ТОЛЬЯТТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Э.В. Егорова, Е.В. Панюкова

МАТЕМАТИКА
и
ИНФОРМАТИКА

Учебно-методическое пособие для студентов гуманитарных и педагогических специальностей заочной формы обучения

Тольятти
ТГУ
2009

Федеральное агентство по образованию
Тольяттинский государственный университет
Автомеханический институт
Кафедра «Компьютерные технологии и обработка
материалов давлением»

Э.В. Егорова, Е.В. Панюкова

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Учебно-методическое пособие
для студентов гуманитарных и педагогических специальностей
заочной формы обучения

Тольятти
ТГУ
2009

УДК 51: 004 (075.8)
ББК 22.18+32.81
Е302

Рецензент:
к.ф.н., доцент Тольяттинского государственного университета
М.И. Пантыкина.

Е302 Егорова, Э.В. Математика и информатика : учеб.-метод. пособие для студентов гуманитарных и педагогических специальностей заочной формы обучения / Э.В. Егорова, Е.В. Панюкова. – Тольятти : ТГУ, 2009. – 110 с.

В учебно-методическом пособии рассмотрены вопросы по математике: аксиоматический метод, теория множеств, основы теории вероятностей и математической статистики, а также вопросы по информатике.

Изложено содержание теоретических вопросов по разделам математики и основам информатики в соответствии со стандартом. Даны задания для контрольных работ.

Пособие рекомендовано для студентов заочного отделения гуманитарных и педагогических специальностей.

Рекомендовано к изданию методической комиссией автомеханического института Тольяттинского государственного университета.

РУКОВОДСТВО ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи дисциплины

Цель обучения дисциплины «Математика и информатика» – формирование у студентов основ информационной и математической культуры, адекватной современному уровню и перспективам развития программных комплексов, информационных процессов и систем.

В результате обучения студент должен:

Знать:

– фундаментальные понятия информатики и математики;
– специфику и виды профессионально значимой информации, источники получения такой информации;
– методы и средства поиска, сбора, обработки и защиты информации;

Уметь:

– составлять алгоритмы для решения задач;
– составлять документы и работать с ними;
- правильно выбирать методы и средства работы с информацией;
– использовать средства современных информационных и коммуникационных технологий;
– проводить первичную обработку и анализ статистической информации.

Владеть:

– основами математического аппарата для решения профессиональных задач;
– информационными и коммуникационными технологиями.

Иметь навыки:

– логического мышления;
– работы с данными наблюдений;
– обобщения и анализа информации;
– использования информационных технологий в профессиональной деятельности.

Методические рекомендации по изучению дисциплины

Раздел «Математика»

Тема 1. Аксиоматический метод. Основные понятия теории множеств

Цель: освоить аппарат построения аксиоматической теории.

Содержание темы:

1. Правила аксиоматического построения теории.
2. Теория множеств. Понятие множества.
3. Способы задания множеств.
4. Отношения между множествами.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

– правила построения аксиоматической теории;
– основы теории множеств.

Иметь представление:

– о способах задания множеств;
– правилах отношения между множествами.

Тема 2. Алгебра множеств. Бинарные отношения

Цель: заложить основы работы с множествами.

Содержание темы:

1. Основные операции над множествами.
2. Геометрическая интерпретация операций над множествами.
3. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

– основные операции над множествами;
– диаграммы Эйлера-Венна.

Иметь представление:

– о декартовом произведении множеств;
– бинарных отношениях.

Тема 3. Комбинаторика. Вычисления вероятностей элементарных событий

Цель: освоить аппарат комбинаторики и вычисления вероятностей элементарных событий.

Содержание темы:

1. Формулы комбинаторики.
2. Виды случайных событий.
3. Операции над случайными событиями.
4. Классическое определение вероятности.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

– правила перестановки, размещения и сочетания;
– виды случайных событий;
– операции над случайными событиями.

Иметь представление:

– о вероятности.

Тема 4. Теоремы сложения и умножения вероятностей случайных событий

Цель: освоить тоеремы сложения и умножения вероятностей случайных событий.

Содержание темы:

1. Сложение вероятностей несовместных событий.
2. Умножение вероятностей независимых событий.
3. Вероятность появления хотя бы одного события.
4. Умножение вероятностей зависимых событий. Условная вероятность.
5. Сложение вероятностей совместных событий.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

– теоремы сложения для совместных и несовместных событий;
– теоремы умножения для зависимых и незаыисимых событий.

Иметь представление:

– об условной вероятности;
– о вероятности появления хотя бы одного события.

Тема 5. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики

Цель: заложить основы работы с дискретными случайными величинами.

Содержание темы:

1. Закон распределения дискретной случайной величины.
2. Характеристики дискретной случайной величины.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

— законы распределения дискретной случайной величины;

— характеристики дискретной величины.

Иметь представление:

— о дискретной случайной величине.

Тема 6. Непрерывные случайные величины. Нормальный закон распределения вероятности

Цель: заложить основы работы с непрерывными случайными величинами.

Содержание темы:

1. Функция распределения и плотность вероятности непрерывной случайной величины.
2. Основные характеристики непрерывной случайной величины.
3. Закон равномерного распределения непрерывной случайной величины.
4. Нормальное распределение непрерывной случайной величины.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

— функцию распределения непрерывной случайной величины;

— плотность вероятности непрерывной случайной величины.

Иметь представление:

— о законах распределения непрерывной случайной величины.

Тема 7. Математическая статистика

Цель: освоить аппарат математической статистики.

Содержание темы:

1. Предмет и задачи математической статистики.
2. Основные понятия математической статистики.
3. Характеристики вариационного ряда.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

— основные понятия математической статистики;

— характеристики вариационного ряда.

Иметь представление:

— о предмете и задачах математической статистики.

Раздел «Информатика»

Тема 1. Алгоритмы словесные, блок-схемы. Ветвления. Циклы

Цель: заложить основы работы с алгоритмами.

Содержание темы:

1. Алгоритм и его свойства.
2. Таблица блоков.
3. Основные типы алгоритмов.
4. Блок-схемы основных алгоритмических структур.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

– понятие алгоритма;
– назначение блок-схем;
– основные типы алгоритмических структур.

Иметь представление:

– о свойствах алгоритма.

Тема 2. Алгебра логики. Операции над высказываниями

Цель: освоить основные логические операции над высказываниями.

Содержание темы:

1. Основные понятия алгебры логики.
2. Логические операции.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

– основные понятия алгебры логики;
– основные логические операции;
- принципы построения таблиц истинности.

Иметь представление:

– о возникновении алгебры логики как науки.

Тема 3. Обзор программного обеспечения

Цель: познакомиться с классификацией программного обеспечения.

Содержание темы:

1. Служебные приложения Windows XP.
2. Служебное программное обеспечение Windows XP.
3. Прикладное программное обеспечение (ППО).

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

– служебные приложения Windows XP;
– служебное программное обеспечение Windows XP;
– прикладное программное обеспечение.

Иметь представление:

– о работе со служебным программном обеспечении.

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

Данное пособие предназначено для студентов, которые обучаются заочно. Особенностью этой формы обучения является то, что основная деятельность студента – самостоятельная работа.

Программа обучения курса дисциплины «Математика и информатика» предусматривает выполнение контрольной работы.

Каждому студенту выдаётся номер варианта, который соответствует номеру по списку группы. Варианты заданий находятся в **приложениях** данного пособия для студентов.

Студент выбирает свой вариант задания контрольной работы и выполняет каждую задачу по примерам данного пособия. Если появились вопросы при выполнении задания, то студент может в дни консультаций обратиться к преподавателю. Выполненную контрольную работу студент приносит на итоговое занятие и защищает свою работу преподавателю.

По темам второй части дисциплины – «Информатика», которые не вошли в контрольную работу, преподаватель на практическом занятии предлагает студентам пройти тесты. Если студентам эти темы незнакомы или вызывают затруднения, то на образовательном портале предусмотрены теоретические материалы по каждой теме.

Раздел 1. МАТЕМАТИКА

1.1. Аксиоматический метод. Основные понятия теории множеств

1.1.1. Правила аксиоматического построения теории

Аксиома – утверждение, принимаемое без логического доказательства, как верное в силу своей непосредственной убедительности.

Аксиоматический метод – способ построения научной теории в виде системы аксиом и правил вывода. Аксиоматический метод позволяет получить выводы по данной теории в виде теорем, используя аксиомы и ранее доказанные теоремы.

При аксиоматическом способе построении какой-либо математической теории соблюдаются следующие правила:

1. Некоторые понятия теории выбираются в качестве **основных** и принимаются без определения.
2. Формулируются **аксиомы**-предложения, которые в данной теории принимаются без доказательства; в них раскрываются свойства основных понятий. **Способы задания множеств**
3. Каждому понятию теории, которое не содержится в списке основных, даётся **определение**, в нём разъясняется его смысл с помощью основных и предшествующих данному понятию.
4. Каждое предложение теории, которое не содержится в списке аксиом, должно быть доказано; такие предложения называют **теоремами** и доказывают их на основе аксиом и теорем, предшествующих рассматриваемой.

Из правил аксиоматического построения теории выделяют **четыре шага**:

Первый шаг: Задается некоторое множество первичных понятий (терминов).

Второй шаг: Выделяется некоторое подмножество высказываний (аксиом) о первичных понятиях.

Третий шаг: При помощи первичных понятий даются определения всех остальных понятий.

Четвёртый шаг: Вывод утверждений (теорем) о первичных и определяемых понятиях.

Таким образом, выстраивается алгоритм аксиоматического построения теории:

- первичные понятия;
- аксиомы;
- определения;
- теоремы.

Соответственно можно на примерах рассмотреть, какое утверждение в математике относится к одной составляющей из выше приведенного списка.

Примеры:

1. К первичным понятиям аксиоматического построения геометрии на плоскости относятся: точка, прямая, плоскость.
2. Аксиома 1. Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну.
3. Аксиома 2. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость и притом только одна.

Определение 1: утверждения, принимаемые без доказательства как верные, называются аксиомами.

Определение 2: новые утверждения о первичных и определяемых понятиях выведенные чисто логическим путем на основе аксиом, ранее выведенных утверждений и определений называются теоремами.

Определение 3: простым числом называется такое натуральное число больше единицы, которое имеет только два делителя – единицу и само это число.

Теорема 1. Если частное натуральных чисел существует, то оно единственно.

Теорема 2. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Аксиоматическая теория основных структур математики является инструментом, с помощью которого раскрывается теоретико-множественный смысл каждого понятия.

1.1.2. Теория множеств. Понятие множества

Понятие множества является одним из основных понятий математики. Математический смысл слова «множество» отличается от того, как оно используется в обыденной речи, где его связывают с большим числом предметов. В математике можно рассматривать множество, состоящее из одного объекта или не содержащее ни одного объекта.

Объекты, из которых составлено множество, называются **элементами** данного множества. Для обозначения множества используют заглавные буквы латинского алфавита, например X, Y, Z, а в фигурных скобках через запятую выписывают его элементы строчными буквами, например, x, y, z. Пример обозначения множества и его элементов.

$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ – множество, состоящее из n-элементов. Если элемент x принадлежит множеству X, то следует записать: $x \in X$, иначе элемент x не принадлежит множеству X, что записывается: $x \notin X$. Нет никаких ограничений на природу элементов, составляющих множество. Например: множествами являются книги некоторой библиотеки, студенты группы, буквы алфавита, числа и т.д.

Множество, имеющее конечное число элементов, называется конечным.

Пример. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$.

Множество называется бесконечным, если оно состоит из бесконечного числа элементов. Например, множество всех вещественных чисел бесконечно.

Пример. $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$.

Множество, в котором нет ни одного элемента, называют **пустым множеством** и обозначается символом $\varnothing$.

1.1.3. Способы задания множеств

Можно отметить два способа задания множеств:

1. Задать полный перечень элементов этого множества.

Пример. $F = \{3, 5, 7, 9, 11\}$.

2. Указать P – определенное свойство или правило для определения того, принадлежит или нет рассматриваемому множеству данный объект. В этом случае указывается характеристическое свойство элементов множества.

Характеристическое свойство – это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит. С его помощью можно описывать, какие угодно множества в удобном и компактном виде.

Запись в виде $\{x \in X : P(x)\}$ или $\{x \in X | P(x)\}$ обозначает «множество элементов *x,* обладающих свойством *P*».

Можно ещё точнее объяснить. Запись $A = \{a | P(a)\}$ означает, что $a \in A$ тогда и только тогда, когда $P(a)$ истинное утверждение.

Пример. Запись $A=\{x|x\in N$ и $x<9\}$ означает, что $x\in A$ тогда и только тогда, когда x – натуральное число и меньше 9.

Пример. Если обозначить через $N = \{x\}$ множество натуральных чисел, то запись $B = \{x \in N : x^2 - 9 = 0\}$ означает множество корней уравнения $x^2-9=0$, являющихся натуральными числами. В данном случае это множество состоит из одного элемента $B = \{x \in N : x^2 - 9 = 0\} = \{3\}$.

В этих примерах вначале указывается элемент множества, далее описание или характеристика порождения элемента. Первый способ задания называется перечислением множества, а второй – описанием.

1.1.4. Отношения между множествами

В математике изучают не только те или иные множества, но и отношения, взаимосвязи между ними (в частности: равенство множеств, включение).

Множество *B* является подмножеством множества *A*, если каждый элемент множества *B* является также элементом множества *A*. Утверждение, что множество *B* является подмножеством множества *A*, записывают $B \subset A$. Такая запись означает, что каждый элемент множества *B* является элементом множества *A* и множество *B* включено во множество *A*.

Пример. Пусть $B = \{2, 4, 6\}$ – множество чётных чисел, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ – множество целых чисел. Следовательно, множество *B* включено во множество *A*, что записывается так: $B \subset A$, но множество *A* не включено во множество *B*, что записывается так: $A \not\subset B$. Например, множества $\{4, 8\}$ и $\{6\}$ являются подмножествами множества $\{2, 4, 6, 8\}$, а числа 2, 4, 6, 8 – его элементы. Свойства включения множеств:

1. Пустое множество является подмножеством любого множества: $\varnothing \subset A$.
2. Любое множество является подмножеством самого себя, т. е. для любого множества *A* справедливо включение $A \subset A$.

Два множества равны, если каждое из них является подмножеством другого, $(A = B \Leftrightarrow (A \subset B$ и $B \subset A))$. Множества, состоящие из одних и тех же элементов, называются равными. При этом порядок перечисления элементов множества значения не имеет.

Например, равны множества {9, 3, 6}, {6, 9, 3} и {3, 6, 9}. Если множество X равно множеству Y, то можно записать $X = Y$. В противном случае $X \neq Y$. Другой пример. Даны множества: $Z = \{3, 5, 7\}$, $Y = \{7, 5, 3, 5, 7\}$. Они равны $Z = Y$, так как они состоят из одних и тех же элементов. Множество $Z = \{3, 5, 7\}$, $X = \{\{7, 5\},\{3, 5, 7\}\}$ не равны $Z \neq X$, так как элементами второго множества являются множества. Таким образом, данные множества состоят из элементов различной природы и не могут быть равны.

1.1.5. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Отношения между множествами»

Пример 1. Задать три множества *A, B, C*, состоящие из строчных букв русского алфавита. Сравнить их между собой.

Решение. Задаем три множества *A, B, C*.

