования заключается в обеспечении повышения эффективности решения задач выявления внутренней структуры протяженных оптически тонких осесимметричных объектов по их изображениям и поспособствует научной работе по изучению эволюции струй.

Методы исследования, которые использовались в процессе формирования диссертационной работы: математическое моделирование, экспериментальные измерения и анализ.

Диссертационное исследование производилось с 2018 по 2020 гг. в три этапа:

- Констатирующий этап исследования (2018 г.) состоял в формализации темы, цели, задач, гипотезы исследования, подтверждении актуальности решения проблемы, произведения обзора современного состояния темы и определении методики решения задач.
- Моделирующий этап (2018-2019 гг.) состоял в реализации методов регуляризации влияния обрезанного края изображения и характеристики применимость метода для зашумлённых изображений и изображения объектов, имеющих наклон в плоскости неба.
- Экспериментальный этап (2020 г.) состоял в применении метода на зашумлённых изображений, изображения объектов, имеющих наклон в плоскости неба, а также реального объекта.

Публикации по теме магистерской работы представлены на:

- V Международная научно-практическая конференции (школасеминар) молодых ученых «Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук» (ТГУ). Результаты исследования сформулированы в статьях в научных сборниках.
- VI Международная научно-практическая конференции (школасеминар) молодых ученых «Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук» (ТГУ). Результаты исследования сформулированы в статьях в научных сборниках.
- Всероссийская конференция «Путь в науку: прикладная математика, информатика и информационные технологии» (ЯрГУ). Результаты исследования сформулированы в статьях в научных сборниках.

Научная новизна заключается в регуляризации влияния обрезанного края изображения, характеристике применимости метода для зашумлённых изображений, а также изображений объектов имеющих наклон в плоскости неба, структуре области рентгеновского излучения туманности W50 вдоль струй SS433.

На защиту предоставляются:

- 1. Регуляризация влияния обрезанного края изображения.
- Характеристика применимости метода для зашумлённых изображений, а также изображений объектов, имеющих наклон в плоскости неба.
- 3. Структура области рентгеновского излучения.

В заключении сформированы результаты проведенной работы.

Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и трех приложений. Работа изложена на 80 страницах, включает 31 иллюстрацию, 2 таблицы, 30 использованных источников.

#### Глава 1 Обзор струй

#### 1.1 Природа струй

Релятивистские струи (джеты) – струи плазмы, вырывающиеся из центров (ядер) таких астрономических объектов, как активные галактики, квазары и радиогалактики. Первым такую струю обнаружил астроном Гебер Кёртис в 1918 году. Позже физик и философ Стивен Хокинг сумел доказать, что такие выбросы происходят из гипотетических чёрных дыр.

Квазары являются одними из самых интересных объектов вселенной, около полувека назад они были одним из космических чудес. Астрономы понимали, что на небе есть звезды и большие галактики. Ожидаемым было то, что галактика как целое может изменять уровень своего излучения в несколько раз, и этот уровень изменяется крайне медленно, потому что галактики имеют огромные размеры, и из соображений причинности максимальная скорость, с которой может двигаться материя во вселенной, ограничена скоростью света. Чтобы оба края галактики одновременно изменили уровень своего излучения, нужны миллионы лет. [10]

Однако наблюдались объекты, которые по красному смещению находятся очень далеко, и это другие галактики. Уровень их излучения меняется быстро: за дни, недели, месяцы. Это означает, что данные объекты должны быть небольших размеров. Объяснение пришло со словом «квазары» – квазизвездные объекты.

Квазары представляют собой далекие галактики, в центрах которых находятся, по современным представлениям, сверхмассивные черные дыры. В центре нашей Галактики находится объект массой несколько миллионов масс Солнца. А в центрах других далеких активных галактик, до которых свет будет идти миллиарды лет, находятся сверхмассивные черные дыры массой миллиарды масс Солнца. Они подпитываются веществом, падающим на них из окружающих центральный объект аккреционных дисков. Примерно

10% этой материи выбрасывается наружу в виде узких (коллимированных) струй горячего релятивистского вещества. Релятивистское вещество – это вещество, которое двигается со скоростью, очень близкой к скорости света.

Квазары – центральные ядра галактик. Когда мы говорим, что галактика является радиоисточником, мы называем ее радиогалактикой. Можно сказать, что квазар – это сердце радиогалактики. Благодаря современным обзорам мы знаем порядка двух миллионов радиогалактик, или радиоисточников. Это стандартного размера объекты от 10 до 200 килопарсек.

Есть очень маленькая часть объектов с совершенно необычными свойствами. Эти необычные свойства – размеры. Квазар – сверхмассивная черная дыра, на которую падает газ. Не весь газ пересекает горизонт событий, часть его в виде коллимированных, то есть узконаправленных, струй разлетается в противоположные стороны от плоскости вращения. Струи взаимодействуют с окружающей средой и разрушаются. Удержать такую струю достаточно сложно, и мало теорий могут это объяснить. В основном это связано с магнитным полем, которое плазма организует вокруг себя. Плазма, летящая почти со скоростью света, ультрарелятивистские скорости (0,1–0,3 скорости света), и струи разлетаются на большие расстояния, но разрушаются через 100 килопарсек. Однако есть объекты, где струи летят миллионы световых лет. Один парсек – это 3,26 светового года. В этом плане понять, почему эти радиогалактики такие гигантские, очень сложно.

Пять мегапарсек – это размеры гигантских радиогалактик. Мы знаем два таких объекта и примерно такого же размера скопления галактик, в которых тысячи галактик обычных. Если мы пускаем струю на большое расстояние, то внутри скопления она разрушается. У гигантской радиогалактики этого не происходит, и мы не знаем почему. Их слишком мало для изучения. В настоящий момент известно порядка 300 гигантских радиогалактик. Гигантская радиогалактика – это объект с размерами больше

одного мегапарсека, хотя даже объекты размером полмегапарсека можно назвать гигантскими. Радость от их изучения состоит в том, что они, возможно, могут влиять на химический состав скопления. Возможно, они влияют на звездообразование в соседних галактиках, то есть участвуют в формировании крупномасштабной структуры. Существование таких больших объектов – нонсенс, их не должно быть.

Гигантские радиогалактики – это самые большие объекты BO Вселенной, которые связаны электромагнитно. Мы можем найти сверхскопления галактик, которые связаны гравитационно. Хотя у них есть магнитные поля, у них нет общей единой структуры, которая организуется за счет струй, объединяющих объект. Несколько групп в мире занимаются исследованием гигантских радиогалактик и исследуют их различные свойства. В этом плане поиск новых объектов очень важен, поэтому делаются различные попытки найти такие объекты. Чем больше объект, тем более он диффузно выглядит на низких и высоких частотах, тем более распределенное излучение он имеет. Нам нужны определенного типа телескопы, чтобы проинтегрировать все это излучение и увидеть, как выглядит объект в целом.

Для исследования гигантских радиогалактик нужны телескопы двух С одной типов. стороны, нужны большие телескопы С хорошим разрешением, чтобы заглянуть в центр ядра. А с другой стороны, нужны большие диаграммы направленности. Это маленькие телескопы, и диаграмма направленности – телесный угол, луч, в котором видит телескоп. То есть мы поворачиваем телескоп, и луч изменяется, чувствительность падает. Мы должны иметь меньшего размера телескопы, чтобы были большие диаграммы направленности, а мы могли бы собрать протяженное излучение. Разные телескопы работают на разных частотах, всю информацию необходимо собирать. Протяженное излучение слабое, и на многих видно. Поэтому для поиска стандартно телескопах его просто не используются телескопы на низких частотах с большой диаграммой

направленности, как раньше и наблюдали. Правда, сейчас такие программы тоже идут. Гигантские радиогалактики отбираются на дециметровых длинах волн.

Появляется много новых интересных данных, которые показывают, что происходит с гигантскими радиогалактиками в других диапазонах. Один из субмиллиметровый, интересных диапазонов — В котором работала космическая миссия «Планк» Европейского космического агентства. Сейчас мы работаем с этими данными. Удивительно, но там есть отличия от обычных радиогалактик. В обычных радиогалактиках мы видим излучение родительской галактики в субмиллиметровом диапазоне очень часто – это диапазон, связанный с пылью. То есть обычные радиогалактики показывают пылевую компоненту. В гигантских радиогалактиках мы видим сигнал в миллиметрах, но он неожиданно исчезает в субмиллиметрах. А это говорит о том, что нам необходимо понять, что с ними происходит. Не исключено, что придется править общую модель формирования активных галактических ядер, которая включает до 15 параметров. Это отличает активные ядра галактик от космологической модели, которая зафиксирована, там как бы все понятно. А здесь мы можем подгонять различные параметры под нашу модель или модель под наши измеряемые параметры.

И еще одна важная штука состоит в TOM, что гигантские радиогалактики, хоть их не так много – всего 300 штук, искажают спектр мощности, то есть количество энергии, которое излучается, приходит с неба в зависимости от размера площадки. Мы берем площадку, проходим по всему небу и измеряем среднюю энергию, уменьшаем площадку и опять измеряем среднюю энергию – такая зависимость энергии от размера называется спектром мощности. Гигантские радиогалактики искажают такой спектр мощности и вносят добавку, которую приходится учитывать в анализе данных реликтового излучения. Рассматривая гигантские радиогалактики как мешающий фактор, мы видим, что они имеют дополнительную значимость

как мешающий фоновый сигнал. Это важно, и поэтому исследование гигантских радиогалактик остается актуальным и в настоящее время [11].

В рамках работы можно согласиться с мнением А.И. Копылова [5], что радиогалактики – это галактики, радиоизлучение в которых связано с активностью ядра, а не со вспышкой звездообразования, например, чтобы обозначить основное различие галактик и радиогалактик. Радиогалактики очень разнообразны ПО морфологическим свойствам. Первичными наблюдаемыми особенностями радиогалактик (и квазаров) являются ядро, протяженные структуры (lobes), горячие пятна и струи. Не все эти особенности наблюдаются во всех источниках, и довольно часто морфология объектов слишком сложна, чтобы уверенно выделить эти части. Тем не менее удобно рассматривать источник "построенным" из этих "кирпичей", а или плохо определяемые особенности рассматривать сложные как возмущения в самом объекте либо как взаимодействие с окружающей средой [1].

Ядро – это компактный компонент, неразрешимый при наблюдениях на угловых масштабах до  $\leq 0.1$  сек. дуги и совпадающий с ядром оптического объекта. Ядра хорошо определяются на гигагерцовых частотах, потому что они часто имеют плоские спектры, в то время как протяженные компоненты имеют крутые спектры. Ядра найдены почти во всех радиоквазарах и в ~ 80% радиогалактик. Вклад ядра в полную радиосветимость источника меняется от одного процента у некоторых объектов до почти 100% у ряда квазаров. [20]

Протяженные структуры ("радиопузыри" или "лобы" от английского слова "lobe" - "доля") являются протяженными областями радиоизлучения. Эти компоненты очень часто располагаются симметрично ПО противоположным сторонам от галактики или квазара. Иногда они содержат области, называемые горячими пятнами, с усиленным излучением. Размер этих структур от одного различимого края до противоположного может быть килопарсек до нескольких мегапарсек. Протяженные от нескольких структуры часто показывают вращательную симметрию и имеют S-образную

Эти формы наиболее естественно интерпретируются структуру. как результат прецессии осей струй, которые переносят энергию от центрального источника к протяженным областям. Светимости двух "пузырей" в типичном обычно сравнимы, хотя максимальное радиоисточнике различие В светимостях может достигать 2-х раз. Если источник наблюдается с одним компонентом, то это может быть вызвано тем, что двойная структура ориентирована близко к лучу зрения так, что компоненты просто накладываются друг на друга.

Горячие пятна ("hot spots") – это максимумы интенсивности, расположенные внешних пределах протяженных структур BO радиоисточников. Когда эти структуры наблюдаются с недостаточным разрешением, горячие пятна видны на уярченных краях. Горячие пятна обычно имеют линейный размер ~ 1 кпк и крутой спектр, но более плоский, интегральный спектр протяженных структур. Горячие чем пятна интерпретируются как место, где струя, идущая от ядра, разогревает окружающую среду и производит ударную волну, в которой кинетическая энергия струи трансформируется в случайное движение. Энергичные протяженной области, частицы рассеиваются от горячих пятен ПО обеспечивая непрерывный поток энергии. Горячие пятна не всегда наблюдаются, а в ряде случаев в структуре присутствует даже несколько максимумов интенсивности. Струи также могут состоять из узлов, которые наблюдаются как уярчения, и при сложной структуре источника трудно сделать различие между узлами и горячими пятнами, несмотря на то, что они имеют различную физическую природу.