Множество A = {а, б, с, д}; B = {а, б, с, д, к, м}; C = {а, б, с, д, с, м, б, а, к}. Множество A является подмножеством множеств B и C. Множество C равно множеству B, так как они состоят из одних и тех же элементов.

Пример 2. Заданы три множества *X, Y, Z*.

$X = \{9, 1, 5\}$; $Y = \{2, 5, 1, 7, 9\}$; $Z = \{1, 2, 9, 1, 5, 2, 7, 5, 7\}$. Сравнить их между собой.

Решение. Множество X является подмножеством множеств Y и Z, так как все элементы множества X входят как в множество Y, так и в Z. Множество Z равно множеству Y, так как они состоят из одних и тех же элементов.

1.2. Алгебра множеств. Бинарные отношения

1.2.1. Основные операции над множествами

Известно, что над числами можно производить следующие элементарные операции: сложение, умножение, вычитание. Над множествами вводятся аналогичные операции.

Объединением двух множеств называется третье множество, состоящее из элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A или B. Объединение двух множеств A и B обозначается:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \quad \text{или} \quad x \in B\}.$$

Пример. Пусть $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$. Тогда $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Таким образом, если элемент x принадлежит объединению $A \cup B$, то он может принадлежать или множеству A, или множеству B, или обоим этим множествам.

Пересечение множеств A и B есть множество, состоящее из элементов, общих для обоих множеств. Пересечение множеств обозначается:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$$

Пример. Пусть $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$. Тогда $A \cap B = \{3\}$. В результате можно сделать вывод, что $A \cap B \subset A$, $A \cap B \subset B$ и $A \cap B \subset A \cup B$.

Если множества не имеют ни одного общего элемента, тогда множества не пересекаются. Следовательно, пересечение таких множеств есть **пустое множество**.

Пример. Пусть $A = \{7, 9, 5\}$, $B =\{2, 4, 6\}$. Тогда $A \cap B = \varnothing$.

Разностью двух множеств A и B называется новое множество, все элементы которого являются элементами множества A, но не являются элементами множества B. Обозначается:

$$A/B = \{x \mid x \in A; x \notin B\}.$$

Пример. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Тогда $A \backslash B = \{1, 2\}$, $B/A = \{5, 6\}$.

Разбиением множества X называется такая расчленённая система Y – непустых подмножеств множества X, что каждый элемент множества X является элементом некоторого множества системы Y.

Пример. Множество $Y = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}, \{7, 8\}\}$ есть результат операции разбиения множества $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Данная операция позволяет образовать новое множество Y из одного существующего множества X.

Множество, где все рассматриваемые предметы являются его элементами, называется универсальным. Обычно **универсальное множество** обозначается символом $\boldsymbol{U}$.

Дополнением множества A называется множество, состоящее из элементов множества U, не являющихся элементами множества A:

$$\overline{A} = \{x \mid x \in U, x \notin A\}.$$

1.2.2. Геометрическая интерпретация операций над множествами

Диаграммами Эйлера-Венна называют фигуры, изображающие множества и наглядно демонстрирующие операции над множествами, и некоторые свойства этих операций. С помощью диаграмм Эйлера удобно иллюстрировать операции над множествами.

Операция **объединения** двух множеств представлена на рис. 1.

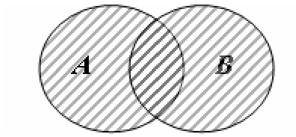


Рис. 1. Объединение множеств A и B

Операция **пересечения** двух множеств представлена на рис. 2.

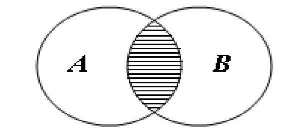


Рис. 2. Пересечение множеств A и B

Геометрическая интерпретация **разности** двух множеств $A \backslash B$ представлена на рис. 3.

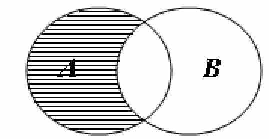


Рис. 3. Разность множеств A/B

На диаграмме Эйлера-Венна **универсальное множество** обозначают в виде прямоугольника и символа U. Множества, входящие в универсальное множество, обозначают в виде кругов внутри прямоугольника (рис. 4).

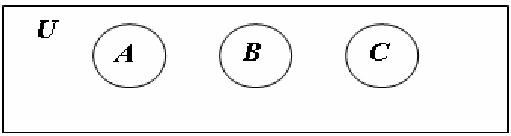


Рис. 4. Универсальное множество

Разность между универсальным множеством U и множеством A называется **дополнением** множества A. Обозначается: $\overline{A} = U/A$. Дополнение множества A изображено на рис. 5.

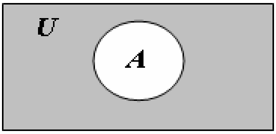


Рис. 5. Дополнение множества A

На рис. 1-3, 5 результатом выполнения операции является затенённая область рисунка. Диаграммами Эйлера-Венна можно представить всю последовательность выполнения алгебры множеств.

1.2.3. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения

Отношения между двумя и более множествами позволяют их сравнивать и делать вывод о равенстве множеств или включении одного множества в другое. Известно, если два множества состоят из одних и тех же элементов, то эти множества равны независимо от порядка их следования. Однако в математике рассматриваются множества, где учитывается порядок следования элементов множества. В том случае, когда важен порядок следования элементов множества, в математике вводят понятие упорядоченных наборов элементов.

Двухэлементное множество $\{x, y\}$, в котором элемент x стоит на первом месте, а y – на втором называется **упорядоченной парой** $(x; y)$. Упорядоченную пару, образованную из элементов x и y, принято записывать в круглые скобки $(x; y)$. Элемент x называют первой координатой пары, а элемент y – второй. Две пары равны, если их координаты совпадают. Если сравнить два множества: $\{2, 5\}$; $\{5, 2\}$, то можно отметить, что они равны, так как они состоят из одинаковых элементов. Если сравнить две упорядоченные пары: $(2; 5)$, $(5; 2)$, то следует отметить, что они не равны, так как их координаты не совпадают. В этом основное отличие упорядоченной пары от двухэлементного множества.

Упорядоченные пары можно образовывать как из элементов одного множества, так и двух множеств.

Пример. Пусть заданы два множества: $X = \{7, 5\}$, $Y = \{1, 4, 8\}$. Из этих множеств можно создать новое множество, перечислив все упорядоченные пары: {(7; 1), (7; 4), (7; 8), (5; 1), (5; 4), (5; 8)}. В полученном множестве каждый элемент является упорядоченной парой, в которой первая компонента принадлежит множеству X, вторая множеству Y.

При создании нового множества элементы первого множества должны стоять на первом месте, элементы второго множества должны стоять на втором месте. Множество, элементами которого являются упорядоченные пары чисел, называется **декартовым произведением**.

В упорядоченных парах компоненты могут находиться в какой-то связи, т.е. отношении. Если рассматривают отношения между объектами, то это: «больше», «меньше», «равно». Например: $x > y; z < r; a = c; x \in A$.

Из этих примеров видно, что отношение используется для двух объектов, записанных в определенном порядке. Если две упорядоченные пары равны, то они находятся в отношении равенства. Чтобы определить отношение, достаточно перечислить все пары, которые находятся в данном отношении.

Отношение – ρ из X в Y есть множество упорядоченных пар $(x; y)$, где: $x \in X, y \in Y$, которое является подмножеством декартова произведения: $\rho \subseteq X \times Y$. Так как, отношение связывает два объекта, его называют бинарным. Если $(x; y) \in \rho$, где ρ есть некоторое множество упорядоченных пар, то элемент x находится в отношении ρ с элементом y.

В математике чаще всего встречаются бинарные отношения – множество пар, т.е. отношения, заданные на декартовом произведении двух множеств: $A_1 \times A_2$.

Бинарное отношение может рассматриваться как между двумя множествами, так и на одном множестве. Можно отметить виды отношений между элементами одного и того же множества (отношения на множестве) или между элементами двух множеств:

1. Отношения эквивалентности. В этом случае выделяется какое-то свойство множества (например, положительные или отрицательные числа, чёрный или белый цвет). По этому свойству элементы, принадлежащие одному классу эквивалентности, являются эквивалентными. Например, отношение параллельности на множестве прямых. Отношение подобия на множестве всех треугольников на плоскости.

2. Отношения частичного порядка. Примеры отношений частичного порядка: числа кратные двум, или трём, или семи и т. д., отношения «больше» или «меньше», $x > y, z < r$. Пример. Отношение на множестве

задано неравенством: $5 * x - 2 * y > 0$. Можно построить новое множество, которое соответствует данному отношению: {(1, 0); (2, 1); (3, 2)}. Данное множество состоит из упорядоченных пар, каждая из которых удовлетворяет заданному отношению.

3. Отношения строгого порядка (зависимости). Примеры отношений зависимости: табличная, функциональная $y = f(x)$. График функции есть множество упорядоченных пар: $G = \{(x, y) | x \in X; y \in f(x)\}$.

Рассмотрим различные виды отношений на примерах.

Множество {(2; 4), (7; 3), (3; 3), (2; 1)} есть множество упорядоченных пар. Однако между парами отсутствует связь. Если установить отношение «меньше»: $x < y$, то множество можно записать для примера в виде: {(2; 3), (4; 7), (5; 8), (8; 17)}. В последнем примере элементы множества располагаются по возрастанию. Такое отношение называется отношением частичного порядка, а множество из таких элементов получится частично упорядоченным.

Иначе можно записать бинарные отношения, если между ними установить функциональную зависимость.

Пример. $D = \{(x, y) | x \in X; y = cos(x)\}$. График на координатной плоскости данной зависимости является наглядным представлением отношения. В данном случае каждая упорядоченная пара отношения $(x, y) \in \rho$ графически может быть представлена точкой на плоскости. Соединив все точки данной функциональной зависимости кривой линией, можно получить графическое представление бинарного отношения.

Обобщая выше рассмотренное, можно отметить:

1. Отношение – ρ из X в Y есть некоторое множество упорядоченных пар $(x; y)$, где $x \in X$, $y \in Y$.

2. Бинарное отношение из множества X во множество Y есть подмножество декартова произведения множеств: $\rho \subseteq X \times Y$. Отношения состоят из однотипных кортежей.

3. Бинарное отношение на множестве X есть всякое подмножество декартова произведения $\rho \subseteq X \times X$.

Пример. Пусть на множестве $X = \{3, 5, 7\}$ задано отношение «меньше» (т.е. первый элемент меньше второго, второй меньше третьего). Декартово произведение $X \times X$ может быть записано в виде множества из упорядоченных пар: {(3; 3), (3; 5), (3; 7), (5; 3), (5; 5), (5; 7),(7; 3), (7; 5), (7; 7)}.

Из этого множества следует выбрать элементы, которые должны удовлетворять отношению «меньше». В результате получится новое множество из упорядоченных пар: {(3; 5), (3; 7), (5; 7)}. В новом множестве все пары являются элементами декартова произведения $X \times X$. Отношение «меньше» на множестве X является подмножеством декартова произведения $X \times X$.

1.2.4. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Операции над множествами»

Пример 1. Универсальное множество состоит из 33 строчных букв русского алфавита Заданы множества *A, B, C*. Найти множества X и Y и вычислить их мощность (количество элементов в множествах).

Пусть даны множества: A = {ф, п, д, к, ш}; B = {ч, м, п, у, ш}; C = {а, ю, ч, к, м, т, ф}.

Требуется найти множества $X = (A/C) \cup (B/C)$; $Y = (A/C) \cap (B/C)$.

Решение. A/C = {п, д, ш}; B/C = {п, у, ш}; X = {п, д, у, ш}; Y = {п, ш}.

Мощность множества X равна 4. Мощность множества Y равна 2.

Пример 2. Заданы множества $Z = \{5, 7, 1, 4\}$ и $D = \{3, 2, 1\}$, $Y = \{1, 5\}$. Какое из множеств является подмножеством?

Найти $\mathrm{Z} \cup \mathrm{D}$; $\mathrm{Z} \cap \mathrm{D}$; Z/D; D/Z.

Решение. $Y = \{1, 5\} \in Z = \{5, 7, 1, 4\}$.

$\mathrm{Z} \cup \mathrm{D} = \{5, 7, 1, 4, 3, 2\}$; $\mathrm{Z} \cap \mathrm{D} = \{1\}$; $\mathrm{Z/D} = \{5, 7, 4\}$; $\mathrm{D/Z} = \{3, 2\}$.

Пример 3. Дано три множества. $\mathrm{M} = \{7, 2, 3, 5\}$, $\mathrm{N} = \{1, 2, 4, 7, 9\}$, $K = \{6, 7, 9\}$.

Найти: $\mathrm{X} = (\mathrm{M} \cap \mathrm{N}) \cup (\mathrm{M} \cap \mathrm{K})/(\mathrm{N} \cap \mathrm{K}) \cup (\mathrm{N/K})$.

$\mathrm{Z} = (\mathrm{M} \cup \mathrm{N}) \cap (\mathrm{M} \cup \mathrm{K})\backslash(\mathrm{N} \cup \mathrm{K}) \cup (\mathrm{N/K})$.

Решение.

1) $\mathrm{M} \cap \mathrm{N} = \{7, 2\}$.
2) $\mathrm{M} \cap \mathrm{K} = \{7\}$.
3) $\mathrm{N} \cap \mathrm{K} = \{7, 9\}$.
4) $\mathrm{M} \cup \mathrm{K} = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$.
5) $\mathrm{M} \cup \mathrm{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$.
6) $\mathrm{N} \cup \mathrm{K} = \{1, 2, 4, 6, 7, 9\}$.
7) $\mathrm{N/K} = \{1, 2, 4\}$.
8) $\mathrm{P} = (\mathrm{M} \cap \mathrm{N}) \cup (\mathrm{M} \cap \mathrm{K}) = \{7, 2\} \cup \{7\} = \{7, 2\}$.
9) $\mathrm{P}/(\mathrm{N} \cap \mathrm{K}) = \{7, 2\}/\{7, 9\} = \{2\}$.

10) D = (M ∪ N) ∩ (M ∪ K) = {1, 2, 3, 4, 5, 7, 9} ∩ {2, 3, 5, 6, 7, 9} = {2, 3, 5, 7, 9}.

11) D/(N ∪ K) = {2, 3, 5, 7, 9}/{1, 2, 4, 6, 7, 9} = {3, 5}.

X = (M ∩ N) ∪ (M ∩ K)/(N ∩ K) ∪ (N/K) = (1, 2, 4).

Z = (M ∪ N) ∩ (M ∪ K)/(N ∪ K) ∪ (N/K) = (1, 2, 3, 4, 5).

1.2.5. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Бинарные отношения»

Пример 1. Пусть дано уравнение $y = x + 2$. Для данной функциональной зависимости записать множество из упорядоченных пар.

Решение. Пример записи множества из упорядоченных пар в виде {(2, 4), (4, 6), (6, 8), (8, 10)}.

Пример 2. Отношение задано неравенством: $5*x - 7*y < 0$. Построить новое множество Z из упорядоченных пар с бинарным отношением между элементами.

Решение. Новое множество Z из упорядоченных пар с бинарным отношением между элементами может быть любым. Произвольно выбираем любые пары так, чтобы при подстановке в заданное неравенство оно выполнялось. Пусть множество получилось в виде Z = {{-1, 1}, {1, 1}, {0, 1}}. Все упорядоченные пары во множестве Z удовлетворяют заданному отношению.

Пример 3. Пусть задано отношение на множестве в виде функциональной зависимости $Z = \{(x, y) | x \in X; y = x^2\}$.

В этом примере можно строить любое множество из упорядоченных пар, задаваясь значением x и вычисляя $y = x^2$. Например, {(1, 1); (2, 4); (3, 9); (4, 16)}.

1.3. Комбинаторика. Вычисления вероятностей элементарных событий

1.3.1. Формулы комбинаторики

При подсчете числа элементарных исходов, составляющих события в классической схеме, часто используется комбинаторика.

Факториал – произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно называют “n-факториал”.

$$n! = 1 * 2 * 3 * \ldots * (n-1) * n. \tag{1}$$

Пример 1. 3! = 1*2*3 = 6.

Необходимо учитывать, что факториал нуля равен единице: ***0! = 1.***

Перестановки. Формула для числа перестановок применяется в задачах о перестановках в различных комбинациях нескольких разных объектов, причем в каждой комбинации должны присутствовать все объекты, строго по одному разу.

Определение 1. Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же n-различных элементов и отличающиеся только порядком расположения.

$$P_n = n! = 1 * 2 * 3 * ... * n. \tag{2}$$

Пример 2. Сколько трехзначных чисел можно составить из трех цифр: 5, 6, 7?

По формуле (2) искомое число трехзначных чисел равно:

$$P_3 = 1*2*3 = 6.$$

В данной задаче количество возможных перестановок цифр равно шести.

Размещения. Если в выборках из n объектов по m объектов порядок их следования по условию задачи имеет значения, то имеют дело с «задачей о рассаживании»: группу из n человек следует рассадить в аудитории за каждым столом по m—человек ($m < n$). Число способов рассаживания определяется числом размещений.

Определение 2. Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком следования.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)} = n * (n-1) * ... * (n-m+1). \tag{3}$$

Сочетания. Если в выборках из n объектов по m объектов порядок их следования по условию задачи не имеет значения, то размещения, отличающиеся, лишь порядком следования, становятся одинаковыми. Число таких одинаковых выборок по m разных объектов, которые получаются друг из друга перестановкой, равно $m!$

Определение 3. Сочетанием называют комбинации, составленные из n —различных элементов по m элементов, которые отличаются только составом элементов и не зависят от порядка следования.

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{(n-m)!*m!}. \tag{4}$$

1.3.2. Виды случайных событий

В математике существует наука, которая изучает объекты, связанные с понятиями случайности и вероятности. Теория вероятностей есть математическая наука, изучающая закономерности в случайных явлениях. **Случайное явление** (событие) – это такое явление, которое при неоднократном воспроизведении одного и того же опыта протекает каждый раз несколько по-иному. Математические законы теории вероятностей являются отражением реальных статистических законов, объективно существующих в массовых случайных явлениях природы, к изучению которых теория вероятностей применяет математические методы и по своему методу является одним из разделов математики.

Осуществление каждого отдельного наблюдения, опыта или измерения при изучении эксперимента называют испытанием. Результат испытания называется **событием**.

Различают события: достоверные, невозможные и случайные. События обозначаются большими латинскими буквами $A, B, C, \ldots,$ невозможное – $\varnothing$, достоверное – Ω.

Достоверное событие – это такое событие, которое всегда происходит в рассматриваемом эксперименте (содержит все точки множества Ω).

Невозможное событие – это такое событие, которое никогда не происходит в рассматриваемом эксперименте (пустое множество $\varnothing$).

Примеры. Если в урне все шары белые, то достать белый шар является достоверным событием, а достать черный шар является невозможным событием; если человек прыгнул в воду, то выйти мокрым является достоверным событием, а выйти сухим является невозможным событием.

Случайное событие – это такое событие, которое при воспроизведении опыта может наступить, а может и не наступить.

Пример. Брошена монета. Выпал герб. Это событие случайное, так как может выпасть цифра на другой стороне монеты.

Кроме того события могут быть совместными и несовместными, зависимыми или независимыми.

Два события называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании. Случайные события A и B называется **несовместными**, если при данном испытании появление одного из них исключает появление другого события.

Примеры: совместные события: идет дождь и идет снег, человек ест и человек читает, число целое и четное; несовместные события: день и ночь, студент одновременно едет на занятие и сдаёт экзамен, число иррациональное и чётное.

Событие *A* называется **независимым** от события *B*, если вероятность появления события *A* не зависит от того произошло событие *B* или нет. Событие *A* называется **зависимыми** от события *B*, если вероятность появления события *A* зависит от того произошло или не произошло событие *B*.

Примеры: два студент одновременно сдают экзамен независимо друг от друга, работник получит оплату труда в зависимости от качества ее выполнения.

Равновозможные события – это такие события, которые имеют одинаковые возможности для их появления.

Полная группа событий – это совокупность единственно возможных событий при данном испытании.

Пример: студент может сдать экзамен на любую оценку: студент может сдать экзамен на 5, студент может сдать экзамен на 4, студент может сдать экзамен на 3.

Противоположные события – два случайные события *A* и *B* называется противоположными, если они несовместны и образуют полную группа событий. **Примеры**: студент может сдать экзамен или не сдать, день и ночь.

Конкретный результат испытания называется **элементарным событием**. Совокупность всех возможных, различных, конкретных исходов испытаний называется **множеством элементарных событий**.

Сложным событием (исходом) называется произвольное подмножество множества элементарных событий. Сложное событие в результате испытания наступает тогда и только тогда, когда в результате испытаний произошло элементарное событие, принадлежащее сложному событию. Например, испытание – подбрасывание кубика. Элементарное событие – выпадение грани с числом «1». Сложное событие – выпадение грани с нечётным числом.

1.3.3. Операции над случайными событиями

Событие, состоящие в наступлении хотя бы одного из событий A или B, называется **суммой** (объединением) событий A и B и обозначается $A + B$ или $A \cup B$.

Событие, состоящее в наступлении обоих событий A и B, называется **произведением** (пересечением) событий A и B и обозначается $A \cdot B$ или $A \cap B$.

Событие, состоящее в том, что A происходит, а B не происходит, называется **разностью** событий A и B и обозначается A/B или $A\text{-}B$.

Событие, обозначаемое через $\bar{A}$, называется **противоположным** событию A, если оно происходит тогда и только тогда, когда событие A не происходит.

Если наступление события A делает невозможным наступление события B (и наоборот), то событие A и B называются несовместными или непересекающимися, в этом случае $A \cap B = \varnothing$.

Для совместных событий $A \cap B \neq \varnothing$.

События $A_1, A_2, \ldots, A_k$ образуют полную группу событий, если

$$A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k = \Omega. \tag{5}$$

1.3.4. Классическое определение вероятности

Классическое определение вероятности сводит понятие вероятности к понятию равновероятности (равновозможности) событий, которое считается основным и не подлежит формальному определению. Это определение применимо в случаях, когда удается выделить полную группу несовместных и равновероятных событий – элементарных исходов.

Вероятностью события A называют отношение числа m благоприятствующих этому событию исходов к общему числу n всех элементарных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}. \tag{6}$$

1.3.5. Пример выполнения заданий контрольной работы по теме «Комбинаторика»

Пример 1. Группу из 20 студентов можно разместить в аудитории по 2 человека за каждой партой. Порядок их размещения имеет значения.

Решение. Количество возможных вариантов размещений вычисляется по формуле (3):

$$A_{20}^{2} = \frac{20!}{18!} = 19 \cdot 20 = 380 \ .$$

Пример 2. Найти количество трехзначных чисел с неповторяющимися цифрами, которые можно составить из цифр: 1, 2, 3, 4, 5.

Решение. Количество трехзначных чисел в данном примере определяется по формуле размещений (3) и равно:

$$A_{5}^{3} = \frac{5!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \ .$$

Пример 3. Группу из 20 студентов следует рассадить в аудитории по 2 человека за каждой партой. Порядок их размещения не имеет значения. Определить количество возможных вариантов сочетаний.

Решение. Количество возможных вариантов сочетаний вычисляется по формуле (4):

$$C_{20}^{2} = \frac{20!}{18! \cdot 2!} = \frac{19 \cdot 20}{2} = 190 \ .$$

Пример 4. Флаг государства может комбинироваться из трёх полос разного цвета. Определить число комбинаций из пяти разных цветов, которые можно получить, выбирая из них три полосы разного цвета.

Решение. Если учитывать порядок в комбинации, то число вариантов равно:

$$A_{5}^{3} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \ .$$

Если же порядок в комбинации не имеет значения, то количество разных вариантов равно:

$$C_{5}^{3} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \ .$$

1.3.6. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Вычисления вероятностей элементарных событий»

Пример 1. В группе 25 студентов. Из них 10 девушек и 15 юношей. Наугад выбирают одного студента. Найти вероятность того, что выберут юношу.

Решение. Искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0{,}6.$$

Пример 2. В группе 15 студентов. Из них 5 девушек и 10 юношей. Выбирают трёх студентов. Найти вероятность того, что из трёх выбранных студентов выберут одну девушку и двух юношей.

Решение. При вычислении вероятности события необходимо обратиться к разделу комбинаторики. Для данной задачи следует подсчитать различные сочетания по формуле (4).

$$C_{10}^{2} = \frac{10!}{8!\cdot 2!} = \frac{9\cdot 10}{2} = 45;$$

$$C_{15}^{3} = \frac{15!}{12!\cdot 3!} = \frac{13\cdot 14\cdot 15}{2\cdot 3} = 455;$$

$$C_{5}^{1} = \frac{5!}{4!\cdot 1!} = 5.$$

Искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{C_5^1 \cdot C_{10}^2}{C_{15}^3} = \frac{45\cdot 5}{455} = \frac{45}{91} \approx 0,5.$$

1.4. Теоремы сложения и умножения вероятностей случайных событий

1.4.1. Сложение вероятностей несовместных событий

Суммой двух событий $A+B$ называется событие, состоящее в появлении события A или B, или обоих этих событий.

Теорема 1. Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \tag{7}$$

Данную строку можно прочитать следующим образом – вероятность появления события A или B, или обоих этих событий равна сумме вероятностей этих событий.

Запись в виде $P(A)+P(B)$ можно представить в виде $P(A) \cup P(B)$. Символ $\cup$ (объединение) взят из теории множеств.

Теорема 2. Сумма вероятностей всех событий, образующих полную группу, равна единице.

$$P(A_1) + (A_2) + \ldots + P(A_k) = 1. \tag{8}$$

Пример 1. Студент после занятий может пойти домой с вероятностью $p_1 = 0,4$, в библиотеку с вероятностью $p_2 = 0,1$, в спортзал с вероятностью $p_3 = 0,2$ и в кино с вероятностью $p_4 = ?$. Определить p_4.

Решение. Эти четыре события несовместны и образуют полную группу. Сумма вероятностей событий p_1, p_2, p_3 равна

$$p_1 + p_2 + p_3 = 0{,}4 + 0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}7.$$

По формуле (8) получим $p_4 = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

Теорема 3. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице.

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1. \tag{9}$$

Если вероятность события $P(A)$ обозначить через р, а события $P(\overline{A})$ через q, то формулу можно записать в виде

$$P + q = 1. \tag{10}$$

Пример 2. Студент может сдать экзамен с вероятностью $p = 0{,}9$. Найти вероятность того, что студент не сдаст экзамен.

Решение. Эти два события противоположны и образуют полную группу.

Вероятность появления одного из двух несовместных событий из (10) равна: $q = 1 - p = 0{,}1$.

1.4.2. Умножение вероятностей независимых событий

Произведением двух событий A и B называется событие, состоящее в совместном появлении этих событий.

Теорема 4. Если случайные события A и B независимые, то вероятность совместного появления событий A и B равно произведению вероятностей этих событий.

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B). \tag{11}$$

Данную строку можно прочитать следующим образом – вероятность события A и B равна вероятности события $P(A)$ и события $P(B)$.

Запись в виде $P(A) \cdot P(B)$ можно представить в виде $P(A) \cap P(B)$. Символ $\cap$ (пересечение) взят из теории множеств.

Пример 3. Студент сдаёт два экзамена в сессию. Вероятность сдать первый экзамен $p_1 = 0{,}8$. Вероятность сдать второй экзамен $p_1 = 0{,}7$.

Решение. Оба события независимы. Вероятность сдать два экзамена – p.

$$p = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = p_1 \cdot p_2 = 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}56.$$

Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности, равна произведению вероятностей этих событий.

$$P(A_1 \cdot A_2, \ldots, A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2), \ldots, P(A_k). \quad (12)$$

Пример 4. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель.

Решение. Пусть событие A – попал первый стрелок, событие B – попал второй стрелок, событие C – попал третий стрелок. По теореме умножения для независимых событий (12) получим:

$$P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0{,}75 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}54.$$

1.4.3. Вероятность появления хотя бы одного события

Теорема 5. Вероятность появления хотя бы одного из событий (A_1, A_2, ..., A_n), независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий.

$$P(A) = 1 - q_1 \cdot q_2, \cdot \ldots \cdot q_n. \quad (13)$$

Пример 5. Студент сдает два экзамена в сессию. Вероятность сдать первый экзамен $p_1 = 0{,}8$. Вероятность сдать второй экзамен $p_2 = 0{,}7$. Какова вероятность, что студент сдаст хотя бы один экзамен в сессию.

Решение. Вероятность события «не сдать первый экзамен»

$$q_1 = 1 - p_1 = 1 - 0{,}8 = 0{,}2.$$

Вероятность «не сдать второй экзамен»: $q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

Оба события независимы. Вероятность события $P(A)$, где событие A – «студент сдаст хотя бы один экзамен», вычисляется по формуле (13):

$$P(A) = 1 - q_1 \cdot q_2 = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 1 - 0{,}06 = 0{,}94.$$

1.4.4. Умножение вероятностей зависимых событий. Условная вероятность

Условной вероятностью $P_A(B)$ или $P(B/A)$ называется вероятность события B, вычисленная в предположении, что событие A уже произошло.

Теорема 6. Вероятность совместного появления двух зависимых событий A и B равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность второго вычисленную в предположении, что первое событие уже произошло.

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B). \quad (14)$$

Пример 6. Студент из 20 билетов подготовил к экзамену 12. Студент взял билет, к которому он не подготовился. Преподаватель в виде исключения разрешил взять второй билет. Какова вероятность того, что студенту во второй попытке достанется один из подготовленных билетов.

Решение. Обозначим событие «студент взял билет, к которому он не подготовился» через *А*. Обозначим событие «студенту достанется во второй попытке один из подготовленных билетов» через *В*.

Обозначим событие $(A \cdot B/A)$ – взять первый билет, к которому он не подготовился, а затем второй из подготовленных билетов при условии, что, что первое событие уже произошло. Вероятность взять первый билет, к которому студент не подготовился $P(A)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}=0{,}4$.

Вероятность взять второй из подготовленных билетов при условии, что студент взял первый билет, к которому он не подготовился $P_A(B)=\frac{12}{19}\approx 0{,}63$.

В результате, вероятность того, что студенту достанется один из подготовленных билетов вычисляется по формуле (14):

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P_A(B)=\frac{2}{5}\cdot\frac{12}{19}=\frac{24}{95}\approx 0{,}253.$$

Условная вероятность события A_k, определенная в предположении, что осуществились события A_1, A_2,...A_{k-1} записывается в виде: $P(A_k/A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_{k-1})$.

Вероятность произведения нескольких событий равна произведению вероятностей этих событий, причем вероятность каждого следующего по порядку события вычисляется при условии, что все предыдущие имели место $P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_1 A_2) \ldots P(A_k/A_1 A_2 \ldots A_k)$.