Струи – тонкие вытянутые структуры, которые связывают компактное ядро с внешними областями. Струя может интерпретироваться как радиоизлучение вдоль луча, переносящего энергию от яра к протяженным областям. Радиоструя существует на масштабах от парсека до килопарсека и может быть как гладкой, так и узловатой. Струи называют двусторонними, когда они наблюдаются с обеих сторон от центрального источника [8].

Астрофизики около полувека назад задались вопросом излучения этих узких релятивистских струй. Быстро стал понятен механизм излучения на длинных электромагнитных волнах, к которым относятся радиоволны, инфракрасное излучение, оптическое излучение, видимый свет. Это синхротронное излучение, которое так называется, потому что наблюдается Заряженная на синхротроне, то есть ускорителе. частица, электрон, разгоняется до скорости, близкой к скорости света, накладывается магнитное поле и наблюдается синхротронное излучение. Любая заряженная частица, которая двигается со скоростью, близкой к скорости света, в магнитном поле будет навиваться на силовую линию магнитного поля и в результате этого движения излучать фотоны света.

На коротких длинах волн видны релятивистские струи, которые излучаются механизмом обратного комптоновского рассеяния. Чтобы понять суть этого механизма нужно представить, что из областей, близких к черной дыре, некоторое количество электронов летит внутри этой горячей струи и излучает фотоны света. Когда электронов, а также фотонов вокруг них, большое количество, то соударения неизбежны. В результате электроны излучают фотоны, а при соударении передают фотонам свою энергию. Электроны будут терять свою энергию, а фотоны – перемещаться из одного диапазона излучения в другой [30].

По формуле E=hv: энергия равна постоянной Планка, умноженной на частоту. В данном случае энергия увеличилась, с постоянной Планка ничего не произошло, поэтому должна увеличиться частота. В результате этого механизма, который называется обратным комптоновским рассеянием, радиофотоны становятся оптическими, из оптических становятся рентгеновскими, из рентгеновских – гамма-фотонами. Благодаря этому механизму производится большое количество высокоэнергичных фотонов, которые наблюдаемы в рентгеновском свете, ультрафиолете и гамма-диапазоне электромагнитного спектра.

Механизм обратного комптоновского рассеяния является причиной предсказания того, что ядра квазаров не могут излучать выше определенного теоретического предела. Это связано с тем, что если вы сможете ускорить облако плазмы в центральной машине до очень высоких энергий, то вы его вбросите в начало релятивистской струи, и оно начнет излучать на уровне выше теоретического предела, а благодаря обратному комптоновскому рассеянию электроны лавинообразно потеряют свою энергию примерно за несколько часов. Поэтому существует предсказание, что мы не должны наблюдать квазары ярче определенного предела.

Второй важный астрофизический эффект, который влияет на то, как выглядят квазары, называется «эффект релятивистской аберрации». Он приводит к одной странности: если мы отберем тысячу самых ярких активных галактик на небе, измерим и оценим угол направления этих релятивистских струй, то окажется, что большинство из них смотрят в глаз наблюдателя, то есть наш глаз. Откуда-то релятивистские струи квазаров будто знают, где находится планета Земля, и направлены на нее.

Это хорошо известный в астрофизике эффект селекции. Можно представить облако плазмы, которое имеет тот самый синхротронный механизм излучения. Если эта плазма стоит на месте не двигается, то она будет излучать во все стороны одинаково. Если же этот сгусток плазмы начинает двигаться со скоростью, близкой к скорости света, что и происходит в струях квазаров, произойдет релятивистская аберрация. В результате этого эффекта луч света, который исходит от плазмы, будет становиться все уже – в зависимости от того, насколько близко к скорости света окажется скорость движения этого сгустка. Кроме того, весь свет собирается в узкий пучок, и для зрителя излучение будет выглядеть намного ярче. Таким образом, наблюдатель, изучая Вселенную, селективно будет отбирать те релятивистские струи, которые имеют направление на зрителя. В результате эффекта релятивистской аберрации типичная струя от квазара будет выглядеть примерно в десять раз ярче, чем на самом деле.

#### 1.2 Классификация радиогалактик

Исследование радиогалактик, доступное с наземных телескопов в инфракрасном, оптическом И ультрафиолетовом радио, диапазонах, позволило к настоящему времени достаточно хорошо исследовать их свойства, хотя многое еще остается неясным. Первые наблюдения выборок радиогалактик показали, что они имеют сложную структуру. На картах распределения радиояркости видно, что в радиогалактиках часто имеется два излучающих облака (компонента), располагающихся более или менее симметрично относительно галактики, видимой в оптических лучах. Обычно излучающие в радиодиапазоне облака находятся в 10-100 кпк от галактики, далеко за пределами ее звездной составляющей. У ряда галактик расстояние между компонентами достигает 2-5 Мпк. В 1974 году для описания морфологии 57 радиоисточников 3CR каталога Фонарев и Райли предложили классификацию [28], разделив протяженные объекты на два типа.

Первый тип радиогалактик (FR I) имеет распределение радиояркости, спадающее к краям источника (рисунок 1), второй тип (FR II) имеет преимущественно распределение, концентрирующееся в боковых компонентах (рисунок 2), так называемых горячих пятнах. Говоря более строго, разделение на два класса происходит с использованием отношения расстояния между областями наибольшей поверхностной яркости на противоположных концах галактики или квазара к полной протяженности источника. Источники с отношением <0.5 были отнесены к первому классу, а источники с отношением >0.5 ко второму классу. Было также обнаружено, что почти все источники со светимостью  $L(178M\Gamma\mu) \le 2 \times 10^{25} h_{100}^{-2} BT\Gamma\mu^{-1} cp^{-1}$ относились к первому классу, в то время как более яркие источники относились ко второму классу. Правда, граница по светимости между ними не всегда строгая и есть перекрытия в светимостях объектов, отобранных как FR I и FR II на основании их структуры.

Класс Fanaroff-Riley I. У объектов этого класса области с низкой яркостью находятся дальше, чем области с повышенной яркостью. Источники становятся слабее в направлении внешних пределов протяженных компонентов. Спектры здесь самые крутые, что показывает, что излучающие частицы сильно постарели. Струи обнаружены у 80% радиогалактик типа FR I. Струя может начинаться около ядра как односторонняя, но через несколько килопарсек она становится двусторонней и непрерывным с углом раскрытия >8<sup>0</sup>, который изменяется вдоль струи.



Рисунок 1 – Изображение радиогалактики 3С 31, относящейся к классу FR I

Источники типа FR I отождествляются с яркими большими галактиками (D или cD), которые имеют более плоские профили в распределении яркости, чем средняя эллиптическая галактика. Эти объекты часто располагаются в богатых скоплениях с рентгеновским газом. Так как галактика движется через скопление, газ может сноситься назад и изменять радиоструктуру лобовым давлением, что объясняет, почему источники с узкоугольным или широкоугольным хвостом могут быть найдены среди объектов этого класса.

Класс Fanaroff-Riley II. Этот класс охватывает радиоисточники с горячими пятнами в их протяженных структурах на таких расстояниях от отношение >0.5. Эти центра, для которых источники называются источниками с затемненными краями, что лишь частично подходит для этой терминологии, когда угловое разрешение и динамический диапазон, используемые при наблюдениях классических источников, были не всегда достаточно хорошие, чтобы выделить горячие пятна как различимые структуры. Ядра и струи у объектов этого класса также ярче, чем у объектов типа FR I по абсолютной шкале. В настоящий момент струи определяются только у <10% радиогалактик, но почти у всех квазаров. Струи имеют маленький угол раскрытия (<4<sup>0</sup>) и внутренние структуры типа узлов с преобладанием перпендикулярных компонентов.



Рисунок 2 – Изображение радиогалактики 3С 219, относящейся к классу FR II.

Источники типа FR II в основном отождествляются с гигантскими эллиптическими галактиками. Средняя абсолютная величина

<МR>=-19.9 (Н0=100км сек-1Мпк-1) близка к значению М\* в функции светимости галактик Шехтера, на которой плотность галактик показывает экспоненциальный поворот. Благодаря большим различиям в природе родительских галактик и окружения источников типа FR I и FR II, вполне возможно, что они являются существенно различными типами объектов, не связанными друг с другом одной эволюционной последовательностью.



Рисунок 3 – Бивариационная классификация радиогалактик, предложенная Оуэном и Ледлоу (1994). По осям отложены абсолютная звездная величина в фильтре R (в системе величин M<sup>24.5</sup>) и радиосветимость на частоте 1400 МГц.

Бивариационная классификация. Классификация радиогалактик Фонарева и Райли зависит от радиосветимости: большинство галактик ярче, чем  $2x10^{25}h_{100}^{-2}$  W  $Hz^{-1}str^{-1}$  на 178 МГц являются источниками типа FR II, в то время как источники с меньшей светимостью принадлежат классу FR I. Как считают Кембави и Нарликар [18], разделение между двумя классами становится острее, если рассматривать распределение этих объектов в зависимости как от радиосветимости, так и от оптической абсолютной звездной величины (рисунок 3). Как видно из рисунка, оба типа галактик распределены в широком диапазоне значений оптической светимости. Более яркие радиогалактики имеют тенденцию попадать в область FR II галактик, хотя разделение между множествами по оси радиосветимости не строгое. Тем не менее кажется достаточно ясным диагональное разделение типов, которое показывает, что радиосветимость на границе между классами растет вместе с оптической светимостью. Если двумерное распределение точек спроектировать на ось радиосветимостей, оба типа галактик остаются разделенными, хотя и с небольшим перекрытием на границе.

С другой точки зрения, вполне возможно, что FR I и FR II принадлежат к одному типу объектов, на что указывает, например, пересечение распределений, т.е. существование области, в которой можно найти и те, и другие объекты. Кроме того, тот факт, что граница имеет наклон, может говорить о том, что разные классы "знают", по словам А. Копылова [5], о существовании друг друга. Данное явление говорит о том, что классы связаны, т.е. в действительности могут принадлежать одной эволюционной последовательности.

Эволюция радиогалактик. Говоря о радиогалактиках, необходимо упомянуть современные представления об этапах эволюции радиогалактик.

Обосновывая необходимость наблюдений за газом при исследовании радиогалактик, Браун [29] выделил в процессе формирования галактики в самые ранние моменты эволюции пять фаз:

- 1. гравитационная аккумуляция газовой массы;
- 2. фрагментация и сегрегация массы:
  - а. столкновение газовых филаментов,
  - b. образование первых звезд;
- гравитационное объединение фрагментов, приводящее к газовым "протогалактикам";

- 4. светящиеся "протогалактики":
  - а. приливные взаимодействия, каннибализм;
  - b. образование центральной газовой концентрации;
- 5. взаимодействующие "протогалактики":
  - а. образование сверхмассивной черной дыры в ядре;
  - b. проявление AGN и QSO [1].

В фазе I аккумулируемые газовые массы состоят преимущественно из НІ. Процесс аккумуляции сам по себе, как показывают расчеты, проходит через возникновение сложной паутины накладывающихся филаментов в предельно большом угловом масштабе (десятки градусов), имеющих место на z>5. Для наблюдений линии HI 21см, смещенной в красную сторону, и замечательной структуры линии НІ являются единственно возможными источниками информации. В фазе IIb, а также в более поздних фазах, где присутствуют последовательные популяции звезд, мы можем ожидать химически обогащенные газовое вещество и пыль, которые поддаются наблюдениям при помощи чувствительных миллиметровых телескопов апертурного синтеза. В фазе III газовые фрагменты начинают объединяться до того момента, когда галактическая масса уже набрана (в виде газа), но малочисленные звезды еще формируются. Это стадия галактической эволюции, когда миллиметровая и субмиллиметровая астрономия является уникальной при исследовании. Данная фаза наиболее информативная для физики образования галактик. Для двух последних фаз понимания галактической эволюции подразумевается, что приливное взаимодействие при высокой концентрации богатых газом галактик является доминантным эффектом, управляющим галактической эволюцией. Газовые облака в молодых галактиках взаимодействуют диссипативно, что приводит к потере газом углового момента, и позволяют ему опуститься в потенциал ядра. Быстрая предельно галактического аккумуляция высокой поверхностной плотности, ~103-104 МО пк-2, приводит к такому явлению, как вспышка звездообразования, AGN или даже QSO-активность, детали

которого остаются плохо понятными до тех пор, пока нет возможности разобраться (увидеть) кинематику газа для большой выборки объектов с помощью миллиметровых телескопов апертурного синтеза.