1.4.5. Сложение вероятностей совместных событий

Теорема 7. Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B). \qquad (15)$$

События в формуле (15) могут быть как зависимыми, так и независимыми.

Для независимых событий формула (15) имеет вид:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B). \qquad (16)$$

Для зависимых событий формула (15) имеет вид:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P_A(B). \qquad (17)$$

Пример 7. Абитуриент подал заявления в два разных вуза по результатам ЕГЭ (на бюджетной основе). Обозначим вероятность попасть в первый вуз $p_1 = 0,5$, во второй $p_2 = 0,3$. Какова вероятность попасть абитуриенту в списки зачисленных хотя бы одного из вузов?

Решение. Эти события совместные. Каждое событие независимое. Для независимых событий выбираем формулу (16).

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) =$$
$$= p_1 + p_2 - p_1 \cdot p_2 = 0,5 + 0,3 - 0,5 \cdot 0,3 = 0,65.$$

Теорема может быть обобщена на любое конечное число совместных событий, например, в случае трех совместных событий она имеет вид:

$$P(A+B+C) = P(A)+P(B)+P(C) - P(A \cdot B) - P(A \cdot C) - P(B \cdot C) + P(A \cdot B \cdot C). \qquad (18)$$

1.4.6. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Теоремы сложения и умножения»

Пример 1. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,6, для второго 0,7 и для третьего 0,75.

1. Найти вероятность хотя бы одного попадания в цель, если каждый стрелок сделает по одному выстрелу.
2. Найти вероятность того, что будет одно и только одно попадание в цель.
3. Найти вероятность того, что будет только два попадания в цель.
4. Найти вероятность того, что попадут в цель все стрелки одновременно.
5. Найти вероятность промаха всех стрелков одновременно.

Решение. Пусть A, B, C – события, состоящие в том, что соответственно в цель попал первый, второй, третий стрелок. Из условия задачи следует, что

$$P(A) = 0,6; \quad P(B) = 0,7; \quad P(C) = 0,75.$$

По формуле (9) вероятность противоположных событий равна:

$$P(\overline{A}) = 1 - 0,6 = 0,4; \quad P(\overline{B}) = 1 - 0,7 = 0,3; \quad P(\overline{C}) = 1 - 0,75 = 0,25.$$

1. Вероятность хотя бы одного попадания в цель равна: $P(A + B + C)$.

Событие ($\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$) – все промахнулись.

Событие ($A + B + C$) – хотя бы одно попадание в цель. Вероятность хотя бы одного попадания в цель:

$$P(A+B+C) = 1 - P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(\overline{C});$$

$$P(A+B+C)=1-(1-0,6)\cdot(1-0,7)\cdot(1-0,75)=1-0,4\cdot 0,3\cdot 0,25=0,97.$$

2. Вероятность только одного попадания в цель.

Пусть D – событие, состоящее в том, что в цель попал только один стрелок. События «хотя бы одно попадание» и «одно попадание» – разные события. В задаче одно и только одно попадание – это событие D, состоящее из суммы событий: $D = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + B \cdot \overline{A} \cdot \overline{C} + C \cdot \overline{A} \cdot \overline{B}$.

Его вероятность из-за независимости стрельбы и несовместности слагаемых событий может быть определена по формулам (7), (12):

$$P(D) = P(A) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(\overline{C}) + P(B) \cdot P(\overline{A}) \cdot P(\overline{C}) + P(C) \cdot P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}).$$

$$P(D) = 0,6\cdot(1-0,7)\cdot(1-0,75) + 0,7\cdot(1-0,6)\cdot(1-0,75) +$$
$$+ 0,75\cdot(1-0,6)\cdot(1-0,7) = 0,205.$$

3. Вероятность того, что попадут в цель только два стрелка. Пусть X – событие, состоящее в том, что в цель попали только два стрелка.

$$X = A \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot A \cdot C + C \cdot \overline{A} \cdot B.$$

$$P(X) = P(\overline{A}) \cdot P(B) \cdot P(C) + P(\overline{B}) \cdot P(A) \cdot P(C) + P(\overline{C}) \cdot P(A) \cdot P(B).$$

$$P(X) = (1-0,6)\cdot 0,7\cdot 0,75 + 0,6\cdot(1-0,7)\cdot 0,75 +$$
$$+ 0,6\cdot 0,7\cdot(1-0,75) = 0,21 + 0,135 + 0,105 = 0,45.$$

4. Вероятность того, что попадут в цель все стрелки одновременно. Событие $A\cdot B\cdot C$ – все попали в цель.

$$P(A\cdot B\cdot C) = P(A)\cdot P(B)\cdot P(C) = 0,6\cdot 0,7\cdot 0,75 = 0,315.$$

5. Вероятность промаха всех стрелков одновременно $P(\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C})$.

Событие $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$ – все промахнулись.

$$P(\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}) = 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,25 = 0,03.$$

Для проверки правильности решения используют формулу (8) для полной группы событий:

$$P(A_1) + (A_2) + \ldots + P(A_k) = 1.$$

$$P(D) + P(X) + P(A \cdot B \cdot C) + P(\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}) = 0,205 + 0,45 + 0,315 + 0,03 = 1.$$

1.5. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики

Случайной называют величину, которая в результате испытания примет одно возможное значение, заранее неизвестное и зависимое от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Наблюдение некоторого значения случайной величины X – есть случайное событие: $X = x_i$. Среди случайных величин различают дискретные и непрерывные случайные величины.

1.5.1. Закон распределения дискретной случайной величины

Дискретной называют случайную величину, которая может принимать отдельные значения с определенными вероятностями.

Закон распределения дискретной случайной величины называют соответствие между возможными значениями и их вероятностями.

Закон распределения дискретной случайной величины можно задать:

1) таблично – рядом распределения;
2) графически;
3) формулой.

Рядом распределения называется совокупность всех возможных значений x_i и соответствующих им вероятностей $p_i = P\,(X = x_i\,)$, он может быть задан в виде таблицы:

x_i	x_1	x_2	...	x_n
p_i	p_1	p_2	. . .	p_n

При этом вероятности p_i удовлетворяют условию $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$.

Число возможных значений n может быть конечным или бесконечным.

Графическое изображение ряда распределения называется **многоугольником распределения**. Для его построения возможные значения случайной величины (x_i) откладываются по оси абсцисс, а вероятности p_i – по оси ординат; точки A_i с координатами (x_i, p_i) соединяются ломаными линиями.

Функцией распределения случайной величины X называется функция $F(x)$, значение которой в точке x равно вероятности того, что случайная величина X будет меньше этого значения x, то есть $F(x) = P\,(X< x)$.

Функция распределения $F(x)$ для дискретной случайной величины вычисляется по формуле

$$F(x) = \sum_{x_i < x} p_i \; . \tag{19}$$

Суммирование ведется по всем значениям i, для которых $x_i < x$.

1.5.2. Характеристики дискретной случайной величины

Математическим ожиданием $M(X)$ дискретной случайной величины X называется сумма произведений всех возможных значений величины X на соответствующие вероятности

$$M(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n. \tag{20}$$

Свойства математического ожидания:

- Математическое ожидание имеет ту же размерность, что и сама случайная величина.
- Математическое ожидание может быть как положительным, так и отрицательным числом.
- Математическое ожидание постоянной величины C равно этой постоянной, т.е. $M(C) = C$.
- Математическое ожидание суммы нескольких случайных величин равно сумме математических ожиданий этих величин, т.е.
  $$M(X + Y + \ldots + W) = M(X) + M(Y) + \ldots + M(W).$$
- Математическое ожидание произведения двух или нескольких взаимно независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий этих величин, т.е. $M(XY) = M(X) \cdot M(\text{Y})$.
- Математическое ожидание произведения случайной величины на постоянную C равно произведению математического ожидания случайной величины: $M(CX) = C \cdot M(X)$.

Дисперсией $D(X)$ дискретной случайной величины X называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины X от ее математического ожидания

$$D(X) = M\,[X - M(X)]^2. \tag{21}$$

Формула (21) после возведения в степень и преобразований имеет вид

$$D(X) = M\,(X^2) - [M(X)]^2. \tag{22}$$

Дисперсия имеет размерность, равную квадрату размерности случайной величины.

Свойства дисперсии:

- Дисперсия постоянной величины всегда равна нулю: $D(C) = 0$.
- Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, предварительно возведя его в квадрат: $D(CX) = C2\ D(X)$.
- Дисперсия алгебраической суммы двух независимых случайных величин равна сумме их дисперсией: $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$.

Средним квадратическим отклонением $\sigma(X)$ случайной величины X называется корень квадратный из ее дисперсии

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}\cdot \tag{23}$$

Среднее квадратическое отклонение имеет ту же размерность, что и случайная величина.

Случайная величина называется **центрированной**, если математическое ожидание $M(X) = 0$, и стандартизированной, если $M(X) = 0$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1$.

1.5.3. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Дискретная случайная величина»

Пример 1. Число появлений герба при трех бросаниях монеты является дискретной случайной величиной X. Возможные значения числа появлений герба: 0,1,2,3. Следует найти вероятность появления герба в одном испытании.

Решение. Вероятность появления герба в одном испытании равна p =1/2. Противоположное ему событие: герб не выпал, вероятность этого события по формуле (9а) равна $q = 1 - p = 1/2$.

Событие 1. «Три раза бросили монету и ни разу герб не выпал». Это сложное событие состоит из появления трёх совместных и независимых элементарных событий: «герб не выпал в одном испытании». Для события «три раза бросили и ни разу герб не выпал», которое обозначим $P(0)$, вероятность вычисляется по формуле умножения (11) для независимых событий:

$$P(0) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}.$$

Событие 2. «Три раза бросили монету и один раз герб выпал». Это сложное событие состоит из появления одного из трёх несовместных и независимых событий: «герб выпал в одном из трёх совместных испытаний». Для события «три раза бросили монету и один раз герб выпал» вероятность будет состоять из суммы несовместных событий по формуле (7), где каждое слагаемое вычисляется по формуле умножения (11) для независимых событий:

$$P(1) = p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}.$$

Событие 3. «Три раза бросили и два раза выпал герб». Для этого события вероятность события будет состоять из суммы событий:

$$P(2) = p_1 \cdot p_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot q_2 \cdot p_3 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}.$$

Событие 4. «Три раза бросили и все три раза выпал герб». Вероятность этого события совпадает с первым и вычисляется по формуле умножения (11).

$$P(3) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}.$$

Здесь p_1, p_2, p_3 – вероятность выпадения герба в 1, 2, 3 испытаниях; q_1, q_2, q_3 – вероятность не выпадения герба в 1, 2, 3 испытаниях.

Результаты вычислений вынесены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты вычислений

Событие X	герб не выпал	герб выпал 1 раз	герб выпал 2 раза	герб выпал 3 раза
x_i	0	1	2	3
Вероятность события $P(x_i)=p_i$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Пример 2. Для задачи в примере 1 найти функцию распределения вероятности $F(x)$ этой случайной величины и построить ее. Построить многоугольник распределения.

Решение. Если $x \le 0$, то $F(x) = P(X < x) = 0$.

Если $0 < x \le 1$, то $F(x) = P(X < x) = 1/8$.

Если $1 < x \le 2$, то $F(x) = P(X < x) = 1/8 + 3/8 = 0{,}5$.

Если $2 < x \le 3$, то $F(x) = P(X < x) = 1/8 + 3/8 + 3/8 = 7/8$.

Если $x > 3$, то $F(x) = P(X < x) = 1/8 + 3/8 + 3/8 + 1/8 = 1$.

В табл. 2 внесены значения функции распределения вероятности $F(x)$ случайной величины – x.

Таблица 2

Функция распределения вероятности *F(x)*

№	1	2	3	4	5
x_i	0	1	2	3	>3
Функция распределения *F(x)*	0	0,125	0,5	0,875	1

Для построения многоугольника распределения значения случайной величины *x* переписаны в другой форме из табл. 1 в табл. 3.

Таблица 3

Ряд распределения $P(x_i)=p_i$

№	1	2	3	4
x_i	0	1	2	3
Ряд распределения $P(x_i)=p_i$	0,125	0,375	0,375	0,125

Многоугольник распределения вероятности представлен на рис. 6.

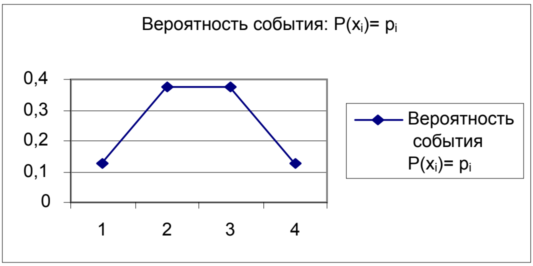


Рис. 6. Многоугольник распределения

Функция распределения вероятности представлена на рис.7.

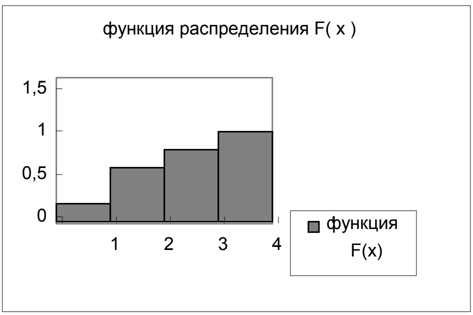


Рис. 7. Функция распределения

Пример 3. Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ дискретной случайной величины X, заданной законом распределения в табл. 4.

Таблица 4

X	-5	2	3	4
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Решение. Математическое ожидание $M(X)$ вычисляется по формуле (18):

$$M(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n.$$

$$M(X) = -5 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}2 = -0{,}3.$$

Дисперсия вычисляется по формуле (20):

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

Закон распределения X^2 представлен в табл. 5.

Таблица 5

X^2	25	4	9	16
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Математическое ожидание $M(X^2)$ вычисляется по формуле (18):

$$M(X^2) = 25 \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 0{,}3 + 9 \cdot 0{,}1 + 16 \cdot 0{,}2 = 15{,}3.$$

Искомая дисперсия:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 15{,}3 - (-0{,}3)^2 = 15{,}21.$$

Тогда среднее квадратическое отклонение будет:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{15{,}21} = 3{,}9 \; .$$

1.6. Непрерывные случайные величины. Нормальный закон распределения вероятности

1.6.1. Функция распределения и плотность вероятности непрерывной случайной величины

Если рассматривать случайную величину X, значения которой заполняют интервал (a, b) и составить перечень всех возможных её значений невозможно, то она называется непрерывной. В результате этого появилась необходимость дать общий способ задания любых типов случайных величин. Для этого вводится функция распределения вероятностей случайной величины. Функция распределения $F(x)$ для непрерывной случайной величины имеет вид

$$F(x) = \int_{-\infty}^{X} f(x)dx\ . \qquad (24)$$

Функция *f(x)* называется плотностью вероятности:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x)}{\Delta x}\ . \qquad (25)$$

Непрерывная случайная величина задается либо функцией распределения *F(x)* (интегральным законом распределения), либо плотностью вероятности *f(x)* (дифференциальным законом распределения).

Свойства функции распределения *F(x)*:

1. Значения функции распределения *F(x)* принадлежат отрезку [0, 1]:

$$0 \le F(x) \le 1.$$

2. *F(x)* – неубывающая функция: $F(x_2) \ge F(x_1)$, если $x_2 > x_1$.