В эволюции радиогалактик можно выделить три этапа, подчеркнутые Ретгерингом:

- 5>z>3 эпоха формирования протоскоплений (радиогалактики имеют клочковатую структуру в оптическом и инфракрасном диапазоне
- 3>z>2 эпоха мерджинга и формирования гигантских эллиптических галактик,
- 3. *z*<2 эпоха сформировавшихся радиогалактик.

Радиогалактики являются чрезвычайно важными объектами для исследования в астрофизике и космологии. Об этом говорит высокая заинтересованность учёных изучением этих объектов во всех диапазонах волн, наблюдаемая в последнее время. Можно выделить несколько основных, связанных с радиогалактиками, направлений, в которых активно ведутся исследования:

- поиск предельно далеких объектов,
- активные ядра галактик,
- формирование и эволюция галактик, первичные черные дыры,
- окружение радиогалактик, протоскопления, группы галактик и скопления,
- формирование крупномасштабной структуры,
- молекулярный газ и пыль в далеких радиогалактиках,
- гравитационное линзирование.

## 1.3 Рентгеновская двойная звезда SS 433

Рентгеновские двойные звезды (микроквазары) – это двойные звёздные системы (рисунок 4), в которых остаток первой звезды, сжатый в тёмный компактный объект (такой как нейтронная звезда или чёрная дыра), гравитационно связан со второй обычной звездой, которая движется по тесной орбите вокруг первого компонента [9].



Рисунок 4 – Иллюстрация двойной звёздной системы.

В микроквазарах происходит аккреция материи на нейтронную звезду или черную дыру, сопровождающаяся спорадическими выбросами с околосветовой (или в некоторых случаях с кажущейся сверхсветовой) скоростью струй материи, что даёт наблюдаемую картину, близкую к наблюдаемой в случае квазаров (аккрецирующих сверхмассивных черных дыр в центрах галактик).

Туманность W50 имеет релятивистскую двойную систему SS 433, которая является источником мощного ветра и струй. Источник W50 окружён ветром, остатками сверхновой и струями. Эволюция струй SS 433 в масштабе туманности W50 представляет собой камень преткновения для изучения её возникновения.

Астрофизические струи получают значительную часть своей энергии от аккреционных дисков и радикально влияют на их окружающую среду. Мощные струи SS 433 настолько тесно взаимосвязаны с окружающей их туманностью оболочечного типа W50, что туманность, как полагают, не полностью является источником сверхновой. Эти струи радиационно

неэффективны, что свидетельствует о том, что их огромная кинетическая энергия потока Lj0 ~ 1039 эрг/с превращается в тепловую и механическую энергии W50. Гамма излучение, обнаруженное Бордасом [24], расположенный в зоне W50, указывает на еще один элемент потерь энергии струй: до десятков процентов энергии струй может превратиться в релятивистские частицы. Более того, это может указывать на область, где струи замедляются и передают энергию туманности, внутренним областям W50, а не её оболочке.

Роль струй SS433 в формировании особенностей W50 неизвестна (см. Фарнес и др., 2016, для всестороннего обзора происхождения W50). Радиоморфология W50 очень похожа на скрученную раковину. W50 выглядит так, будто она состоит из катушек, сужающихся к кончикам туманности, как пирамида. Крутящий момент и удлиненный вид W50 могут быть вызваны струями, которые, однако, не утверждены чётко в масштабах W50 (1×2). По соглашению в W50 наблюдается сферическая составляющая радиуса ~290 (Дабнер и др., 1998) и два выступа – так называемые уши.

W50 удлиняется вдоль струй, которые наблюдаются вблизи SS433 как оттоки в рентгеновских, оптических и радиодиапазонах. На расстоянии от источника струй до ~ 6 00 или на расстояниях г. 0.13 пк, струи показывают регулярную прецессию с периодом 162.250 дней под углом 19.°75 вокруг оси, угол наклона которой к линии обзора равен 78.°8 и угол положения на плоскости неба 98.°2. На этих расстояниях струи являются баллистическими, за исключением, возможно, предсказанного 10% торможения и закручивания (сдвиг фазы прецессии на ~-0,1) в самой глубине ~0. 005 [12]. На больших расстояниях струи с окружающей средой. Струя там будет выглядеть как полый конус плотно намотанных катушек, которые, вероятно, смешиваются. Конус прецессии указан на радиоизображении восточной части W50; очевидно, конус соответствует ориентации и поперечному размеру уха.

рентгеновского излучения, наблюдаемая на расстояниях >15' от SS 433, формирует струю. Однако угловое расширение доли В жесткой рентгеновской полосе, > 1кэВ, намного меньше, чем 40° открытие конуса прецессии. Коллимитированны ли повторно струи? Напротив, оптические нити при контакте между ушами и сферой W50, которые, возможно, отображают взаимодействие струи и сферической оболочки W50, составляют угол чуть больше 40 ° в SS 433. Восточная доля, которая более открыта для наблюдения, имеет острые края в жестком рентгеновском диапазоне и почти идеально осесимметричная и гладкая, за исключением яркого узла. Последний, вероятно, является сегментом почти сферической оболочки, которая нагревается струей [19].

Уже более 30 лет проблема повторного коллимирования струй SS 433 вдохновила на исследование. Эйлер [25] предположил, что прецессирующая струя сливается в гладкий полый конус и неизбежно подвергается фокусировке под действием внешнего давления. установили проблемы, стоящие перед гидродинамическими симуляциями механизма Эйлера и заостренной формой ушей W50 для случая полой конической струи. Позже из серии гидродинамических симуляций, ориентированных на геометрию ушей, разработали историю эволюции струи, прерывистую в скорости и прецессии открытия конуса. Более того, они получили механизм повторной неэффективен коллимации, хотя механизм для образования ушей наблюдаемой узости. Однако типичные характеристики прерывистых струй не видны; в W50 рентгеновские лепестки довольно гладкие в больших масштабах.

В частности, Гудалл [26] обнаруживает, что струя SS 433 должна замедляться только при торцевом воздействии, то есть в ухе. С другой стороны, из-за несоблюдения правильного движения радионуклидов в ушах Гудалл определил, что скорость струи в ушах по меньшей мере в восемь раз меньше (для расстояния D = 4,5 кпк), чем скорость оптического потока vj0 = 0,2581c, где с – скорость света [27]. Кроме того, яркость рентгеновской

кольцеобразной структуры на расстояниях ~ 600, считающаяся главным воздействием, совпадает с радио-нуклидами в восточном ухе, значительно меньше яркости рентгеновской доли в 15-450 от SS 433. Трудно объяснить это, если струи не замедляются внутри W50.

Таким образом, остаются вопросы об эволюции струй SS 433 в масштабе W50 и их роли в расширении W50.

#### 1.4 Обзор современного состояния вопроса моделирования струй

Моделирование структуры струй может производится как методом депроекции так и параметрически. В статье Марка Свэйна «ВНУТРЕННЯЯ СТРУКТУРА СТРУЙ В 3С 353» («INTERNAL STRUCTURE OF THE JETS IN 3C 353») [23] рассматривается объект класса FRII. Его снимок представлен на рисунке 5. В данном случае применяется параметрический метод моделирования.



Рисунок 5 – Снимок 3С 353

Обе струи обнаруживаются в ~10 h<sup>-1</sup> кпк от ядра. Более яркая струя может непрерывно прослеживаться от J1 до тех пор, пока она не войдет в четко определяемую горячую точку (H). Другая струя обнаруживается однозначно только в CJ1 и CJ2; неясно, где она оканчивается.

Были смоделированы усредненные поперечные I и P профили, а не отдельные профили, чтобы улучшить наше отношение сигнал/шум.

Использованы координаты r, f, z в цилиндрической струе, осесимметричной относительно оси z и наклоненной на угол і к плоскости неба. Струя заполняется релятивистскими электронами со степенным распределением, излучательной распределением способности заданным И геометрией магнитного поля, включая как организованные, так и случайные компоненты. Поперечные профили I, Q и U вычисляются путем интегрирования 1301 равных ячеек вдоль каждой из 131 равноотстоящих линий визирования через струю и затем сворачиваются для определения данных. Был сопоставлен индекс степенного распределения энергии электронов со спектральным индексом, связанным со струями; результаты 5 20,65 нечувствительны к этому выбору. Авторы заметили и в дальнейшем использовали в построении модели корреляцию между глубиной слоя струи и её интенсивностью, измеренной на минимумах рельса на частоте 8,4 ГГц с разрешением 10,3 FWHM везде, где глубина рельса превышает 3 Дж. Хорошо заметно (рисунок 6) понижение светимости в центре.



Рисунок 6 – Предсказанные поперечные I и Р профили модели с нулевой излучательной способностью в центральной части, граница которой здесь равна r = 26 (0,43 от струи), сравнительно с наблюдаемыми профилями. Профили модели были свернуты с тем же разрешением 00.44 FWHM, что и наблюдения струи (левый график) и противоположной струи (правый график)

Эти профили хорошо подобраны моделью, в которой:

1. Струи находятся в плоскости неба Ci 5 0

- 2. Излучающие частицы ограничены внешним слоем ( $r \ge r_{min} \sim 0,43$  мин радиуса струи);
- 4. Этот внешний слой не имеет радиальной составляющей поля B<sub>r</sub>;
- 5. В<sub>г</sub> (тороидальный) и В<sub>z</sub> (осевой) в слое это равномерно распределенные случайные величины с нулевым средним, нормированные так, что  $\langle B_{\phi}^2 \rangle^{1/2} = \langle B_z^2 \rangle^{1/2}$ .

В работе «Эффективность формирования сферических кластеров» автора Dean Mc Laughlin [14] рассматривается вероятность того, что звездообразующее облако газа достигнет высокой кумулятивной эффективности звездообразования оставаться связанными в виде скопления после того, как они очистили газ. В данной работе для решения этого вопроса и эмпирической оценки эффективности образования кластеров были использованы наблюдения глобулярных кластерных систем в галактических ореолах: по массе, универсальное число. Это послужит ограничением для теории образования звезд и скоплений.

Были рассмотрены объекты M87, M49 и NGC 1399. Произведен сравнительный анализ прогнозируемых плотностей газа M49 и NGC 1399. Был разработан дискретный геометрический алгоритм депроекции, позволяющий проводить прямое сравнение объемных плотностей и всех трехмерных галактоцентрических радиусов звезд и газов в M87.

В М87 многие глобулы связаны с рентгеновским газом, что является причиной появления специфических частотных проблем. Данный пример предполагает проявление этого случая в других системах, поэтому необходимо максимально проверить, что расхождения возникают только в богатых газом и звездами глобулах, имеющие высокие глобальные специфические частоты. Причиной такого явления заключается в том, что большинство галактик, предположительно, были подвержены одному общему v-образному циклу.

Произведено наблюдения в ярких скоплениях галактик и карликовых эллиптиках, которые показали уровень, что и в M87, M49 и NGC 1399 в

соответствии с предсказаниями универсум. Фундаментально различные отношения между галактическими системами и физическими режимами являются истоком масштабирования среди нормальных гигантских эллипсов, галактик. Масштабные аргументы, которые используют оптическую фундаментальную плоскость ярких эллиптиков, наблюдаемая корреляция между рентгеновской и оптической светимостью в системах раннего типа и частичная потери газа в специальной модели для ветров от одного всплеска звездообразования в темной материи, доминирующей в карликовых эллиптиках, послужили основанием для получения этих соотношений.

С помощью алгоритма депроекциии были получены шаровые скопления в сфероиде Млечного Пути. Произведено доказательство, что данный алгоритм также локально применим к образованию открытых скоплений в галактическом диске. Метод являет устойчивым, эффективность его реализуется в огромном разнообразии локальных и глобальных сред, что требует весьма общего теоретического объяснения.

B статье «Объединенная депроекция Сюняева-Зельдовича С рентгеновскими снимками скоплений галактик» автора Амеглио С. [15] рассматривается способы восстановления трехмерных профилей плотности и температуры скоплений с помощью пространственно галактик разрешенными тепловым картам Сюняева-Зельдовича и рентгеновскими картами поверхностной яркости.

Рассматриваются два непараметрических метода. В обоих методах кластер предполагается сферически симметричным и моделируется с помощью метода onion-skin. Первый из них следует геометрическому подходу, в котором трехмерные профили восстанавливаются с помощью итерационной процедуры, которая депроецирует наблюдаемые изображения, начиная с самого внешнего кольца до внутреннего. Второй метод учитывает значения трехмерных профилей плотности и температуры газа на различных ожидаемую SZ радиусах И вычисляет ИЗ них И рентгеновскую поверхностную яркость, которая затем сравнивается с наблюдениями с

максимально вероятностным подходом. При помощи метода Монте-Карло происходит оптимизация выборки пространства параметров. Второй метод позволяет восстановить полную корреляционную матрицу ошибок в подборе параметров.

Оба метода были применены к идеализированной сферической политропной β-модели. В результате данные методы восстанавливают профили высокой (около 3-4%), трехмерные С точностью что свидетельствует о том, что такие методы не имеют внутреннего смещения. Применение метода максимального правдоподобия к гидродинамическому моделированию скоплений галактик всегда обеспечивает депроецированные профили плотности и температуры газа, которые хорошо согласуются с истинными, вплоть до вириального радиуса. Находится небольшое (10%) систематическое завышение плотности газа, которое связано с наличием некоторого остаточного сгущения газа, которое не устраняется маскировкой очевидных субструктур, выявленных на рентгеновских картах. Общая масса газа извлекается с небольшим уклоном в 4% и значительным разбросом примерно в 5%. Этот результат показывает, что скопление остаточного газа должно оказывать незначительное влияние на оценку общей массы газа. Масса газа, восстановленная вдоль оси максимального удлинения, как правило, ниже (до 10%) по сравнению с массой, восстановленной вдоль двух других проекционных осей; величина этого эффекта больше для более удлиненных кластеров.

Этот подход имеет ряд преимуществ по сравнению с традиционным, основанным на рентгеновской спектроскопии. Находятся космические и инструментальные фоны, поверхностная яркость может быть восстановлена в значительной части кластерных вириальных областей. Ограничением анализа, представленного в этой статье, является то, что мы не включили реалистичные фоны в генерацию рентгеновских карт и тепловых карт Сюняева-Зельдовича. Шум может сказаться на восстановлении объекта.

В статье «Изучение взаимоотношений рентгеновского излучения и Сюняева-Зельдовича в скоплениях галактики» анализируется применение рентгеновского излучения и Сюняева-Зельдовича (СЗ). С помощью данных методов производится вычисление выборки, состоящей из 24-х скоплений галактик. Благодаря им производится анализ и восстановление профилей светящихся объектов: газа, температуры, давления. Изучена взаимосвязь между величинами рентгеновского излучения и СЗ. Вычислены оценки всеобщей значений объектов для заключения оценки амплитуды негравитационных процессов (такие как наклон, рассеиватели и эволюция). Таким образом, делается вывод, что в изучении термодинамической истории скопления газа важную роль играет соотношение между рентгеновским излучением, СЗ и процесс их эволюции в красном смещении.

В процессе анализа выяснено, что для описания физики рентгеновских светящихся кластеров не подходит адиабатический сценарий, так как он не учитывает дополнительную негравитационную энергию, помимо потенциальной.

Наблюдается согласование хорошее нормализации соотношения Mlot-Tмежду полученными результатами И результатами численного моделирования. Другие гидродинамического соотношения масштабирования рентгеновских лучей, включающие прямое распространение абсолютного значения измеренной плотности газа, имеют резкое отклонение от ожидаемых. Отклонения больше 2 т наблюдаются в соотношениях L–T ( $Aall = 3,37\pm0,39$ ; A\* = 2), L–Mgas ( $Aall = 1,64\pm0,13$ ; A\* = 1,33) и Mgas –Т (Aall = 2,09±0,23; А\* = 1,5). Это соответствует полученному результату анализа рентгеновских светящихся скоплений галактик.

Самое высокое отклонение от значений самоподобной модели имеют корреляция между исследуемыми величинами СЗ и температуры газа, также данные значения имеют низкий разброс среди аналогичных соотношений с

различными рентгеновскими величинами. Полученный разброс сравним с соотношениями между рентгеновскими параметрами.

При более высоких красных смещениях в пределах фиксированного углового размера эффект C3 отсчитывает большую физическую область, что приводит к высокой отрицательной эволюции в отношениях уΩ – рентгеновским излучением и уΩ –C3. Это показывает, что в пределах меньших физических радиусах влияние негравитационных процессов относительно более выражено.

Прогнозируемое согласуется численное значение с оценками суммарных масс в выборке кластеров, которые надежны за счет нормализации соотношения Y – Mlot в кластерах охлаждающих ядер при  $\Delta =$ 2500. Процессы, происходящие в ядрах кластера, прогнозируют более нормализацию. Это происходит, когда кластер M2500 низкую приблизительно равен 5×1014М. YCC измеряется в выборке объектов CC, как  $YCC = (5,32 \pm 1,06) \times 10-5$ . All во всей выборке равна  $(8,06 \pm 1,35) \times 10-5$ и охлаждающая эффективность будет наиболее активна.

Отношения СЗ и рентгеновского излучения лучшим образом описываются самоподобной моделью, параметризованной через зависимость от fz, когда применяется робастный метод подгонки, который учитывает внутренний разброс и ошибки по двум переменным. Эволюция вида (1+z), исследуемая  $\chi^2$ -минимизации с распространением ошибок на X и Y переменных, показывает высокую отрицательную эволюцию на уровне at≳1 $\sigma$ . Данные показатели выявляются во всех соотношениях таких, как: СЗ (у0, Y, уΩ) рентгеновского излучения, температура газа и общая масса. Значения, полученные с помощью метода робастной подгонки, более подобны значениям самоподобному распределению, чем корреляция. Если в соотношении СЗ и рентгеновскими значениями зафиксировать наклон к самоподобному значению А\*, то будет получена отрицательная эволюция у0–*Mtot* отношения (*BCC* =  $-0.88\pm0.94$ ) и Y –*Mtot* отношения (*BCC* =  $-2.30 \pm$ 1,13).

В итоге между величинами, которые связаны с глобальной энергией ICM системы, И показателями структуры имеется напряженность взаимосвязи по соотношениям масштабирования рентгеновского излучения и СЗ. Наиболее отклоненные от значений самоподобной модели значения, вычисленные по методу робастной подгонки, вычисляются как: L-T, L-Mtot, Mgas-T, у0-Т. Отрицательная эволюция соотношений происходит, когда преимущество оказывается на стороне самоподобных значений. При данном случае предполагается сценарий, заключающийся в том, что самоподобные ожидания имеют различие, выраженное в ІСМ, который при наиболее высоком красном смещении имеет низкую рентгеновскую светимость и давление в центральных областях.

#### Вывод к главе 1

Самым большим типом оптически тонких объектов, имеющих осесимметричную структуру пригодную для депроекции являются струи. Исходя из морфологии и классификации объектов становится ясным, что наиболее подходящими для исследований являются струи радиогалактик класса FRI, квазары и рентгеновские двойные звезды, как в нашем случае: SS 433 из туманности W80.

Существующий эффект релятивистских аберраций, выявляемый при наблюдении струй, делает важным аспектом проверку работы программы на изображениях объектов имеющих сильный наклон в плоскости неба.

В современных публикациях по теме депроекции изображений оптически тонких осесимметричных объектов не описана реализация методов регуляризации влияние обрезанного края изображения, а функция крыла подразумевается заведомо известной.

#### Глава 2 Метод депроекции и его проблемы

#### 2.1 Метод депроекции «onion-skin»

На рисунке 7 показан разрез (сечение) некоторого осесимметричного объекта перпендикулярно его оси симметрии, лежащей в картинной плоскости, внизу – азимутальное распределение наблюдаемого потока излучения от этого сечения (тонкого слоя) в системе отсчёта азимутального угла θ с началом на оси симметрии – азимутальный профиль изучения, он же поперечный профиль. Вертикальные линии указывают соответствие осесимметричных оболочек объекта бинам профиля. Разбиение объекта на оболочки произвольно по радиусу и толщине. В пределах одной оболочки объёмная мера эмиссии одинакова вследствие осевой симметрии. Очевидно, что на изображении этого слоя (двумерном на картинной плоскости) оболочки проецируются друг на друга. Депроецировать изображения такого объекта – это значит исключить из наблюдаемого потока любой данной оболочки потока других оболочек.



Рисунок 7 – Схематическое представление метода депроекции

В азимутальном профиле пара самых крайних бинов с номером 1 и сумарным потоком  $F_1$  образована самой внешней оболочкой объекта с номером 1, и только ею. Это позволяет вычесть вклад этой оболочки в профиль, используя площадь не перекрывающего другие бины сегмента оболочки –  $S_1^s$ , чей поток  $f_1^s \div 2$  образует бин 1, используя площади участков кольца 1 (т.е. сечение оболочки 1) дающие вклад в остальные бины. После этой процедуры бин 2 становится самым крайним, и можно повторить описанную процедуру вычитания вклада внешней оболочки в азимутальный профиль. Так последовательно можно исключить вклад каждой оболочки в профиль. Более удобна для расчёта несколько иная схема итерации.

Поток сегментов оболочки 1, образующий бин 1, и полный поток кольца 1, формула 1 и 2 соответственно:

$$\mathbf{f}_1^s = F_1,\tag{1}$$

$$f_1^r = f_1^s \frac{S_1^r}{2S_1^s} , \qquad (2)$$

где  $S_1^r$  – это полная площадь кольца 1.

Аналогичные потоки для кольца 2 (формула 3,4):

$$f_1^s = F_1 + F_2 - f_1^r \frac{2(S_{1,2}^s - S_2^s)}{S_1^r} , \qquad (3)$$

$$f_2^r = f_2^s \frac{S_2^r}{2S_2^s} , \qquad (4)$$

Здесь в 3 уравнении вычитается вклад оболочки 1 в поток в бинах 1 и 2,

 $S_{1,2}^{s}$  – площадь сегмента, образованного оболочками 1 и 2, чей поток образует бины 1 и 2 справа,

 $S_2^s$  – площадь сегмента сечения оболочки 2, чей поток  $f_2^s \div 2$  образует бин 2,

 $S_{1,2}^s - S_2^s$  – площадь участка кольца 1, дающего вклад в бины 1 и 2 уравнение 5.
Набор потоков  $\int_{i}^{r}$  от осесимметричных оболочек, переведённый в объёмные меры эмиссии каждой оболочки, есть решение задачи депроекции изображения тонкого слоя, поперечного оси симметрии объекта. Далее процедура повторяется для остальных слоёв [2].

## 2.2 Неопределённость депроекции

Одной из задач было характеризовать применимость метода для зашумлённых изображений и имеющих наклон. Для этого необходимо было оценить неопределённость и правдоподобие депроекций получаемых в результате отработки программы.

Случайные алгоритмы делятся на два вида: алгоритмы Лас-Вегаса и алгоритмы Монте-Карло. Алгоритмы Лас-Вегаса возвращают ответ в виде целого числа, который обозначает успех или неудачу. На вычисление ответа алгоритмы затрачивают высокое количество времени и вычислительных ресурсов. В отличие от них, алгоритмы Монте-Карло возвращает ответ в виде величины, которая обозначает ошибку [17].

Существуют многие сложные задачи, на точность решения которых нельзя рассчитывать. Исключаются точные детерминированные алгоритмы и алгоритмы Лас-Вегаса. Вместо них возможно использовать детерминированные приближенные алгоритмы или приближение Монте-Карло. В основном метод применяется для получения некоторых распределений вероятностей и формировании их оценки.

При вычислении суммы или интеграла если не может быть получен точный результат (например, сумма имеет экспоненциальное число членов, и точное упрощение неизвестно), возможна их аппроксимация с помощью выборки Монте-Карло. Сумма или интеграл рассматриваются как математическое ожидание при некотором распределении? и ожидание аппроксимируется соответствующим средним значением (формула 5, 6) [22].

$$s - \sum_{x} p(x) f(x) - E_p [f(x)], \qquad (5)$$

$$s - \int p(x)f(x) - E_p[f(x)].$$
 (6)

Для оценки операции переписываются как математическое ожидание с ограничением, которое для суммы является распределением вероятности, для интеграла плотностью вероятности случайной величины х.