Следствие 1. Вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале [*a, b*] равна приращению функции распределения на этом интервале $P(a \le X < b) = F(b) - F(a)$.

3. Если возможные значения случайной величины принадлежат интервалу [*a, b*], то $F(x) = 0$ при $x \le a$; $F(x) = 1$ при $x \ge b$. Геометрически это означает, что полная площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс равна единице.

Следствие 2. Если возможные значения непрерывной случайной величины расположены на всей оси x, то:

$$\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1\ ; \quad \lim_{x \to \infty} F(x) = 0\ .$$

Свойства плотности вероятности *f(x)*:

1. Плотность вероятности не может быть отрицательной функцией. $f(x) \ge 0$.

2. Несобственный интеграл от плотности распределения в пределах от – ∞ до + ∞ равен единице.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1\ . \qquad (26)$$

Следствие. В частности, если значения случайной величины находятся в интервале (*a*, *b*), то вероятность попадания в заданный интервал.

$$P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx\ . \qquad (27)$$

Функция распределения связана с плотностью формулой

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = F'(x). \qquad (28)$$

1.6.2. Основные характеристики непрерывной случайной величины

Свойства случайной величины могут характеризоваться различными параметрами. Важнейшие из них – математическое ожидание случайной величины, которое обозначается через *M(X)*, и дисперсия *D(X)* = $\sigma^2(X)$, корень квадратный из которой σ *(X)* называют среднеквадратическим отклонением.

Математическое ожидание непрерывной случайной величины *X* определяется по формуле:

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx\ , \tag{29}$$

где *f(x)* – плотность вероятности распределения случайной величины *X*.

Дисперсия непрерывной случайной величины *X* может быть вычислена по формуле (30) или (31):

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(X)]^2 \cdot f(x)dx\ ; \tag{30}$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx - [M(x)]^2\ . \tag{31}$$

Среднее квадратическое отклонение определяется формулой (23).

Если математическое ожидание случайной величины даёт «ее среднее значение» или точку на координатной прямой, «вокруг которой разбросаны» значения рассматриваемой случайной величины, то дисперсия характеризует «степень разброса» значений случайной величины около её среднего.

1.6.3. Закон равномерного распределения непрерывной случайной величины

На практике приходится при решении задач сталкиваться с различными распределениями непрерывных случайных величин. Плотность распределения *f(x)* непрерывной случайной величины называют законом распределения.

Непрерывная случайная величина *X* называется распределенной равномерно на отрезке [*a, b*], если ее плотность распределения вероятностей постоянна на данном отрезке

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [a,b] \\ \dfrac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \end{cases}. \tag{32}$$

Функция распределения в этом случае примет вид

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a\le x<b\\ 1, & x\ge b\end{cases}. \tag{33}$$

Это распределение реализуется, например, в эксперименте, в котором наудачу ставится точка на отрезок [*a, b*], при этом случайная величина *X* – абсцисса поставленной точки.

На рис. 8 представлен график функции *p(x)* случайной величины, равномерно распределенной на промежутке [*a; b*].

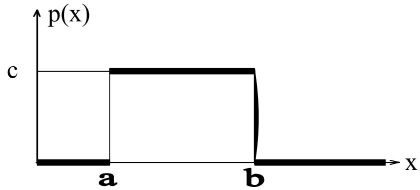


Рис. 8. График функции *p(x)* случайной величины, равномерно распределенной на промежутке [*a; b*]

Примером равномерно распределенной непрерывной случайной величины *X* является ошибка при округлении отсчета до ближайшего целого деления шкалы измерительного прибора, проградуированной в некоторых единицах.

1.6.4. Нормальное распределение непрерывной случайной величины

Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение с параметрами: *m*, если σ > 0, плотность распределения вероятностей имеет вид

$$f_\xi(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \tag{34}$$

где *m* – математическое ожидание, σ – среднеквадратическое отклонение.

Нормальное распределение называют ещё гауссовским по имени немецкого математика Гаусса. Тот факт, что случайная величина имеет нормальное распределение с параметрами: *m*, σ – обозначают *N(m, σ)*.

Формула (34) может быть записана в виде:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty, \tag{35}$$

где a – математическое ожидание; σ – среднее квадратическое отклонение X.

$$a = M[X], \quad \sigma = \sqrt{D[X]}. \tag{36}$$

Если случайная величина распределена по закону $N(0; 1)$, то она называется стандартизированной нормальной величиной. Функция распределения для нее имеет вид

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{t^2}{2}} dt. \tag{37}$$

График плотности нормального распределения изображен на рис. 9.

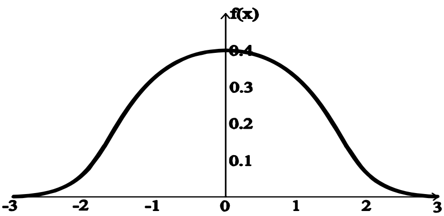


Рис. 9. Плотность нормального распределения

Функция Лапласа, имеющая вид

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} e^{\frac{-t^2}{2}} dt. \tag{38}$$

связана с функция нормального распределения соотношением

$$F_0(x) = \Phi(x) + 0.5. \tag{39}$$

Функции Лапласа нечётная $\Phi(-x) = -\Phi(x)$.

С помощью функции Лапласа можно вычислять интервальные вероятности для нормального распределения $N(a, \sigma)$

$$P\{x_1 \le X \le x_2\} = \Phi(\frac{x_2 - a}{\sigma}) - \Phi(\frac{x_1 - a}{\sigma}). \tag{40}$$

Через функцию Лапласа выражается и функция нормального распределения в общем случае $N(a, \sigma)$

$$F(x) = \Phi(\frac{x - a}{\sigma}) + 0{,}5. \tag{41}$$

1.6.5. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Непрерывная случайная величина. Нормальный закон распределения»

Пример 1. Плотность распределения задана законом $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{7\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{7}}$.

Определить вид распределения, найти функцию распределения, *M(X)* и *D(X)*.

Решение. Сравнивая заданную плотность распределения с (34)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+a)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty$$

можно сделать вывод, что задан нормальный закон распределения с $a = -1$.

Значит, *M(x)* = –1 – математическое ожидание, σ^2=7/2 – искомая дисперсия. Следовательно, функция данного нормального распределения определяется по формуле.

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x+1}{\sqrt{7/2}}\right) + 0{,}5 \cdot$$

1.7. Математическая статистика

1.7.1. Предмет и задачи математической статистики

В задачах теории вероятностей исходят из того, что задано вероятностное пространство, множество элементарных исходов и вероятность любого события.

Так, например, если изучается некоторое случайное событие *A*, то вероятность его появления известна и равна *P(A)*. Если же речь идёт о случайной величине *X*, то известен закон распределения вероятностей в какой-либо форме и, как следствие, числовые характеристики исследуемой случайной величины.

В практических задачах эти характеристики, как правило, неизвестны, но имеются некоторые экспериментальные данные о событии или случайной величине. Требуется на основании этих данных построить подходящую вероятностную модель изучаемого явления, то есть приближённо оценить неизвестные законы распределения и числовые характеристики исследуемой случайной величины. Это и является задачей математической статистики. В математической статистике единственным объектом изучения являются данные эксперимента. Результаты эксперимента выражаются значениями некоторой случайной величины. По экспериментальным данным строится вероятностная модель явления, соответствующая этим данным, т.е. интерпретация данных.

Математической статистикой называется наука, занимающаяся методами обработки экспериментальных данных, полученных в результате наблюдений над случайными явлениями.

Первая задача математической статистики: указать способы сбора и группировки статистических данных, полученных в результате экспериментов.

Вторая задача математической статистики: разработать методы анализа статистических данных.

Ко второй задаче относятся:

- Оценка неизвестных параметров (вероятности события, функции распределения и её параметров и т.д.) с построением доверительных интервалов (методы оценивания).
- Проверка статистических гипотез о виде неизвестного распределения и параметров распределения (методы проверки гипотез).

Математическая статистика помогает экспериментатору лучше разобраться в опытных данных, полученных в результате наблюдений над случайными явлениями; оценить, значимы или не значимы наблюдаемые факты; принять или отбросить те или иные гипотезы о природе случайных явлений.

1.7.2. Основные понятия математической статистики

Генеральной совокупностью называют полный набор всех возможных N значений дискретной случайной величины X. Практически сложно получить полную информацию о случайной величине. Поэтому случайным образом отбирают объекты, которые называется **выборкой**, при этом число $\boldsymbol{n}$ называется **объёмом выборки**.

Выборочной совокупностью или просто выборкой называют совокупность случайно отобранных объектов.

Объёмом выборки называют число объектов этой выборки. Выборку делают либо из ранее полученных результатов, либо планируют эксперимент. По результатам выборки строят простой статистический ряд в виде таблицы, состоящей из двух строк, в первой строке записывают порядковый номер измерения, во второй – его результат x_i. Затем производят группировку данных. Вначале x_i располагают в порядке возрастания, интервал наблюдаемых значений случайной величины разбивают на последовательные непересекающиеся частичные интервалы, далее подсчитывают количество значений x_i, попавших в каждый интервал, т.е. n_i. Таким образом, получается группированный статистический ряд или статистическое распределение выборки.

Статистическим распределением выборки или статистическим рядом называют перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот.

Пример 1. После группировки данных в выборке статистический ряд задан табл. 6, где объем выборки $n = 15$.

Таблица 6

i	1	2	3	4
x_i	2	3	5	10
n_i	5	5	3	2

В табл. 6 значения x_i называют вариантами. Последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке (вся строка x_i) называется **вариационным рядом**. Число наблюдений n_i называют **частотами**, i – номер варианты.

В табл. 6 сумма всех значений частот n_i, записанных в третьей строке, равна объёму выборке, что записывается в виде:

$$n = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i \right).$$

где n – это объём выборки, k – количество вариант.

Отсюда можно найти относительную частоту $p_i = n_i/n$, наблюдаемого значения x_i – варианты.

Тогда табл. 6 будет иметь вид

Таблица 7

i	1	2	3	4
x_i	2	3	5	10
n_i/n	0,33	0,33	0,2	0,14

Табличные данные могут быть представлены графически в виде полигона или гистограммы. Если выборка задана в виде отдельных точек, тогда строят полигон частот.

Полигоном частот называется ломаная линия, отрезки которой соединяют точки (x_i; n_i/n). На рис. 10 изображён полигон относительных частот, приведённых в табл. 7.

Рис. 10. Полигон относительных частот

Пример 2. В этом примере наблюдаемые значения случайной величины после группировки данных в выборке разбиты на последовательные непересекающиеся частичные интервалы. В результате получается статистический ряд, который задан табл. 8.

Таблица 8

i	1	2	3	4
x_i	0÷2	2÷4	4÷6	6÷8
n_i	5	10	12	3

Данную таблицу можно представить через относительную частоту $p_i = n_i/n$ (где объем выборки n = 30) в табл. 9.

Таблица 9

i	1	2	3	4
x_i	0÷2	2÷4	4÷6	6÷8
$p_i=n_i/n$	0,17	0,33	0,4	0,1

При этом частоты p_i в табл. 7, 9 удовлетворяют условию $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$.

Если выборка задана в виде интервалов, тогда строят гистограмму.

Гистограммой частот называется ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы x_i, их высоты равны $p_i = n_i/n$ (плотности относительной частоты). На рис. 11 изображена гистограмма относительных частот, приведённых в табл. 9.

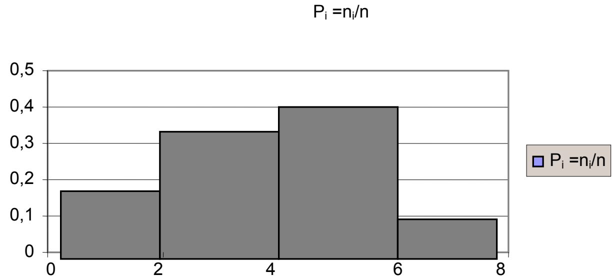


Рис. 11. Гистограмма относительных частот

1.7.3. Характеристики вариационного ряда

Характеристики вариационного ряда являются статистическими оценками параметров распределения. Статистической оценкой неизвестного параметра распределения называют функцию от наблюдаемых случайных величин. Статистические оценки параметров распределения должны удовлетворять следующим требованиям: состоятельности, несмещённости, эффективности.

Состоятельной называют статистическую оценку, которая при неограниченном увеличении числа наблюдений стремится по вероятности к оцениваемому параметру.

Несмещённой называют статистическую оценку, если её математическое ожидание равно оцениваемой характеристике независимо от числа наблюдений. Несмещённая статистическая оценка называется эффективной, если она имеет минимально возможную дисперсию.

1. Эмпирическая функция распределения. Понятие функции распределения было дано в разделе теории вероятности для случайной величины. Для выборки вводится понятие эмпирической функции распределения. Эмпирическая функция распределения (функция распределения выборки) это функция $F^*(x)$, которая определяет для каждого значения x_i относительную частоту события $X<x$. Эмпирическая функция распределения имеет вид

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n} = \sum_{x_i < x} p_i \,, \tag{42}$$

где n_x – число вариант меньших x; n – объём выборки.

В отличие от эмпирической функции распределения для выборки, вводится понятие теоретической функции распределения для генеральной совокупности $F(x)$. Теоретическая функция распределения определяет вероятность события $X < x$. Эмпирическая функция распределения $F^*(x)$ по вероятности стремится к теоретической функции распределения $F(x)$ при больших количествах испытаний и обладает всеми свойствами $F(x)$:

1) значения эмпирической функции принадлежат отрезку [0; 1]:

$$F^*(x) \in [0; 1];$$

2) $F^*(x)$ – неубывающая функция;

3) если x_1 – наименьшая варианта, то $F^*(x) = 0$ при $x \le x_1$;

4) если x_k – наибольшая варианта, то $F^*(x) = 1$ при $x > x_k$.

Пример 3. Учитывая свойства 1-4, найти эмпирическую функцию распределения для примера 1.

Решение. Объём выборки $n = 15$.

Наименьшая варианта $x_1 = 2$, тогда $F^*(x) = 0$ при $x \le x_1$.

При значениях варианты в интервале $(2 < x \le 3)$: $F^*(x) = 5/15 = 0{,}33$.

При значениях варианты в интервале $(3 < x \le 5)$: $F^*(x) = 10/15 = 0{,}66$.

При $5 < x \le 10$: $F^*(x) = 13/15 = 0{,}87$.

При $x > 10$: $F^*(x) = 1$.

Эмпирическая функция распределения представлена в табл. 10.

Таблица 10

x_i	<2	2	>2	3	>3	4	5	>5	6	7	8	9	10	>10
$F^*(x)$	0	0	0,33	0,33	0,66	0,66	0,66	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	1

На рис. 12 представлен график эмпирической функции распределения примера 3.

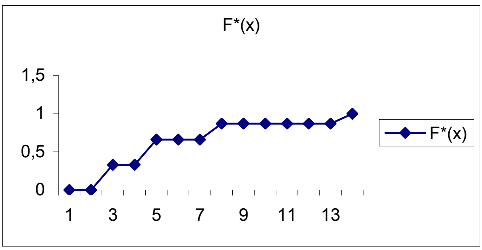


Рис. 12. Эмпирическая функция распределения

2. Генеральная средняя и выборочная средняя. Пусть задана дискретная случайная величина X в виде генеральной совокупности. Генеральной средней называют среднее арифметическое значений признака генеральной совокупности

$$x_{\Gamma} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + ... + x_k \cdot n_k}{N}, \qquad (43)$$

где x_i – варианта генеральной совокупности, n_i – частота варианты x_i.

$$N = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i \right),$$

здесь N – все возможные значения частот дискретной случайной величины X.

В частном случае, когда генеральная совокупность содержит по одному значению каждой варианты, генеральная средняя равна

$$x_{\Gamma} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{N}. \qquad (44)$$

Если рассматривать значения X генеральной совокупности как случайную величину, то математическое ожидание $M(X)$ равно генеральной средней $M(X) = x_г$, которая определяется как математическое ожидание $x_г = M(X)$.

Пусть извлечена выборка объема n из генеральной совокупности относительно количественного признака X. Выборочной средней $\overline{x}$ называется среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности.

$$\overline{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + ... + x_k \cdot n_k}{N} = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i \right) / n. \qquad (45)$$

где $n = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i \right)$.

В частном случае, когда выборка содержит по одному значению каждой варианты, выборочная средняя равна

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}. \qquad (46)$$

Аналогично генеральной совокупности можно сделать вывод относительно выборочной средней. Если рассматривать значения X выборки, как случайную величину, то математическое ожидание $m(X)$ равно выборочной средней

$$m(x) = \overline{x} = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i \right) / n. \qquad (47)$$

3. Генеральная и выборочная дисперсия. Для того чтобы охарактеризовать разброс наблюдаемых значений количественного признака генеральной совокупности или выборки относительно среднего значения, используют дисперсию.

Генеральной дисперсией называют среднее арифметическое квадратов отклонения значений признака X от их среднего значения $x_г$. Рассеяние значений количественного признака X в выборке вокруг своего среднего значения характеризует выборочная дисперсия. Выборочной дисперсией $D_в$ называется среднее арифметическое квадратов отклонения значений признака X от их среднего значения

$$D_в = \left(\sum_{i=1}^{k} n_i \cdot (x_i - \bar{x})^2 \right) / n. \tag{48}$$

В частном случае, когда выборка содержит по одному значению каждой варианты, выборочная дисперсия равна

$$D_в = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 . \tag{49}$$

4. Мода. Модой M_B называют варианту, которая имеет наибольшую частоту.

Например, для вариационного ряда, приведённого в табл. 11, мода равна $M_B = 5$, так как частота у этой варианты максимальная и равна 25.

Таблица 11

Варианта	1	3	5	7	9	11
Частота	7	5	25	3	8	12

5. Медиана. Медианой m_B называют варианту, которая делит вариационный ряд на две части, равные по числу вариант. Если число вариант нечётно, то берётся средняя варианта.

Например для вариационного ряда, приведённого в табл. 12, медиана равна $m_B = 7$, так как эта варианта делит вариационный ряд на две части, равные по числу вариант. Справа и слева относительно варианты с числом 7 по три варианты.

Таблица 12

Варианта	1	3	5	7	9	11	13
Частота	7	5	25	3	8	12	10

Например для вариационного ряда, приведённого в табл. 11, медиана равна $m_B = (5 + 7)/2 = 6$, так как эти две варианты (5,7) делят вариационный ряд на две части, равные по числу вариант. Справа и слева относительно этих вариант по две варианты.

Характеристики случайной величины, построенные на основании выборочных данных, называются **выборочными** или **точечными оценками**. Точечной называют оценку, которая определяется одним числом.

1.7.4. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Математическая статистика»

Пример 1. Выборочная совокупность задана таблицей распределения (табл. 13).

Таблица 13

i	1	2	3	4
x_i	2	3	5	10
n_i	5	5	3	2

Найти выборочное математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, моду и медиану для распределения, заданного табл. 13.

Решение.

1. Выборочная средняя вычисляется по формуле

$$x_в = \frac{5\cdot 2 + 5\cdot 3 + 3\cdot 5 + 2\cdot 10}{5+5+3+2} = \frac{60}{15} = 4.$$

2. Выборочная дисперсия $D_в$ вычисляется по формуле

$$D_в = \frac{5\cdot(2-4)^2 + 5\cdot(3-4)^2 + 3\cdot(5-4)^2 + 2(10-4)^2}{5+5+3+2} = \frac{20+5+3+72}{15} = \frac{100}{15} = 6{,}06.$$

В задачах выборочная совокупность может быть задана таблицей распределения с относительной частотой. В данном примере в табл. 13 последняя строка переписывается через относительную частоту $p_i = n_i/n$. В примере $n = 15$. Выборочная дисперсия $D_в$ вычисляется по данным табл. 14.

Таблица 14

i	1	2	3	4
x_i	2	3	5	10
p_i	$P_1 = 5/15$	$P_2 = 5/15$	$P_3 = 3/15$	$P_4 = 2/15$

Выборочная дисперсия $D_в$ может быть вычислена как с использованием относительной частоты, так и абсолютной частоты.

$$D_в = P_1 \cdot (2-4)^2 + P_2 \cdot (3-4)^2 + P_3 \cdot (5-4)^2 + P_4 \cdot (10-4)^2 +$$
$$+ \frac{20+5+3+72}{15} = \frac{100}{15} = 6{,}06.$$

3. Выборочное среднее квадратическое отклонение .

4. Мода равна $M_B = 1$ и $M_B = 2$, так как частоты у этих вариант максимальные и равны 5.

5. Медиана равна $m_B = (2 + 3)/2 = 2{,}5$, так как эти две варианты (2 и 3) делят вариационный ряд на две части, равные по числу вариант. Справа и слева относительно этих вариант по одной варианте.

Характеристики случайной величины, построенные на основании выборочных данных, называются **выборочными** или **точечными оценками**. Точечной называют оценку, которая определяется одним числом. Все оценки, рассмотренные в примере, являются точечными.

Раздел 2. «ИНФОРМАТИКА»

2.1. Алгоритмы словесные, блок-схемы. Ветвления. Циклы

Понятие алгоритма – одно из фундаментальных понятий информатики, которое исторически оформилось в самостоятельную дисциплину «теорию алгоритмов», близкую к другой дисциплине «математическая логика». С другой стороны дисциплину «теория алгоритмов» можно рассматривать промежуточной между двумя дисциплинами: математикой и информатикой, связанной с разделом программирования.

Алгоритмизация относится к общим методам информатики, имеет большое значение при решении сложных задач. Прежде, чем написать программу решения задачи на ЭВМ, необходимо просмотреть последовательность действий, которые должны быть выполнены для правильного решения рассматриваемой задачи.

2.1.1. Алгоритм и его свойства

Алгоритм – это последовательность арифметических, логических и прочих операций, необходимых для выполнения на ЭВМ.

Для получения правильного результата алгоритм должен быть составлен так, чтобы при его исполнении все команды трактовались однозначно. Поэтому появились обязательные требования, которые должны учитываться при составлении алгоритмов. Требования формулируются в виде свойств.

Основные свойства алгоритмов:

1. Универсальность (массовость) – применимость алгоритма к различным наборам исходных данных.
2. Дискретность – процесс решения задачи по алгоритму разбит на отдельные действия.
3. Однозначность (детерминированность) – правила и порядок выполнения действий алгоритма имеют единственное толкование.
4. Конечность – каждое из действий и весь алгоритм в целом обязательно завершаются.
5. Результативность – по завершении выполнения алгоритма обязательно получается конечный результат.
6. Выполнимость – алгоритм достигает результата за конечное число шагов.

Алгоритм должен быть всегда результативным, иметь свойство повторяемости и должен быть рассчитан на конкретного исполнителя. В технике таким исполнителем является ЭВМ. Для обеспечения возможности реализации на ЭВМ алгоритм должен быть описан на языке понятном ЭВМ, то есть на машинном языке. Однако прежде, чем представить алгоритм на языке понятном для ЭВМ (машинном языке), необходимо написать программу с помощью алгоритмического языка программирования.

Алгоритм может быть представлен различными способами:

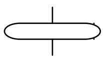
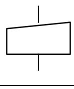
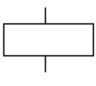
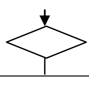
1) словесно;
2) таблично;
3) в виде блок-схемы;
4) на алгоритмическом языке.

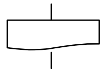
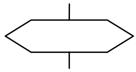
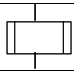
Достаточно распространенным способом представления алгоритма является его запись на алгоритмическом языке, представляющем в общем случае систему обозначений и правил для единообразной и точной записи алгоритмов и их исполнения, т.е. запись в виде программы.

2.1.2. Таблица блоков

Предпочтительнее до записи на алгоритмическом языке представить алгоритм в виде блок-схемы. Для построения алгоритма в виде блок-схемы необходимо знать назначении каждого из блоков. В табл. 15 представлены типы блоков и их назначение.

Таблица 15

№	Блок	Назначение блока	Комментарий {блоку соответствует оператор}
1		Начало или конец блок-схемы	-
2		Ввод данных с клавиатуры	ввода
3		Процесс (в частности вычислительный)	присваивания
4		Решение	условия

№	Блок	Назначение блока	Комментарий {блоку соответствует оператор}
5		Вывод	вывода
6		Модификатор цикла	цикла
7		Типовой процесс	процедура, функция

Примечание. В блок-схемах ввод и вывод могут изображаться в виде параллелограмма.

2.1.3. Основные типы алгоритмов

Алгоритмизация выступает как набор определенных практических приёмов, особых специфических навыков рационального мышления в рамках заданных языковых средств. Алгоритмизация вычислений предполагает решение задачи в виде последовательности действий, т.е. решение, представленное в виде блок-схемы. Можно выделить типичные алгоритмы. К ним относятся:

1. Линейные алгоритмы.
2. Разветвляющиеся алгоритмы.
3. Циклические алгоритмы.

Линейный алгоритм является наиболее простым. В нем предполагается последовательное выполнение операций. В этом алгоритме не предусмотрены проверки условий или повторений, т.е. циклы.

Пример 1. Вычислить функцию $z = x + y^2$. При выполнении линейного алгоритма значения переменных подставляются в заданную функцию, и вычисляется результат.

Линейный алгоритм может быть задан без словесного описания, только в виде перечисления операций.

Пример 2. В результате работы линейного алгоритма:

$k{:} = 8;$

$m{:} = k+2;$

$n{:} = k+m;$

$k{:} = n - 2*k;$

$m{:} = k + n.$

Найти значение переменной m.

В результате работы линейного алгоритма $m = 20$.

Пример 3. В результате работы линейного алгоритма:

z = 88;

y = z - 38;

z = y/2; y: = y/z;

Переменные *y, z* приняли значения: *y* = 2, *z* = 25.

В примерах 2,3 даётся последовательность выполнения арифметических операций.

Разветвляющийся алгоритм предполагает проверку условий для выбора решения. Соответственно в алгоритме появятся две ветви для каждого условия.

Пример 4. Найти максимальное значение из трёх различных целых чисел, введенных с клавиатуры.

Решение. Данный алгоритм предполагает проверку условия. Для этого выбирается любая из трёх переменных и сравнивается с другими двумя. Если она больше, то поиск максимального числа окончен. Если условие не выполняется, то сравниваются две оставшиеся переменные. Одна из них будет максимальной.

Циклический алгоритм предусматривает повторение одной операции или нескольких операций в зависимости от условия задачи.

Пример 5. В цикле вычислить значение одной и той же функции *z = x*y* при условии, что одна из переменных данной функции *x* меняется в каждом цикле на единицу, а другая переменная *y* не меняется и может быть любым целым числом. В результате выполнения цикла при начальных переменных равных единице можно получить таблицу умножения.

Циклический алгоритм может быть задан в виде словесного описания.

Пример 6. Найти сумму значений переменной *P*, полагая, что начальное значение этой переменной равно нулю, т.е. *P* = 0. В каждом цикле переменная изменяется на 2, т.е. *P* = *P* + 2. Количество циклов равно 5. В результате данного алгоритма переменная *P* будет равна *P* = 10.

В следующем примере алгоритм задачи приближен к блок-схеме. Вместо графических блоков даётся словесное описание каждого действия.

Пример 7. Пусть заданы начальные значения переменных:

x: = 1; y: = 5.

Начало цикла;

пока $y > x$

$y := y - x$;

конец цикла.

Определить количество циклов и значения переменных x, y после выхода из цикла.

Решение. Цикл выполняется до тех пор, пока выполняется условие $y > x$. Так как $y := 5$, $x := 1$, то условие выполняется, и значение у вычисляется по формуле $y := y - x$.

В результате выполнения первого цикла получим $y := 4$.

Во втором цикле условие $y > x$ выполняется, и после выполнения второго цикла получим значение $y = 3$.

В третьем цикле условие $y > x$ выполняется, и после выполнения цикла получим значение $y = 2$.

В четвёртом цикле условие $y > x$ выполняется, и после выполнения цикла получим значение $y = 1$.

При значениях $y := 1$, $x := 1$ условие $y > x$ не выполняется, цикл не будет выполняться. Следовательно, в примере 2 выполнится четыре цикла.

На выходе из цикла значения переменных будут равны $y := 1$, $x := 1$.

Охарактеризовав основные типы алгоритмов, можно сделать вывод, что рассмотренные примеры являются алгоритмами, которые представлены словесно или в виде перечисления арифметических операций. Эти примеры очень простые, поэтому их словесно можно описать кратко. При усложнённых условиях словесное описание становится громоздким, зачастую сложно воспринимаемым и не всегда правильно понятым.

Поэтому оптимальным выбором является представление алгоритма в виде схемы. Для того чтобы все схемы правильно читались, принято унифицировать схемы, давая каждому действию определенный блок.

2.1.4. Блок-схемы основных алгоритмических структур

1. Линейный алгоритм. В примере 1 линейный алгоритм задаётся словесно, графически он даётся в виде схемы на рис. 13 в примере 8, где не требуется описания алгоритма, так как он представляется наглядно.

Блок 2 соответствует вводу данных. Блок 3 представляет арифметическое действие $z = x + y^2$.

Блок 4 выводит результат. Блок 1 в схеме служит в качестве логического начала, а блок 5 –для завершения схемы.

Пример 8.

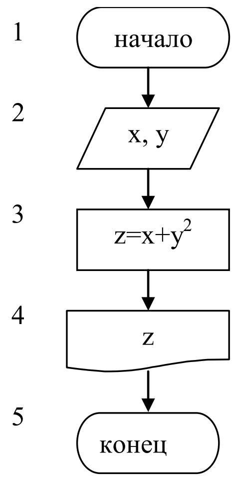


Рис. 13. Блок-схема линейного алгоритма

2. Разветвляющийся алгоритм. Ранее отмечалось, что разветвляющиеся алгоритмы предполагают проверку условий для выбора решения.

В примере 9 рассматривается разветвляющийся алгоритм, где в зависимости от условия выбирается один из возможных вариантов решений. Алгоритм представляется в виде блок-схемы.

Пример 9. При выполнении условия $x > 0$ вычисляется функция: $z = lnx + y$, иначе, а именно, когда $x = 0$ или $x < 0$, вычисляется функция: $z = x + y^2$.

На рис. 14 представлен разветвляющийся алгоритм, где в зависимости от условия выполнится одна из веток.