Аппроксимация s формируется из n выборок  $x^{(1)}, ..., x^{(n)}$  из p, затем вычисляется эмпирическое среднее значение (формула 7).

$$\widehat{s_n} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x^{(i)}).$$
(7)

Это приближение оправдано несколькими различными свойствами. Первое тривиальное наблюдение состоит в том, что оценка ŝ является объективной по формуле 8.

$$E[\widehat{s_n}] - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E[f(x^{(i)})] - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s - s.$$
(8)

Закон больших чисел гласит, что если выборки  $x^{(i)}$ являются i.i.d., то среднее значение почти наверняка сходится к ожидаемому значению (формула 9), при условии, что дисперсия отдельных членов Var[f( $x^{(i)}$ )] ограничена.

$$\lim_{n \to \infty} \widehat{s_n} - s. \tag{9}$$

Чтобы увидеть это более ясно, необходимо рассмотреть дисперсию  $\hat{s_n}$  по мере увеличения п. Дисперсия Var[f( $x^{(i)}$ )] уменьшается и сходится к 0, пока Var[f( $x^{(i)}$ )] <  $\infty$  (формула 10, 11):

$$Var[\widehat{s_n}] - \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n Var[f(x)], \qquad (10)$$

$$-\frac{Var[f(x)]}{n}.$$
 (11)

Этот результат также показывает, как оценить неопределенность в среднем по Монте-Карло или, что эквивалентно, величину ожидаемой ошибки приближения. Вычисляется эмпирическое среднее значение  $f(x^{(i)})$  и их эмпирическая дисперсия, а затем оцененная дисперсия делится на число выборок n, чтобы получить оценку Var[ $\hat{s_n}$ ]. Центральная предельная теорема что распределение среднего  $\widehat{s_n}$  сходится к нормальному говорит, распределению со средним s и дисперсией  $\frac{Var[f(x)]}{n}$ . Это позволяет оценить доверительные интервалы вокруг оценки  $\widehat{s_n}$ , используя кумулятивное распределение нормальной плотности. Все это зависит от способности легко производить выборку из базового распределения p(x), но это не всегда Более обший возможно подход заключается в формировании последовательности оценок, которые сходятся к распределению интереса. Таков подход марковских цепей Монте-Карло.

Важным шагом в декомпозиции подынтегральной функции (или слагаемого), используемой методом Монте-Карло в уравнении, является определение того, какая часть подынтегральной функции должна играть роль вероятности p(x), а какая величиной f(x), ожидаемое значение которой (при таком распределении вероятностей) должно быть оценено. Однозначной декомпозиции не существует, поскольку p(x) f(x) всегда можно переписать, как представлено на формуле 12.

$$p(x)f(x) - q(x)\frac{p(x)f(x)}{q(x)},$$
 (12)

Во многих случаях вычисления математическое ожидание для данных р и f, и того что задача задается с самого начала как ожидание, предполагает, что p и f были бы естественным выбором декомпозиции. Однако исходная спецификация задачи может не быть оптимальным выбором с точки зрения количества образцов, необходимых для получения заданного уровня

точности. Форма оптимального выбора  $q^*$  может быть легко выведена. Оптимальная  $q^*$  соответствует тому, что называется оптимальной выборкой важности.

Из-за тождества, показанного в уравнении 2.8, любая оценка Монте-Карло вычисляется по формуле 13.

$$\widehat{s_p} - \frac{1}{n} \sum_{i=1, x^{(i)} \sim q}^n f(x^{(i)}).$$
(13)

Формула 13 может быть преобразован в оценку выборки важности (формула 14).

$$\widehat{s_p} - \frac{1}{n} \sum_{i=1, x^{(i)} \sim q}^n \frac{p(x^{(i)}) f(x^{(i)})}{q(x^{(i)})}.$$
(14)

Ожидаемое значение оценки не зависит от q (формула 15).

$$E_q[\hat{s}_q] - E_q[\hat{s}_p] - s.$$
 (15)

Однако дисперсия оценки выборки важности может быть очень чувствительна к выбору q. Дисперсия задается формулой 16.

$$Var[\hat{s}_q] - \frac{Var\left[\frac{p(x)f(x)}{q(x)}\right]}{n}.$$
 (16)

Минимальная дисперсия возникает, когда q равен формуле 17.

$$q^*(x) - \frac{p(x)[f(x)]}{Z}$$
, (17)

где Z – константа нормализации, выбранная таким образом, что  $q^*(x)$  суммируется или интегрируется в зависимости от обстоятельств.

Лучшие распределения выборки придают важности там, где подынтегральная функция больше. Когда f(x) не меняет знака,  $Var[\widehat{s_{q^*}}] = 0$ ,

что означает, что при использовании оптимального распределения достаточно одной выборки. Это происходит только потому, что вычисление  $q^*$  по существу решает исходную задачу, поэтому обычно нецелесообразно использовать этот подход для извлечения одной выборки из оптимального распределения.

Любой выбор выборки распределения  $q^*$  является допустимым (получение правильного ожидаемого значения), а  $q^*$  – оптимальным (получение минимальной дисперсии). Выборка из  $q^*$  обычно неосуществима, но другие варианты q могут быть получены при некотором уменьшении дисперсии.

Другой подход заключается в использовании смещенной выборки важности, которая имеет то преимущество, что не требует нормализованного р или q. В случае дискретных переменных оценка смещенной выборки важности происходит по формулам 18-20.

$$S_{BIS} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{p(x^{(i)})}{q(x^{(i)})} f(x^{(i)})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{p(x^{(i)})}{q(x^{(i)})}},$$
(18)

$$-\frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{p(x^{(i)})}{\dot{q}(x^{(i)})} f(x^{(i)})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{p(x^{(i)})}{\dot{q}(x^{(i)})}},$$
(19)

$$-\frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\dot{p}(x^{(i)})}{\dot{q}(x^{(i)})} f(x^{(i)})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\dot{p}(x^{(i)})}{\dot{q}(x^{(i)})}},$$
(20)

где  $\hat{p}$  и  $\hat{q}$  – ненормализованные формы р и q, а  $x^{(i)}$  выборки из q.

Эта оценка смещена, поскольку  $E[s_{BIS}] \neq s$ , за исключением асимптотически, когда п $\rightarrow \infty$  и знаменатель уравнения сходится к единице. Поэтому эта оценка называется асимптотически несмещенной.

Хотя хороший выбор q может значительно повысить эффективность оценки по методу Монте-Карло, плохой выбор q может значительно

ухудшить эффективность. Возвращаясь к уравнению 16, видно, что если существуют выборки q, для которых  $\frac{p(x)|f(x)|}{q(x)}$  велики, то дисперсия оценки может быть очень большой. Это может произойти, когда величина q(x) является малой, в то время как ни p(x), ни f(x) не являются достаточно маленькими, чтобы повлиять. Распределение q обычно выбирается как простое распределение, чтобы из него можно было легко сделать выборку. Когда х имеет высокую размерность, эта простота в q заставляет его плохо соответствовать р или p|f]. При  $q(x^{(i)}) \gg p(x^{(i)})|f(x^{(i)})|$  значение выборки собирает бесполезные выборки (суммирование крошечные цифры или нули). С другой стороны, когда  $q(x^{(i)}) \gg p(x^{(i)})|f(x^{(i)})|$ , что будет происходить все реже, соотношение может стать огромным. Поскольку эти последние события редки, они могут не проявляться в типичной выборке, приводя к типичной недооценке s, которая редко компенсируется грубой переоценкой. Такие очень большие или очень малые числа типичны, когда х имеет высокую размерность, потому что в большой размерности динамический диапазон совместных вероятностей может быть очень высоким.

Несмотря на этот недостаток, выборка важности и ее варианты являются весьма полезными во многих алгоритмах машинного обучения, включая алгоритмы глубокого обучения. Например, использование выборки важности для ускорения обучения в нейронных языковых моделях с большим словарным запасом или других нейронных сетях с большим количеством выходных данных. Выборка важности используется для оценки функции секционирования (константа нормализации распределения вероятностей) и для оценки логарифмического правдоподобия в глубоко направленных моделях, таких как вариационный автоэнкодер. Этот метод также может быть использован для улучшения оценки градиента функции затрат, используемой для обучения параметров модели со стохастическим градиентным спуском, особенно для моделей, таких как классификаторы, в которых большая часть общего значения функции затрат исходит из

небольшого числа неверно классифицированных примеров. Выборка более сложных примеров более часто может уменьшить дисперсию градиента в таких случаях.

Критерий хи-квадрат относится к классу статистических тестирований, в которых распределение выборки является распределением хи-квадрат. Когда этот термин используется без дальнейших уточнений, он обычно относится к критерию хи-квадрат Пирсона, который используется для проверки того, могло ли наблюдаемое распределение возникнуть из ожидаемого распределения или это предположение неверно [6].

Использование хи-квадрат заключается в описании распределения суммы квадратов случайных величин. Также используется для проверки правильности соответствия распределения данных, являются ли ряды данных независимыми, а также для оценки достоверности окружающих дисперсию и стандартное отклонение для случайной величины от нормального распределения.

Обычно для проверки независимости двух наборов данных используется критерий хи-квадрата. Например, при проведении опроса, в котором регистрируется возраст участников, можно использовать критерий хи-квадрата для определения того, влияет ли возраст на ответы участников опроса, или же эти два фактора являются независимыми (поскольку в этом случае можно было бы ожидать, что ответы будут примерно эквивалентны во всех возрастных группах).

Статистика хи-квадрата определяется по формуле 21.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n (O_i - \frac{E_i)^2}{i},$$
(21)

где  $O_i$  – число наблюдений i,  $E_i$  – ожидаемое число наблюдений i.

Особенность критерия хи-квадрата заключается в том, что его статистика хорошо аппроксимируется распределением хи-квадрата (которое

само по себе является приближением к многомерному нормальному распределению) с правильно выбранным числом степеней свободы.

Далее необходимо выполнить ряд условий. Если они выполняются, то тест хи-квадрат продолжается следующим образом:

1. вычисление Хи-квадратной статистики по формуле 21;

2. определение числа степеней свободы (df) статистики. Это зависит от конкретного ожидаемого распределения, но обычно n-1 (где n – число категорий);

3. выбор уровня достоверности, обычно 95% или 99%;

4. определение критического значения  $\chi^2$ -распределения с DFстепенями свободы и уровнем доверия, выбранным выше. По существу, это определяется как значение x, при котором часть распределения xu-квадрат ниже x является по крайней мере желаемым уровнем доверия;

5. сравнение статистики хи-квадрат с критическим значением. Если она ниже критического значения, то нулевая гипотеза не отвергается. Если он выше критического значения, то нулевая гипотеза отвергается, и ожидаемое распределение, вероятно, неверно [7].

Тест опирается на тот факт, что если ожидаемое распределение действительно правильно, то разница между наблюдаемым и ожидаемым распределениями должна аппроксимировать многомерное нормальное распределение, которое аппроксимируется хи-квадратным распределением по центральной предельной теореме. Если хи-квадрат статистики больше критического значения, то скорее всего будет ложным.

Критерий хи-квадрата может также использоваться для проверки независимости между двумя наборами данных, где каждое наблюдение определяется как значение двух результатов, расположенных в таблице случайности.В этом случае статистика хи-квадрат теперь проходит по всем ячейкам таблицы (формула 22).

$$\chi^{2} = \sum_{i=1}^{r,c} \frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^{2}}{i,j},$$
(22)

где r,с- число наблюдений в первом наборе и число наблюдений во втором наборе, соответственно. Число степеней свободы находится по формуле 23

$$df = (r - 1)(c - 1)$$
(23)

В качестве теста на независимость обычно используется уровень доверия p=0.95. Если хи-квадрат статистики превышает критическое значение в этих условиях, предположение о независимости может быть отвергнуто, и два набора данных вряд ли будут независимыми [21].

Свойства хи-квадрата:

- среднее значение распределения равно числу степеней свободы: μ=9;

– дисперсия равна двукратному числу степеней свободы:  $\sigma 2 = 2*9;$ 

– когда степени свободы больше или равны 2, получено максимальное значение для Υ, когда χ2=9-2;

 по мере увеличения степеней свободы кривая хи-квадрат приближается к нормальному распределению;

по мере увеличения степеней свободы симметрия графика также увеличивается;

– случайная величина, возведенная в квадрат, не имеет отрицательных значений, поэтому происходит смещение графика вправо. По мере увеличения степеней свободы функция плотности вероятности начинает принимать симметричную форму.