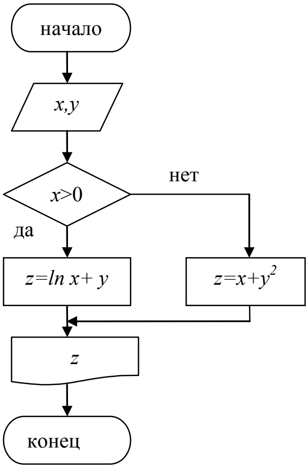


Рис. 14. Блок-схема разветвляющегося алгоритма

3. Циклический алгоритм. Циклическая структура в виде блок-схемы представлена в примере 10.

Пример 10. Составить в виде блок-схемы циклический алгоритм примера 7.

Пусть заданы начальные значения переменных:

x: = 1; y: = 5.

Начало цикла;

пока y > x

y: = y – x;

конец цикла.

Определить количество циклов и значения переменных x, y после выхода из цикла.

Решение. Условие проверяется на входе в цикл. В теле цикла выполняется два блока:

1) $y = y - x$;

2) вывод значений переменных x, y.

Блок-схема циклического алгоритма примера 7 приводится на рис. 15.

Цикл выполняется до тех пор, пока выполняется условие $y > x$. При условии равенства этих переменных $y = x$ или $y < x$ цикл заканчивается.

Из циклических алгоритмов выделяют два типа:

1. С заданным количеством циклов или со счётчиком циклов;
2. С неизвестным количеством циклов.

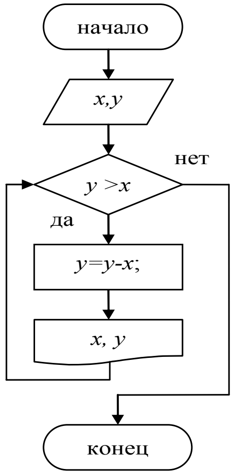


Рис. 15. Блок-схема циклического алгоритма с предусловием

Циклический алгоритм со счётчиком циклов представлен в примере 11.

Пример 11. Построить блок-схему ранее рассмотренной задачи, в которой задано количество циклов – n.

В цикле вычислить значение функции $z = x*y$ при условии, что одна из переменных x меняется в каждом цикле на единицу, а другая переменная y – не меняется и может быть любым целым числом. В результате выполнения цикла при начальных переменных равных единице можно получить таблицу умножения. Алгоритм этой задачи приводится на рис. 8, 6.

Во втором блоке вводятся количество циклов n и любые целые числа x, y.

В третьем блоке указывается диапазон изменения счётчика цикла (от $i = 1$ до $i = n$).

В четвёртом блоке изменяются значения переменных: z, x.

В пятом блоке выводится результат. Четвёртый и пятый блоки повторяются в каждом цикле.

Пока не выполнится заданное количество циклов, повторение тела цикла продолжается.

Блок-схема циклического алгоритма примера 11 даётся на рис. 16.

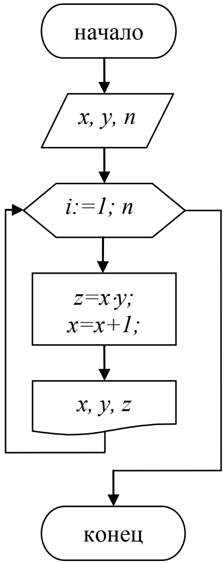


Рис. 16. Блок-схема циклического алгоритма со счётчиком циклов

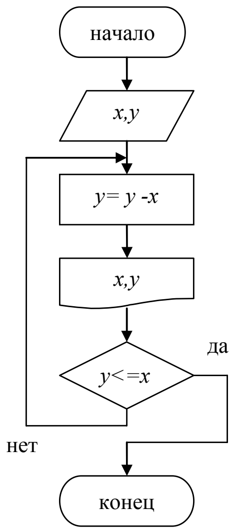


Рис. 17. Алгоритм цикла с постусловием

К циклическим алгоритмам с неизвестным количеством циклов можно отнести алгоритм, представленный на рис. 15. Этот алгоритм называется циклическим алгоритмом с предусловием, так как условие проверяется в начале цикла или на входе в цикл.

Если условие в этой блок-схеме перенести в конец цикла, после вывода на печать, то условие изменится. В этом случае проверяется условие на выход из цикла: $y <= x$. Алгоритм примера 10, если условие перенести в конец цикла, называется алгоритмом цикла с постусловием, изображен на рис. 17.

2.1.5. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Алгоритмизация»

1. Линейный алгоритм

Пример 12. Вычислить и вывести на экран значение функции:

$$Y = sin(x + 30°)/(a + x) + b{\cdot}a.$$

Блок-схема линейного алгоритма примера 12 даётся на рис. 18.

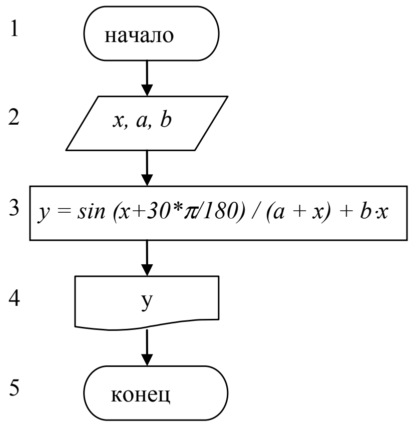


Рис.18. Блок-схема линейного алгоритма

2. Разветвляющийся алгоритм

Пример 13. Если $x > 0$, тогда вычислить:

$$y = lg(x) + (a - d)/(d + b),$$

иначе вычислить:

$$y = sin\ (x)/(a + b) - b/d.$$

Блок-схема разветвляющегося алгоритма примера 13 даётся на рис. 19.

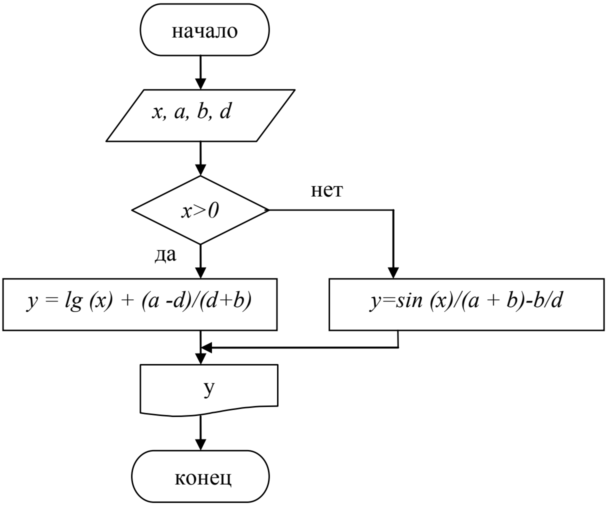


Рис. 19. Блок-схема разветвляющегося алгоритма

В блок-схеме видно, что в зависимости от условия $x > 0$ выполняется одна из ветвей алгоритма. После вычисления выводится результат.

3. Циклический алгоритм

Выполненять задания контрольной работы по теме: «Алгоритмизация. Циклы» по примерам 10, 11, блок-схемы которых представлены на рис. 15, 16.

2.2. Алгебра логики. Операции над высказываниями

2.2.1. Основные понятия алгебры логики

Логика – одна из древнейших наук. Её основателем считается древнегреческий мыслитель Аристотель (384–322 гг. до н. э.), который первым систематизировал формы и правила мышления, обстоятельно исследовал категории: понятие и суждение, подробно разработал теорию умозаключений и доказательств, описал ряд логических операций, сформулировал основные законы мышления.

Продолжение развития логики связано с математической логикой. Основоположником математической логики считается великий математик и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716). Он попытался построить первые логические исчисления: арифметические и буквенно-алгебраические. Но Лейбниц высказал только идею, а развил её окончательно англичанин Джордж Буль (1815–1864). Он вывел для логических построений особую алгебру (алгебру логики). В отличие от обычной логики, в ней символами обозначаются не числа, а высказывания. Алгебра логики (булева алгебра) изучает высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности), и логические операции над ними.

Создание алгебры логики представляло собой попытку решать традиционные логические задачи алгебраическими методами. С появлением теории множеств (70-е годы IX в.) и дальнейшим развитием математической логики (последняя четверть IX в. и первая половина XX в.) предмет алгебры логики значительно изменился. Основным предметом алгебры логики стали высказывания.

Высказыванием в математике называют предложение, относительного которого имеет смысл вопрос истинности или ложности его.

В логике считают, что из двух данных предложений можно образовать новые предложения, используя для этого слова: «и, или, если..., то», которые называют логическими связками. Предложения, образованные из других предложений с помощью логических связок, называют составными. Выделяют пять основных логических связок, которые позволяют получить новые высказывания:

1. Отрицание – это высказывание, которое получается из данного высказывания A с помощью слова *не*. Отрицание обозначается $\overline{A}$. Высказывание A=«студент сдал сессию». Высказывание $\overline{A}$ =«студент не сдал сессию».

2. Конъюнкция высказываний A и B – это высказывание $A \wedge B$, которое истинно, когда оба высказывания истинны, и высказывание $A \wedge B$ ложно, когда хотя бы одно из этих высказываний ложно. Конъюнкция получается из двух данных высказываний A и B с помощью союза *и*.

Пример 1. Высказывание A= «студент сдаёт сессию без троек, двоек». Высказывание B= «студент получает стипендию».

Конъюнкцией высказываний A и B будет высказывание $A \wedge B$=«студент сдаёт сессию без троек, двоек и студент получает стипендию».

3. Дизъюнкция высказываний A или B – это высказывание $A \vee B$, которое истинно, когда истинно хотя бы одно из этих высказываний, и высказывание $A \vee B$ ложно, когда оба высказывания ложны. Дизъюнкция получается из двух данных высказываний *A, B* с помощью союза *или*.

Пример 2. Для высказываний *A* и *B* примера 1 дизъюнкция имеет вид: $A \vee B$=«студент сдаёт сессию без троек, двоек или студент получает стипендию или то и другое».

4. Импликация образуется из двух данных высказываний *A* и *B* с помощью слов *если..., то...*. Импликация обозначается: $A \Rightarrow B$ (*если A, то B*).

Пример 3. Для высказываний *A* и *B* примера 1 импликация имеет вид: $A \Rightarrow B$ = «если студент сдаёт сессию без троек, двоек, то студент получает стипендию».

5. Эквиваленция образуется из двух данных высказываний *A* и *B* с помощью слов *тогда и только тогда, когда...*.

Эквиваленция обозначается $A \Leftrightarrow B$.

Пример 4. Для высказываний *A* и *B* примера_1 эквиваленция имеет вид $A \Leftrightarrow B$= «студент сдаёт сессию без троек, двоек тогда и только тогда, когда студент получает стипендию».

Пример 5. Эквиваленция из высказываний *B* и *A* примера_4 будет $B \Leftrightarrow A$=«студент получает стипендию тогда и только тогда, когда студент сдаёт сессию без троек, двоек».

В математической логике не рассматривается конкретное содержание высказывания, важно только, истинно оно или ложно. Поэтому высказывания можно представить некоторой переменной величиной, значением которой может быть только «0» или «1». Если высказывание истинно, то его значение равно «1», если ложно, то равно «0».

2.2.2. Логические операции

Истинность новых высказываний определяются только истинностью входящих в них высказываний. Построение из данных высказываний (или из данного высказывания) нового высказывания называется логической операцией. Знаки логических операций называются логическими связками. Логические связки могут быть: одноместными (унарными), двухместными (бинарными), трёхместными (тернарными) и т.д.

В табл. 16 приведены основные логические операции (связки).

Приоритет связок соответствует номеру в табл. 16.

Таблица истинности для основных бинарных логических операций представлена в табл. 17.

Таблица 16

№	Операция	Обозначение			Пример	Коммент.
		Матеем. логика	Логика выска-зыв.	Ин-форм.		
1	Отрицание	$(\neg)$ или $\overline{\mathrm{A}}$	Не	NOT	$\overline{\mathrm{A}}$	унарная операция
2	Конъюнкция	$\wedge$ умножение	И	AND	$A \wedge B$; $(A \cdot B)$	бинарная операция
3	Дизъюнкция	$\vee$ сложение	или	OR	$A \vee B$; $(A+B)$	бинарная операция
4	Импликация	$\Rightarrow$	если ..., то ...	IMP	$A \Rightarrow B$	бинарная операция
5	Эквиваленция	$\Leftrightarrow$; $(\sim)$	равнозначно	EQV	$A \Leftrightarrow B$	бинарная операция
6	Антиконъюнкция	$\mid$ (штрих Шеффера)	и-не		$A \mid B$	бинарная операция
7	Антидизъюнкция	$\downarrow$ (стрелка Пирса)	или-не		$A \downarrow B$	бинарная операция
8	Исключающее «или»	$\otimes$		XOR	$A \otimes B$	бинарная операция

Таблица 17

№	Высказывания		Наименование операции						
			Конъюнкция	Дизъюнкция	Импликация	Исключающее «или»	Эквиваленция	Антиконъюнкция	Антидизъюнкция
	X	Y	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\otimes$	$\Leftrightarrow$	$\mid$	$\downarrow$
			AND	OR	IMP	XOR	EQV	«и-не»	«или-не»
1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
2	1	0	0	1	0	1	0	1	0
3	0	1	0	1	1	1	0	1	0
4	0	0	0	0	1	0	1	1	1

Истинность или ложность получаемых таким образом высказываний зависит от истинности и ложности исходных высказываний и соответствующей трактовки связок как операций над высказываниями. В алгебре логики логические операции чаще всего описываются при помощи таблиц истинности.

Переменная, значениями которой являются высказывания, называется пропозициональной переменной.

Правила сокращения записей в пропозициональных формулах:

Вместо $\neg A$ пишут $\overline{A}$;
вместо $A1$ и $A2$ пишут $A1 \wedge A2$ или $(A1 \cdot A2)$;
вместо $A1$ или $A2$ пишут $A1 \wedge A2$ или $(A1+A2)$;
внешние скобки опускаются.

2.2.3. Пример выполнения задания контрольной работы по теме «Алгебра логики»

Пример 1. Составить таблицу истинности для данной формулы:

$$P = ((x \Rightarrow z) \mid ((x \wedge y) \Leftrightarrow (y \wedge z))) \downarrow (\neg y \vee \neg x).$$

Таблица 18

x	y	z	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{y} \vee \overline{x}$	$x \Rightarrow z$	$x \wedge y$	$y \wedge z$	$(x \wedge y) \Leftrightarrow (y \wedge z)$	$(x \Rightarrow z) \mid ((x \wedge y) \Leftrightarrow (y \wedge z))$	P
Входные данные (дано)			номер логической операции с учётом приоритета								
			1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1

Примечание.

1. Каждую операцию следует включить в таблицу истинности вида 18.
2. Нельзя в одном столбце выполнять более одной операции.
3. При выполнении задания следует учесть последовательность выполнения действий с учётом их приоритета, согласно которому в первую очередь выполняются операции в скобках. Из логических операций вначале выполняется отрицание, затем конъюнкция и т.д., как указано в табл. 16. В табл. 18 последовательность выполнения действий отражается в третьей строке номером логической операции с учётом приоритета.
4. Формула в задании может быть записана с учётом сокращений в виде $((x \to z) | ((x \cdot y) \sim (y \cdot z))) \downarrow (\neg y + \neg x)$.

Решение.

1. Построить табл. 18, где первые три столбца относятся к разделу «Дано».
2. Остальные столбцы относятся к разделу «Решение».
3. Посчитать количество операций с учётом их приоритета.
4. В данном задании всего должно быть выполнено 9 операций.