Формула 24 для проведения функции плотности вероятности распределения хи-квадрат.

$$f(x) = \frac{b\frac{-x}{2}\frac{\vartheta}{x^2} - 1}{2\frac{\vartheta}{2}\Gamma(\frac{\vartheta}{2})},$$
(24)

где 9 – параметр формы,  $\Gamma$  – это гамма функция, при х $\geq$  0.

Формула 25 для гаммы функции.

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t} dt, \qquad (25)$$

Матрица ковариации – это квадратная матрица, задающая ковариацию между каждой парой элементов данного случайного вектора. В диагонали матрицы существуют дисперсии, т. е. ковариация каждого элемента с самим собой.

Ковариационная матрица обобщает понятие дисперсии на несколько измерений. Например, вариация в наборе случайных точек в двумерном пространстве не может быть полностью охарактеризована одним числом, а дисперсии в направлениях х и у направлениях не содержат всей необходимой информации; для полной характеристики двумерной вариации необходима матрица [16].

Поскольку ковариация і-й случайной величины с самой собой – это просто дисперсия этой случайной величины, каждый элемент на главной является дисперсией одной диагонали ковариационной матрицы ИЗ случайных величин. Поскольку ковариация і-й случайной величины с і-й является тем же самым, что и ковариация ј-й случайной величины с і-й случайной величиной, каждая ковариационная матрица симметрична. Кроме того, каждая ковариационная матрица является положительной полуопределенной.

Если в столбце  $X = (X_1, X_2, ..., X_n)^T$  векторы являются случайными величинами, каждая из которых имеет конечную дисперсию и ожидаемое значение, то матрица ковариации будет иметь вид формулы 26.

$$Kx_{i}x_{j} = cov[X_{i}, X_{j}] = E[(X_{i} - E[X_{i}])(X_{j} - E[X_{j}])], \qquad (26)$$

где оператор E обозначает ожидаемое значение (среднее) его аргумента.

Иначе матрица имеет вид, представленный на рисунке 8.

$$\mathbf{K_{XX}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}[(X_1 - \mathbf{E}[X_1])(X_1 - \mathbf{E}[X_1])] & \mathbf{E}[(X_1 - \mathbf{E}[X_1])(X_2 - \mathbf{E}[X_2])] & \cdots & \mathbf{E}[(X_1 - \mathbf{E}[X_1])(X_n - \mathbf{E}[X_n])] \\ \\ \mathbf{E}[(X_2 - \mathbf{E}[X_2])(X_1 - \mathbf{E}[X_1])] & \mathbf{E}[(X_2 - \mathbf{E}[X_2])(X_2 - \mathbf{E}[X_2])] & \cdots & \mathbf{E}[(X_2 - \mathbf{E}[X_2])(X_n - \mathbf{E}[X_n])] \\ \\ \\ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \\ \mathbf{E}[(X_n - \mathbf{E}[X_n])(X_1 - \mathbf{E}[X_1])] & \mathbf{E}[(X_n - \mathbf{E}[X_n])(X_2 - \mathbf{E}[X_2])] & \cdots & \mathbf{E}[(X_n - \mathbf{E}[X_n])(X_n - \mathbf{E}[X_n])] \end{bmatrix}$$

Рисунок 8 – Матрица ковариации

Эта матрица эквивалентна равенству 27.

 $K_{XX} = cov[X, X] = E[(X - \mu_X)(X - \mu_X)^T] = E[XX^T] - \mu_X \mu_X^T, \quad (27)$ где  $\mu_X = E[X].$ 

Матрица ковариации тесно связана с хи-квадратом. Таким образом формула 28.

$$\chi_{cov}^2 = (X - \mu_X)^T \cdot V^{-1} \cdot (X - \mu_X),$$
(28)

где Vi j = cov[ $\mu_i$ ,  $\mu_j$ ] – ковариационная матрица прогноза, которая часто может быть рассчитана с помощью методов Монте-Карло, основанного на статистических и систематических неопределенностях эксперимента до минимизации  $\chi^2_{cov}$ .

В ситуациях, когда в функции правдоподобия L требуется много параметров формат ковариационной матрицы имеет естественное преимущество в уменьшении числа параметров помех, что приводит к более быстрой минимизации функции χ2.

#### Вывод к главе 2

Произведён обзор метода Монте-Карло марковской цепи. Данный метод наилучшим образом подходит для оценки неопределённости депроекций с помощью создания 10000 профилей светимости с заданными характеристиками шума (соотношения S/N) единовременно. Что повышает точность оценки и ускоряет работу

Благодаря методу  $\chi^2$  Пирсона появляется возможность оценки правдоподобия результатов депроекции на изображениях синтетических объектов с различными значениями соотношения сигнала к шуму и угла наклона объекта в плоскости неба.

Это должно дать представление о возможности и предполагаемой правдоподобности депроецирования изображений реальных объектов.

### Глава З Развитие метода депроекции

# 3.1 Применение метода депроекции к идеальному модельному изображению

Для работы над программой создаётся синтетический объёмный объект, характеристики которого были бы сопоставимы с характеристиками объекта (струи): осесимметричность, целевого оптическая тонкость (прозрачность), самоподобие (однородность распределения на разном расстоянии от источнка). Однако при этом были бы лишены ограничений фиксирующей аппаратуры (высокая накопленость изображения) и заведомо известны (распределение фотонов, уровень зашумления, угол наклона в плоскости неба) для проработки и оценки погрешности и работоспособности различных модулей программы. Синтетический объект представляет из себя конус усечённый с одной стороны на высоте z = 30 и состоит из 1 миллиона фотонов. При его заполнении создаются фотоны, симметрично распределённые по ф и по экспоненциальному закону по экспоненциальному закону (формула 29) по  $\theta$ , который определён как угол при вершине конуса относительно оси объекта. После чего этот вектор размножается по разным значениям  $\phi$  ( $\phi = \Delta \phi \cdot i$ , i=0..m) и z однородно, т.е. фотоны однородно распределены по ф и z.

Более точное выражение для распределения по азимуту имеет вид:

$$f(\theta) = H(\theta_i) \exp(-\theta/0.5\theta_i).$$
<sup>(29)</sup>

где  $H(\theta) = 1/(1 + \exp(2k(\theta - \theta_j)))$  – аппроксимация функции Хэвисайда для определения реалистично плавной границы распределения на  $\theta_j$ .

Вследствие большого числа точек и равномерности распределений по zи  $\varphi$ , объект в высокой степени симметричен. Каждая точка представляет собой и некую физическую структуру (например, атом), и фотон, ею излученный. Фотоны создают видимое плоское изображение на рисунке 9.



Рисунок 9 – Изображение синтетической модели

Азимутальный же профиль изображения, где по горизонтальной оси отложены расстояния по азимуту –  $\theta$ , а по вертикальной – количество точек (фотонов) в каждом бине без наклона оси конуса в плоскости неба представлен на рисунке 10. Симметрично расположенные точки этого профиля соответствуют одной оболочке, всего число точек (или бинов, сегментов профиля) 31.



Рисунок 10 – Азимутальный профиль синтетического объекта

Из рисунка 11 видно, что асимметрия объекта порядка 0.1%: Здесь это относительное различие азимутальных профилей, получаемых с разных ракурсов наблюдения.



Рисунок 11 – Относительное различие азимутальных профилей яркости объекта, наблюдаемого со взаимно перпендикулярных направлений

В результате депроекции изображения объекта по этому профилю методом "onion-skin", описанного во второй главе получается распределение объёмной меры эмиссии  $\varepsilon$ , иначе количество нами сгенерированных точек в единице объёма в зависимости от азимута. Оно показано на рисунке 12 красной линией, а истинное распределение – чёрной линией.



Рисунок 12 – Профиль истинный и восстановленный

Таким образом мы видим, что в случае с гауссовым профилем процедура выдаёт ожидаемый профиль, но лишь в первом приближении, на краях профиля наблюдаются отклонения. Это объясняется конечностью выборки фотонов, что приводит к отклонению от совершенной симметрии, особенно сильному в центре (из-за малости величины объёмного фактора, якобиана) и на краях объекта (там само распределение стремится к нулю).

При депроекции поток крайних бинов (интервалов по азимуту) масштабируется согласно геометрии так, чтобы вычесть вклад крайней оболочки, проецирующейся на эти бины, в остальные, внутренние бины. В

этой процедуре участвуют неизвестные потоки части изображения, обрезанного на некотором расстоянии от оси, и фона, что искажает депроецированный профиль распределения объёмной меры эмиссии объекта (число фотонов, излучаемых единицей объёма). Для нивелирования этого искажения мы экстраполировали внутренний участок депроецированного профиля  $\varepsilon$  на внешние бины и де-депроецировали профиль обратно в азимутальный профиль изображения для оценки величины обрезаемого потока в азимутальном профиле. На рисунке 13 показаны депроецированный профиль и его относительное отличие от модельного (гауссового) профиля до и после регуляризации – видно значительное уменьшение расхождения: от ~ 10% до ~ 0.2-0.7% в крайних бинах [3].



Рисунок 13 – Депроецированный профиль распределения є: большие полые кружки – без учёта краевого эффекта, крестики – после регуляризации за краевой эффект, сплошная линия – модельная аппроксимация депроецированного профиля. Относительное различие депроецированных и модельных є показано пунктирными линиями:

красным – до регуляризации, синим – после. Азимут здесь – в системе координат объекта, а не изображения

Систематика в наклоне невязок до регуляризации устраняется выбором эффективных положений бинов (учитывающих наклон профиля) при последующих итерациях. Величина невязок после регуляризации согласуется с асимметрией азимутального профиля на рисунке 3.3. Примечательно, что McLaughlin [14] предполагает известной функциональную форму крыла профиля изображения, за границей обрезания, а мы аппроксимируем депроецированное  $\varepsilon$  по средней части, что даёт оценку крыла профиля  $\varepsilon$ объекта (крайняя точка на рисунке 3.5), по де-депроекции которого оценивается величина обрезанного крыла в азимутальном профиле изображения.

Экспериментирование с разными способами заполнения объекта фотонами (с одинаковым распределением) и шириной внутреннего бина азимутального профиля даёт разные края (внешние и внутренние) профиля  $\varepsilon$  – следовательно, большие невязки там есть следствие малой статистики в исходном изображении.

# **3.2** Применение метода депроекции к зашумлённому модельному изображению

Шумы и дефекты симметрии объекта на изображении при депроекции методом "onion-skin" распространяются из наружных оболочек внутрь: слабые внешние части изображения влияют на качество восстановления центральной части профиля  $\varepsilon$ . Кроме того, шум депроецированного профиля  $\varepsilon$  является коррелированным. Это основная проблема для применения метода к астрономическим объектам, которые обычно слабые (рисунок 14).



Рисунок 14 – Азимутальный профиль яркости (красные точки) модельного объекта, зашумлённый по статистике Пуассона относительно идеального (истинного) профиля, масштабированного из профиля на рис. 1 (синяя пунктирная линия). Ошибки соответствуют 1σ. Гистограмма – относительные невязки зашумлённого и идеального профилей

Мы масштабировали азимутальный профиль из рисунка 10 к уровню, соответствующему отношению сигнал/шум – S/N=10 в максимуме на один бин, предполагая пуассоново распределение фотонов, и добавили к нему нормально распределённый шум (рисунок 14). Интегральный поток получился ~ 1500, шум на краях профиля больше 50%. Результат депроекции этого профиля на рисунке 15.



Рисунок 15 – Депроецированный профиль распределения *є* зашумлённого изображения: большие полые кружки – без учёта краевого эффекта, малые сплошные кружки – после регуляризации за краевой эффект, сплошные линии – модельная аппроксимация депроецированного профиля и истинное распределение. Ошибки соответствуют 1<sub>ס</sub>

Показанные ошибки соответствуют 1 $\sigma$  разброса депроекций 10000 азимутальных профилей изображения, полученных методом Монте-Карло из идеального профиля на рисунке 14 (зашумление случайным образом, используя нормальное распределение). Эти ошибки завышены вследствие корреляции шумов. Данные депроекции аппроксимировались заранее известной моделью – моделью распределения фотонов нашего объекта. Минимальное значение критерия  $\chi^2$  правдоподобия для этой модели,

нормированное на число степеней свободы, равно 0.946 (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и 1.064 (с использованием), с учётом 68% доверительного интервала [0.574;1.426] согласие депроецированного профиля с модельным (а также с истинным, см. рисунок 15) распределением можно оценить положительно. В оценке  $\chi^2$  не использованы крайние точки, имеющие большие отклонения.

Таким образом была усовершенствована программа метода депроекции "onion-skin" для осесимметричных изображений оптически тонких объектов. В ней возможна регуляризация искажений депроецированного профиля и оценка корреляции его шумов. Мы нашли, что эта корреляция может быть значительной, что требует её учёта, чтобы не переоценить достоверность результатов моделирования депроецированных профилей реальных изображений.

#### Вывод к главе 3

Описан процесс депроекции изображения идеального синтетического объекта, имеющего хорошее накопление, отсутствие шумов и угла наклона объекта в плоскости неба.

Реализован модуль регуляризации влияния обрезанного края изображения, путём учёта эффективного положения бинов, что позволяет улучшить качество депроекции на самых тонких местах, где ошибки были наибольшими.

Реализован метод  $\chi^2$  Пирсона, который в совокупности с методом Монте-Карло марковской цепи позволяет составить мнение относительно качества депроекций при генерации 10000 профилей с заданным зашумлением.

### Глава 4 Применимость метода

#### 4.1 Зависимость результата депроекции от шума

Даже лучшие из современных телескопов не могут обеспечить идеальный результат наблюдений, в которых наблюдаются дефекты искажения и шумы. Отношение сигнал к шуму – S/N для снимков космических объектов примерно равен 10. На это значение и следует равняться при проверке результатов работы программы. Проверка будет проводиться по значениям: 100, 50, 30, 10.

Для оценки результата депроекции используется критерий согласия Пирсона  $\chi^2$ , который определяется как сумма квадратичных разностей невязок (разность между данными и функцией – оценкой) делённых на неопределённость (среднее квадратичное) нормированное на число степеней свободы. Так же с учётом 68% доверительного интервала [0.574;1.426].

При депроекции с отношением S/N=100 значение  $\chi_1^2 = 1.379$  (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и  $\chi_2^2 = 1.268$  (с использованием матрицы ковариации, что определяет более широкий диапазон приемлемых фитов и неопределённость точек возрастает, а значит делает значение более корректным) (рисунок 16).



Рисунок 16 – Результат депроекции при отношении S/N=100

На графике 16 видно разброс депроекций 10000 азимутальных профилей изображения, полученные методом Монте-Карло. Значения  $\chi^2$  входят в диапазон, а разброс значений преимущественно происходит на краях профиля и не столь значителен.

При депроекции с отношением S/N=50 значение  $\chi_1^2 = 0.794$  (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и  $\chi_2^2 = 1.227$  (с использованием матрицы ковариации). Разброс значений на краях профиля проявляется сильнее (рисунок 17), однако значения  $\chi^2$  входят в диапазон.



Рисунок 17 – Результат депроекции при отношении S/N=50

При депроекции с отношением S/N=30 значение  $\chi_1^2 = 1.21$  (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и  $\chi_2^2 = 1.341$  (с использованием матрицы ковариации).

Разброс значений (рисунок 18) становится значительнее (так же преимущественно на краях), а значение  $\chi_2^2$  приближается к границе доверительного, однако, в целом, продолжают безопасно помещаться в диапазон.



Рисунок 18 – Результат депроекции при отношении S/N=30

При депроекции с отношением S/N=10 значение  $\chi_1^2 = 0.946$  (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и  $\chi_2^2 = 1.411$  (с использованием матрицы ковариации).

Разброс значений (рисунок 19) становится значительнее (так же преимущественно на краях), а значение  $\chi_2^2$  находится на границе доверительного, но не выходит из диапазона.



Рисунок 19 – Результат депроекции при отношении S/N=10

Данный эксперимент позволяет нам предположить, что программа способна давать правдоподобные результаты депроекции используя изображения по зашумлению сравнимые с реальными снимками астрономических объектов.

## 4.2 Зависимость результата депроекции от угла наклона

В случае работы со снимками реальных астрономических объектов вытянутой формы угол наклона в плоскости неба неизвестен. Также, в случае релятивистских струй эффект релятивистской аберрации, описанный в первой главе, способен усугублять искажения данных получаемых при

съёмке этих объектов, имеющих угол наклона. По этой причине встаёт вопрос насколько результат депроекции зависит от наклона объекта наблюдения в плоскости неба. Мы депроецировали срез (в системе координат наблюдателя, будет наблюдаться наклон среза к оси конуса) в случаях наклона 10, 20, 30 и 40 градусов.

При депроекции среза объекта с наклоном в 10 градусов (рисунок 20) значение  $\chi_1^2 = 0.768$  (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и  $\chi_2^2 = 1.417$  (с использованием матрицы ковариации).



Рисунок 20 – Результат депроекции среза объекта с наклоном в 10°

При депроекции среза объекта с наклоном в 20 градусов (рисунок 21) значение  $\chi_1^2 = 0.881$  (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и  $\chi_2^2 = 1.367$  (с использованием матрицы ковариации).



Рисунок 21 – Результат депроекции среза объекта с наклоном в 20°

При депроекции среза объекта с наклоном в 30 градусов (рисунок 22) значение  $\chi_1^2 = 1.425$  (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и  $\chi_2^2 = 0.643$  (с использованием матрицы ковариации).



Рисунок 22 – Результат депроекции среза объекта с наклоном в 30°

При депроекции среза объекта с наклоном в 40 градусов (рисунок 23) значение  $\chi_1^2 = 2.103$  (без использования матрицы ковариации депроецированного профиля) и  $\chi_2^2 = 1.831$  (с использованием матрицы ковариации).



Рисунок 23 – Результат депроекции среза объекта с наклоном в 40°

Большие значения мы не рассматривали, т.к. в этом случае одна из плоскостей разреза конуса является касательной к поверхности конуса и не сечёт его.

По рисункам 21 – 23 и значениям  $\chi^2$  можно сделать выводы по тому, с какими углами наклона объекта может работать программа. Видно, что до 30 градусов профиль уплощается, но значения входят в безопасный диапазон. При значении в 40 градусов запас прочности не справляется и значения  $\chi^2$  значительно выходят за пределы диапазона.

Так же интересно пронаблюдать правдоподобие депроекции при совмещении нескольких условий вносящих погрешности одновременно. В таблице 1 рассмотрены значения  $\chi^2$  ( $\chi_1^2$  – без использования матрицы

ковариации,  $\chi_2^2$  – с использованием) при условии сочетания разных углов наклона объекта в плоскости неба (10, 20, 30 гадусов) с разным соотношением сигнала к шуму (100, 50, 30, 10). Видно, что при одновременном сочетании крайних, неблагоприятных для депроекции признаков значения выходят за пределы доверительного диапазона, значит программа может работать с такими данными на пределе своих возможностей.

Таблица 1 – Значения  $\chi^2$  при совмещении нескольких условий вносящих погрешности

S/N Угол	0°	10°	20°	30°
S/N=100	= 1.379	= 0.768	= 0.881	= 1.425
	= 1.268	= 1.417	= 1.367	= 0.643
S/N=50	= 0.794	$\chi_1^2 = 1.233$	$\chi_1^2 = 0.669$	$\chi_1^2 = 1.513$
	= 1.227	$\chi^2_2 = 1.419$	$\chi_2^2 = 1.431$	$\chi_2^2 = 2.018$
S/N=30	= 1.21	$\chi_1^2 = 2.104$	$\chi_1^2 = 0.368$	$\chi_1^2 = 1.396$
	= 1.341	$\chi_2^2 = 1.386$	$\chi^2_2 = 1.425$	$\chi_2^2 = 2.183$
S/N=10	= 0.946	$\chi_1^2 = 1.407$	$\chi_1^2 = 1.479$	$\chi_1^2 = 1.379$
	= 1.411	$\chi^2_2 = 1.465$	$\chi^2_2 = 2.197$	$\chi^2_2 = 3.209$

## 4.3 Депроекция области рентгеновского излучения струи SS 433

В исследовании В. Бринкманна изложенного в статье [13], были представлены обработанные снимки интересующего объекта вместе с данными профиля объекта SS 433.

W 50 наблюдалась с помощью PSPC телескопом ROSAT во временном отрезке между мартом 1991 и мартом 1993 года в общей сложности более 60 000 секунд. Однако первое наблюдение, запланированное одновременно с Ginga в марте 1991 года, должно было быть прекращено примерно через 5100

сек, поскольку спутник ROSAT был переведен в расширенный безопасный режим из-за сильной солнечной активности.

Большая часть наблюдений была сделана с помощью телескопа, направленного на восточную струю, так что сам SS 433 находился сразу за центральным кольцом несущей конструкции PSPC. На рисунке 24 показано общее поле, охватываемое этими наблюдениями PSPC. Данные были объединены, экспозиция скорректирована сглажена И С помошью жесткая гауссовского фильтра. Была взята только более часть энергетического диапазона ROSAT (каналы 91 – 201). Большая часть наблюдений ROSAT в районе восточной струи была проведена в 1991 году, когда солнечная и геомагнитная активность была высокой, что привело к изображений с обычно усиленным фоном. Кроме того, получению пространственные вариации рассеянного существуют расширенного излучения по полю зрения в отдельных точках до 40% без четкой корреляции с галактической широтой.



Рисунок 24 – Снимок ROSAT PSPC W50/SS 433

На рисунке. 25 изображено более детальное рентгеновское изображение восточной части. Изображение занимает большую часть поля зрения PSPC. Отсутствие эмиссии в нижней левой части струи обусловлено одной из радиальных опорных конструкций PSPC. Струя кажется довольно

"узловатой", что, вероятно, лишь отчасти связано с низкой статистикой подсчета. В самом конце формы слабого излучения струи виден "терминальный удар", отделённый от основной массы эмиссии струи структурной конструкции PSPC.



Рисунок 25 – Сглаженное PSPC изображение поверхностной яркости восточной части

Есть некоторые точечные источники, видимые вблизи и на струе, которые не связаны с объектом: ранее упомянутая звезда F5 непосредственно в начале струи, близкая к SS 433, звезда FO AG+04 2481 (B-mag ~ 10.1) чуть выше струи, близкая к SS 433, рядом с ярким "узлом" и планетарной туманности VV 222 в точке RA: 19h13m 40°, Dec: 40 45° 41", ниже струи.

Раздутие центральных структур рентгеновской струи приведена на рисунке 26. Струя имеет приблизительный угол раскрытия 20°. Как видно из SS 433, гораздо меньший, чем 40° прецессионного конуса струи. Однако, следует отметить, что полученная структура изменяется с энергией: при самых высоких энергиях (2 кэВ) "узел" оказывается перпендикулярным оси струи, как идеальный диск Маха. Это изменение при более низких энергиях

приводит к "линзовидной" структуре с углом положения ~ 20° относительно оси струи.



Рисунок 26 – Нижняя панель: раздутие центральной области

На рисунке 4.11 показан вертикальный разрез (вдоль линии постоянного прямого восхождения RA (2000): 194 13" 44\* с севера на юг) через струю в различных энергетических каналах. Этот разрез сделан между яркой эмиссионной областью узла и звездой ближе к SS 433, пересекающей планетарную туманность. Даны отсчеты на пиксель 14,5 "x14. 5", начиная с позиции DEC (J2000): 03° 53' 04" до DEC(J2000): 05° 52' 44". Профили даны в энергетических диапазонах: <1 кэВ, 1 кэВ-1,5 кэВ, 1,5 кэВ-2,0 кэВ, v и >2,0 кэВ.



Рисунок 27 – Разрез воль постоянного RA с севера на юг через восточную струю в различных энергетических потоках

Эти профили показывают, что струя очень широка при низких энергиях, заполняя по крайней мере внутреннюю часть PSPC диаметром 40 arcmin. Она становится все уже и острее с увеличением энергии фотонов. Это можно интерпретировать как эффект времени жизни, когда излучающие электроны, произведенные вблизи или в струе, удаляются от места происхождения, теряя свою энергию, или при изменении напряженности магнитного поля дальше OT струи. Асимметрия пика обусловлена энергетической зависимостью пика от температуры.

Оцифрованные данные профилей можно представить в виде графиков. Потоки в этих профилях за 1 сек. Поэтому, если их умножить на экспозицию, то получится > 60 – 600 на пиксель 14.5х14.5 секунд дуги, в зависимости от диапазона. В интеграле на азимутальный профиль в диапазоне > 2 кэВ 7500 фотонов – очень хорошее накопление. Нужно заметить, что реальное разрешение ROSAT не сильно лучше одной угловой минуты. Это означает, что реальное разрешение профилей порядка 1 угловой минуты, т.е. 10 пикселей/бинов в оцифровке – избыточная детализация. В пике

азимутального профиля полной шириной 40 град, состоящем из 31 бина, S/N около 25.

После оцифровки данных необходимо было привести профиль к виду, с которым может работать метод, в частности встала задача поиска центра симметрии.

Была разработана подпрограмма, которая находила среди набора точек центр симметрии. В качестве входных данным поступает следующее:

- сам набор точек;
- приблизительный радиус вершины;
- число, которое является множителем ошибки, для окрестности вершины.

Сама подпрограмма делится на два модуля:

- 1. Нахождение второго глобального максимума.
- 2. Нахождение центра.

Первый модуль работает по следующему алгоритму:

- 1. Находит глобальный максимум.
- 2. Очерчивает границы, взятые из входной переменной.
- 3. Ищет глобальный максимум не входящий, в эти границы.

Второй модуль работает по следующему алгоритму. Он проходится по всем точкам массива подставляя центр и границы. Левая граница высчитывается по принципу:

- 1. Если центр не достиг середины массива, то равен 0.
- 2. Если центр достиг середины массива, то равен: ЛеваяГраница = ТекущийЦентр – (ПраваяГраница – ТекущийЦентр)+1.

А правая граница высчитывается по принципу:

- 1. Если центр не достиг середины массива, то равен: ПраваяГраница=ТекущийЦентр\*2;
- 2. Если центр достиг середины массива, то равен последнему числу массива.
Дальше начинает высчитываться ошибка. Она высчитывается следующим образом:

- 1. если точки не попали в границы отрезка, то их значения суммируются и добавляются в ошибку;
- если точка попала в границы отрезка и находится левее от центра, и её значение меньше или равно второму глобальному максимому, то её значение вычитается из ошибки;
- если точка попала в границы отрезка и находится правее от центра, и её значение меньше или равно второго глобального максимума, то её значение добавляются в ошибку;
- если точка попала в границы отрезка и находится левее от центра, и её значение больше второго глобального максимума, то её значение вычитается из ошибки с множителем указанным во входных переменных;
- если точка попала в границы отрезка и находится правее от центра, и её значение больше второго глобального максимума, то её значение добавляются в ошибку с множителем указанным во входных переменных.

Где находится центр с наименьшим значением ошибки.

Также формируется сразу на базе этих данных новый набор точек, с центром найденным выше.

В качестве выходных переменных передается следующее:

- индекс элемента левой границы;
- индекс элемента центра вершины;
- индекс элемента правой границы;
- новый набор точек;
- значение второго максимума.

В итоге работы программы получены координаты осей симметрии для каждого из графиков (рисунок 28): 56.447, 56,842, 56,842 соответственно. Нужно отметить, что эти профили отражают характеристики одного среза в

разных диапазонах, а значит ось симметрии должна совпадать. Так и происходит (кроме первого профиля часть которого обрезана), что говорит о достоверности полученой координаты.



Рисунок 28 – Профили с осью симметрии

В дальнейшем профиль был переведён в используемую в методе системе координат.

Для депроекции был выбран профиль в жёстком рентгеновском диапазоне, так как там наблюдается меньший вклад заднего фона и большая симметрия. Из внешнего вида понятно, что необходимо использовать как минимум две компоненты: для ядра и для крыльев.

Далее необходимо было определиться с:

- 1) шириной азимутального профиля (40°),
- 2) коррекцией при ребининге (был скорректирован код),

- степенью при косинусе (при двойке профиль более симметричный, включая крылья),
- 4) уровнем постоянного фона, который надо вычесть.



Рисунок 29 – Профиль после предварительной подготовки

На рисунке 29 видно, что левая и правая части азимутального профиля отличаются вследствие шумов и возможных отклонений от идеальной симметрии. Это отражается в депроекции, и разность депроекций по левому и правому азимутальным профилям (рисунок 30, 31) даёт понимание о неопределённости депроекции.



Рисунок 30 – Симметричный азимутальный профиль по левой части и его депроекция



Рисунок 31 – Симметричный азимутальный профиль по правой части и его депроекция

В целом уже можно судить по результатам депроекции о присутствии полости внутри рентгеновской области, что является новым и очень интересным результатом, подтверждающем догадки учёных о структуре струй.

### Вывод к главе 4

Рассмотрены значения критерия  $\chi^2$  правдоподобия с учётом и без учёта матрицы ковариаций для различных значений отношения S/N (сигнал к шуму) и углов наклона в плоскости неба, что дало представление о существующих в настоящем времени границах применения метода на реальных объектах. Результаты положительны при учёте каждой характеристики в отдельности, однако при сочетании их в крайних позициях результат показывает, что программа работает на грани своих возможностей, что и предполагалось. Этого достаточно для проведения эксперимента по депроекции изображения реального объекта.

Была проведена работа по подготовке профиля среза струи SS 433 к депроекции и получен результат, сделанные выводы на основании полученных данных могут сделать вклад в понимание структуры струй.

#### Заключение

В процессе работы над магистерской диссертацией были описаны актуальность и проблематика рассматриваемой темы, выявлен объект, предмет, поставлена цель и сформулированы задачи по теме исследования.

Проанализирована морфология, классификация и эволюция космических оптически тонких осесимметричных объектов. Определён класс объектов, подходящий для депроекции с помощью разработанного метода, основные особенности и сложности материалов, которые требуют отдельной проверки (угол наклона объекта в плоскости неба, отношение сигнала к шуму S/N).

Произведен обзор современного состояния вопроса депроекции оптически тонких осесимметричных объектов и обнаружено, что в публикациях по теме не описана реализация методов регуляризации влияние обрезанного края изображения, а функция крыла подразумевается заведомо известной, что решено выполнить иным образом.

Регуляризация влияния обрезанного края изображения реализована путём учёна эффективного положения бинов. Был рассмотрен и реализован метод Монте-Карло марковской цепи. Данный метод наилучшим образом подходит для оценки неопределённости депроекций с помощью создания 10000 профилей светимости С заданными характеристиками шума (соотношения S/N) единовременно, что повышает точность оценки и ускоряет работу. Благодаря критерию  $\chi^2$  Пирсона появляется возможность правдоподобия результатов депроекции оценки на изображениях синтетических объектов с различными значениями соотношения сигнала к шуму и угла наклона объекта в плоскости неба.

Благодаря описаным выше способам оценки стало возможным проверить и наглядно увидеть качество работы программы при депроекции изображений с зашумлением и объектов с наклоном в плоскости неба разной степени сложности. По результатам можно сделать вывод о том, что

78

программа достаточно хорошо справится с депроекцией снимков реальных объектов, если те не имеют большего чем рассмотренные угла наклона (30°) или худшего соотношения сигнала к шуму (S/N <10). Так же стоит отметить, что сочетание двух факторов на снимке единовременно может значительно сказаться на правдоподобности депроекции, однако запас прочности программы велик.

В последнем пункте была произведена подготовка и реализована сама депроекция профиля среза струи SS 433 в жёстком рентгеновском спектре. Анализ данных результатов депроекции приводит к выводам о пустоте в центральной части струи, что является новым и очень важным результатом для изучения как данного конкретного объекта, так релятивистских струй в целом.

### Список используемых источников

### Научная и методическая литература

- Верходанов О., Парийский Ю. Радиогалактики и космология. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013. 602 с.
- Костюкова А.С., Панфёров А.А. Моделирование трёхмерной структуры астрономических объектов // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук. 2019. С. 218-222.
- Костюкова А.С. Моделирование трёхмерной структуры оптически точных осесимметричных объектов // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук. 2020. С. 202-206.
- Байдицкая В. К., Панфёров А. А. Депроекция осесимметричных изображений // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук, 2018. с. 202-206.
- 5. Копылов А.И., Госс В.М., Парийский Ю.Н., Соболева Н.С., Темирова А.В., Желенкова О.П., Витковский Вал.В., Наугольная М.Н., Верходанов О.В. 1995. Оптические отождествления подвыборки радиоисточников RC-каталога с крутыми спектрами с помощью 6метрового телескопа САО РАН: Оптические наблюдения. Астрон. Ж. Т.72. No 5. C.613.

# Электронные ресурсы

- Alexander Katz Chi-Squared Test / Alexander Katz, aaa aaa, Nicolai Banke – Электрон. дан. – Режим доступа: https://brilliant.org/wiki/chisquared-test/
- Ben Montet Beyond Chi-Squared: An Introduction to Correlated Noise / Ben Montet – Электрон. дан. – [2014] – Режим доступа:

https://astrobites.org/2014/07/01/beyond-chi-squared-an-introduction-tocorrelated-noise/

- Алексей Понятов Как джеты вырываются из галактик? / Понятов Алексей – Электрон. дан. – [2016] – Режим доступа: https://www.nkj.ru/news/29014/
- Сергей Попов Релятивистские двойные звезды / Сергей Попов Электрон. дан. – [2013] – Режим доступа: https://postnauka.ru/video/12125
- 10.Ковалёв Юрий Квазары и релятивистские струи / Юрий Ковалёв –
   Электрон. дан. [2019] Режим доступа: https://postnauka.ru/video/96576
- 11.Верходанов Олег Гигантские радиогалактики / Верходанов Олег –
   Электрон. дан. [2018] Режим доступа: https://postnauka.ru/video/89852

# Литература на иностранном языке

- 12.Panferov A. A. Jets of SS433 on scales of dozens of parsecs // Astronomy & Astrophysics. 2017 – C.1-8.
- 13.Brinkmann W., Pratt G. W., Rohr S., Kawai N., Burwitz V. XMM-Newton observations of the eastern jet of SS433 // Astronomy & Astrophysics. 2007.
  C. 1-9.
- 14.McLaughlin, D. E. The efficiency of globular cluster formation // The Astronomical Journal. 1999. C. 2398-2427.
- 15.Ameglio, S., Borgani, S., Pierpaoli, E., Dolag, K. Joint deprojection of Sunyaev–Zeldovich and X-ray images of galaxy clusters // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2007. C. 397-411.
- 16.Hogg W., Jo B., Dustin L. Data analysis recipes: Fitting a model to data // Center for Cosmology and Particle Physics, Department of Physics New York University. 2010. C.1-55 c.

- 17.Hogg W., Foreman M. Data Analysis Recipes: Using Markov Chain Monte Carlo // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2018. C. 1-38.
- 18.Kembhavi A.K., Narlikar J.V. Quasars and Active Galactic Nuclei. Cambridge: University press. 1998. 480 c.
- 19.Watson M. G., Willingale R. The X-RAY lobes of SS 433 // The Astrophysical Journal. 1983. C. 688-696.
- 20.Vale C., White M Simulating weak lensing by large scale structure // The Astrophysical Journal. 2018. C. 699-709.
- 21.Xiangpan Ji, Wenqiang Gu, Xin Qian, Hanyu Wei, Chao Zhang Combined Neyman–Pearson Chi-square: An Improved Approximation to the Poissonlikelihood Chi-square // Physics Department, Brookhaven National Laboratory. 2020. C. 1-21.
- 22.Yukito Iba. Population Monte Carlo algorithms // The Institute of Statistical Mathematics. 2001. C. 279-286.
- 23.Swain M.R. Internal structure of the jets in 3C 353 // The Astrophysical Journal. 1998. C. 29-33.
- 24.Bordas P., Yang R., Kafexhiu E., Aharonian F. Detection of persistent gamma-ray emission toward ss433/w50 // The Astrophysical Journal Letters.
  2015. C. 1-5
- 25.Eichler D. Particle Acceleration Processes in Interplanetary Space // Comic Rays in Interplanetary Magnetics Fields. 1983. C. 247-252.
- 26.Goodall P. T., Blundell K. M., Bell B. S. Probing the history of SS 433's jet kinematics via decade-resolution radio observations of W 50 // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2011. C. 2828-2837.
- 27.Davydov V. V., Esipov V. F., Cherepashchuk A. M. Spectroscopic monitoring of SS 433: A search for long-term variations of kinematic model parameters // Astronomy Reports. 2008. C. 287-506.
- 28.Fanaroff B.L., Riley J.M. The Morphology of Extragalactic Radio Sources of High and Low Luminosity // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1974. C. 31-36.

- 29.Brown R. Van Der Werf P.P., Rottgering H.J.A., Carlili. C. L. Cold gas at high redshift. Boston : Kluwer academic publishers, 1996. 466 c.
- 30.Tchekhovskoy A., Bromberg O. Three-dimensional relativistic MHD simulations of active galactic nuclei jets: magnetic kink instability and Fanaroff–Riley dichotomy // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Letters. 2016. C. 1-5.