5. Под каждую операцию выделяется в таблице истинности (табл. 18) столбец с указанием номера с 1-9.
6. Согласно приоритету в первую очередь выполняются операции в скобках.
7. Так как в последней скобке операции «отрицание», предпочтительно их сразу записать. Поэтому первые три столбца с номерами 1, 2, 3 отражают операции в последней скобке.
8. Затем выполняются операции во внутренних скобках слева направо, которые приведены в столбцах с номерами 4, 5, 6.
9. В столбце 7 выполняется операция во вложенных скобках.
10. В столбце 8 выполняется операция во внешних скобках.
11. В столбце 9 выполняется операция «↓» антидизъюнкция.

В таблице истинности приводится решение примера 6.

2.3. Обзор программного обеспечения

2.3.1. Служебные приложения Windows XP

Windows XP имеет служебные приложения, которые предназначены для обслуживания персонального компьютера и операционной системы. Эти программы поставляются в составе операционной системы и устанавливаются вместе с ней. Служебные приложения Windows XP можно найти по адресу: Пуск/Программы/Стандартные/Служебные, приводятся в табл. 19.

Таблица 19

№	Вид служебного приложения	Назначение служебного приложения
1	Буфер обмена	Приложение предназначено для просмотра информации, которая содержится внутри области памяти, именуемой «Буфер обмена», позволяет сохранить её в виде файла формата: *.CLP или загрузить
2	Дефрагментация диска	Предназначено для повышения эффективности работы жёсткого диска путём перекомпановки файлов с целью устранения фрагментированности файловой структуры. В результате упрощается доступ к файлам и возрастает эффективность работы компьютера

№	Вид служебного приложения	Назначение служебного приложения
3	Сведения о системе	Специальный пакет программных средств, содержащий сведения о настройках операционной системы Windows XP, её приложений, отображает текущие сведения о системе. Позволяет провести диагностику компьютера с удалённого сервера. Пакет предназначен для специалистов по ремонту ПК
4	Таблица символов	Специальные символьные наборы с элементами оформления текстовых документов. Открывается через меню: Вставка/ Символ. Позволяет ввести отсутствующие на клавиатуре символы
5	Мастер переноса файлов и параметров	Переносит файлы и настройки с одного компьютера на другой. Позволяет сэкономить время и автоматизировать процесс переноса данных, перенести личные настройки: характеристики экрана рабочего стола, параметры папок
6	Очистка диска	Очистка диска от ненужных файлов
7	Восстановление системы	Позволяет восстановить безошибочную работу операционной системы в случае повреждения каких-либо системных файлов. Для этого необходимо создать контрольные точки, содержащие сведения о состоянии системы и копии важных системных файлов. Операционная система автоматически создаёт контрольные точки. Программа восстанавливает систему на момент создания выбранной контрольной точки
8	Назначенные задания	Позволяет назначить расписание для автоматического выполнения заданий на компьютере
9	Центр обеспечения безопасности	Настройка безопасности и доступ к параметрам защиты компьютера
10	Проверка диска	Проверка системной области и области данных. Делает проверку поверхности на запись, исправляет ошибочные секторы
11	Архивация данных	Создаёт архивные копии данных для предотвращения случайной утраты данных

Служебные приложения Windows XP позволяют находить и устранять дефекты файловой системы, оптимизировать настройки программного и аппаратного обеспечения, автоматизировать операции по обслуживанию компьютера.

2.3.2. Служебное программное обеспечение Windows XP

Кроме служебных приложений, которые поставляются в составе операционной системы и устанавливаются вместе с ней, имеется служебное программное обеспечение, которое относится к вспомогательным программам (утилитам). Каждая из этих программ имеет своё назначение. Основные виды вспомогательных программ служебного программного обеспечения представлены в табл.20.

Таблица 20

№	Виды служебных программ	Назначение служебных программ	Представители служебных программ
1	Программы-архиваторы	Позволяют за счет применения специальных алгоритмов упаковки информации сжимать информацию на дисках, т.е. создавать копии файлов меньшего размера, а также объединять копии нескольких файлов в один архивный файл. Применение программ-архиваторов очень полезно при создании архива файлов, так как в большинстве случаев значительно удобнее их хранить, предварительно сжав программами-архиваторами.	Представители данных программ –WinRar и WinZip.
2	Программы для создания резервных копий информации	Позволяют периодически копировать важную информацию, находящуюся на жёстком диске компьютера, на дополнительные носители.	Представители программ резервного копирования – APBackUp, Acronis True Image.
3	Антивирусные программы	Предназначены для предотвращения заражения компьютерными вирусами и ликвидации последствий заражения вирусом.	Представители антивирусного семейства программ – Kaspersky Antivirus, DrWeb, Norton Antivirus.

№	Виды служебных программ	Назначение служебных программ	Представители служебных программ
4	Коммуникационные программы	Предназначены для организации обмена информацией между компьютерами. Эти программы позволяют удобно пересылать файлы с одного компьютера на другой при соединении кабелем их последовательных портов. Другой вид таких программ обеспечивает возможность связи компьютеров по телефонной сети (при наличии модема). Они дают возможность посылать и принимать телефаксные сообщения.	Представители коммуникационных программ –Venta Fax, Cute FTP.
5	Программы для диагностики компьютера	Позволяют проверить конфигурацию компьютера (количество памяти, ее использование, типы дисков и т. д.), проверить работоспособность устройств компьютера, оценить его производительность	Представители программ диагностики компьютеров – Sisoft Sandra, Norton System Information.
6	Программы для оптимизации дисков	Позволяют обеспечить более быстрый доступ к информации на диске за счет оптимизации размещения данных на диске. Эти программы перемещают все участки каждого файла друг к другу (устраняют фрагментацию), собирают все файлы в начале диска и т.д., за счет чего уменьшается число перемещений головок диска (т.е. ускоряется доступ к данным) и снижается износ диска.	Представители программ для оптимизации дисков - Norton Disk Doctor, Microsoft Scandisk.
7	Программы для печати экрана	Полезны при использовании графических программ для вывода на печать содержимого экрана, так как отнюдь не всегда это можно сделать с помощью самой графической программы.	Представители программ для печати экрана – SnagIt, HyperSnap-DX.

2.3.3. Прикладное программное обеспечение (ППО)

Прикладное программное обеспечение – это комплекс программ для решения задач определённого класса конкретной предметной области. Прикладные программы предназначены для того, чтобы обеспечить применение вычислительной техники в различных областях деятельности человека.

Прикладное программное обеспечение подразделяется на программные средства:

1. Общего назначения (текстовые, табличные, графические редакторы, СУБД).
2. Специального назначения (авторские, экспертные, гипертекстовые, мультимедиа системы).
3. Профессионального назначения (САПР, АСУ, АСУ ТП, т.д.).

Основные виды прикладного программного обеспечения общего назначения приводятся в табл. 21.

Таблица 21

№	Вид прикладной программы	Назначение прикладной программы
1.	Редакторы документов	Наиболее широко используемый вид прикладных программ. Они позволяют подготавливать документы гораздо быстрее и удобнее, чем с помощью пишущей машинки. Редакторы документов позволяют использовать различные шрифты символов, абзацы произвольной формы, автоматически переносят слова на новую строку, позволяют делать сноски, включать рисунки, автоматически нумеруют страницы и сноски и т.д. Представители редакторов документов – программы Microsoft Word, Wordpad, Notepad (блокнот).
2	Табличные процессоры	Все распространенные табличные процессоры позволяют вычислять значения элементов таблиц по заданным формулам, строить по данным в таблицах различные графики и т.д. Представители семейства табличных процессоров Microsoft Excel, Quatro Pro.

№	Вид прикладной программы	Назначение прикладной программы
3	Графические редакторы	Позволяют создавать и редактировать рисунки. В простейших редакторах предоставляются возможности рисования линий, кривых, раскраски областей экрана, создание надписей различными шрифтами и т.д. Большинство редакторов позволяют обрабатывать изображения, полученные с помощью сканеров. Представители графических редакторов – программы Adobe Photoshop, Corel Draw, Paint.
4	Правовые базы данных	Содержат тексты нормативных документов и предоставляют возможности справки, контекстного поиска, распечатки и т.д. Представители правовых баз данных – пакеты Гарант и Консультант +.
5	Системы автоматизированного проектирования	САПР позволяют осуществлять черчение и конструирование различных предметов и механизмов с помощью компьютера. Среди систем малого и среднего класса в мире наиболее популярна система AutoCad фирмы AutoDesk. Отечественный пакет с аналогичными функциями – Компас.
6	Системы управления базами данных	СУБД позволяют управлять большими информационными массивами - базами данных. Программные системы этого вида позволяют обрабатывать на компьютере массивы информации, обеспечивают ввод, поиск, сортировку выборку записей, составление отчетов и т.д. Представители данного класса программ – Microsoft Access, Clipper, Paradox.
7	Интегрирован-ные системы	Сочетают в себе возможность системы управления базами данных, табличного процессора, текстового редактора, системы деловой графики, а иногда и другие возможности. Как правило, все компоненты интегрированной системы имеют схожий интерфейс, что облегчает обучение работе с ними. Представители интегрированных систем – пакет Microsoft Office и его бесплатный аналог Open Office.
8	Бухгалтерские программы	Предназначены для ведения бухгалтерского учета, подготовки финансовой отчетности и финансового анализа деятельности предприятий. Из-за несовместимости отечественного бухгалтерского учета с зарубежным расчётом в нашей стране используются почти исключительно отечественные бухгалтерские программы. Наиболее распространены системы 1С: Предприятие и Инфо-бухгалтер.

Приложение 1

Задания для выполнения контрольной работы по разделу «Математика»

Задание 1. Тема «Операции над множествами»

Дано: универсальное множество U. Универсальное множество состоит из 10 цифр $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Заданы множества A, B, C, D (табл. 22).

Найти:

1. Множества X и Y.
2. Вычислить мощность (количество элементов во множествах) множеств X и Y.

Таблица 22

Задание 1.1. Тема «Операции над множествами»

Вариант 1 A={1,5,7}, B={2,8}, C={2,7}, D={2.5,9}, $X = (A \cup B) \cap (\overline{C} \setminus D)$, $Y = (A \setminus \overline{D}) \cup (C \cap B)$	**Вариант 2** A={8,4,7,2,5}, B={1,5,3,8}, C={4,8,0}, D={1,0,5,8}, $X = (A \setminus B) \cup (\overline{C} \cap D)$ $Y = (A \setminus \overline{D}) \cap (C \cup B)$	**Вариант 3** A={5,1,9,6}, B={8,6,3}, C={7,4,5,1}, D={1,3,7}, $X = (A \setminus \overline{C}) \cup (B \setminus D)$ $Y = (A \cup B \cap C) \cup (C \setminus \overline{D})$
Вариант 4 A={7,8,1,3}, B={2,9}, C={3,8,2}, D={6,9,3}, $X = (A \cup B) \cap (C \setminus D)$ $Y = (A \cap \overline{D}) \cup (C \setminus B)$	**Вариант 5** A={9,4,1,6}, B={3,8,1}, C={2,7,4}, D={6,7.8}, $X = (A \setminus B) \cup (\overline{C} \cap D)$ $Y = (A \cap B) \cup (C \setminus \overline{D})$	**Вариант 6** A={5,2,7,0}, B={1,3}, C={6,3,9}, D={5,7,6}, $X = (A \cup B) \cap (D \setminus C)$ $Y = (A \cap \overline{D}) \cup (\overline{C} \setminus B)$
Вариант 7 A={2,8,4,7}, B={3,7}, C={5,3,8}, D={6,3,9,2}, $X = (A \setminus \overline{C}) \cup (B \cap D)$ $Y = (A \cap D) \cup (C \setminus \overline{B})$	**Вариант 8** A={3,9,1,0,4}, B={7,0,5,1}, C={2,8,5,3}, D={6,1,8,5}, $X = (A \setminus \overline{B}) \cup (C \cap D)$ $Y = (A \cap B) \setminus (\overline{C} \cup D)$	**Вариант 9** A={6,1,8,0,3}, B={2,7,3,1}, C={7,1,9}, D={2,8,7}, $X = (A \cup B) \cap (C \setminus \overline{D})$ $Y = (A \cap D) \cup (\overline{C} \setminus B)$

Вариант 10 A={8,1,3,7,4}, B={4,1,9}, C={3,7,2}, D={9,2,6}, $X=(A\setminus B)\cup(C\cap\overline{D})$ $Y=(\overline{A}\cap B)\setminus(C\cup D)$	**Вариант 11** A={9,3,4,5}, B={5,8,1}, C={8,3,7}, D={7,1,9}, $X=(A\cup B)\cap(\overline{D}\setminus C)$ $Y=(A\cap D)\cup(\overline{C}\setminus B)$	**Вариант 12** A={4,7,1,0,2}, B={1,0,9,4}, C={7,5,9}, D={4,9,1}, $X=(A\setminus B)\cup(\overline{C}\cap D)$ $Y=(A\cap B)\cup(C\setminus\overline{D})$
Вариант 13 A={4,1,8,3,9}, B={6,2,8,1}, C={4,1,9,6}, D={6,4,9}, $X=(A\cup\overline{D})\cap(B\setminus C)$ $Y=(A\cap B)\setminus(\overline{C}\cup D)$	**Вариант 14** A={9,1,6,3,7}, B={9,4,7,8}, C={7,1,0,3}, D={2,9,1,6}, $X=(A\cap\overline{D})\cup(C\setminus B)$ $Y=(A\cap B)\setminus(C\cup D)$	**Вариант 15** A={7,3,1,8,2}, B={3,7,1}, C={8,2,6}, D={7.2.5}, $X=(A\cap C)\cup(B\setminus\overline{D})$ $Y=(A\setminus D)\cap(\overline{C}\setminus B)$
Вариант 16 A={3,9,1,6,2}, B={2,4,6}, C={3,6,9}, D={1,3,8}, $X=(\overline{D}\setminus B)\cap(C\cup A)$ $Y=(A\cap D)\cup(\overline{C}\setminus B)$	**Вариант 17** A={3,7,0,4,8}, B={1,4,7,0}, C={9,3,6}, D={4,0,3,8}, $X=(A\cap B)\setminus(D\cup\overline{C})$ $Y=(A\setminus\overline{D})\cup(C\cap B)$	**Вариант 18** A={2,7,1,8,6}, B={7,3,5}, C={1,0,6,7}, D={9,2,6}, $X=(B\cap\overline{C})\cup(A\setminus D)$ $Y=(A\cap\overline{D})\cup(C\setminus B)$
Вариант 19 A={3,9,1,8,0}, B={6,1,9}, C={5,1,0}, D={2,9,8}, $X=(A\cup B)\cap(D\setminus\overline{C})$ $Y=(A\cap\overline{D})\cup(C\setminus B)$	**Вариант 20** A={8,4,3,7,5}, B={4,6,9}, C={7,9,1}, D={4,8,2}, $X=(A\setminus\overline{C})\cup(D\cap B)$ $Y=(\overline{D}\cap B)\cup(C\setminus A)$	**Вариант 21** A={6,0,1,9,5}, B={1,3,5,9}, C={4,1,9}, D={9,3,6}, $X=(A\setminus B)\cup(\overline{C}\cap D)$ $Y=(A\cap B)\cup(C\setminus\overline{D})$
Вариант 22 A={5,3,8}, B={6,3,8}, C={1,2,8,5}, D={3,8,4,1}, $X=(A\cap C)\setminus(\overline{D}\cup B)$ $Y=(\overline{C}\cap D)\cup(A\setminus B)$	**Вариант 23** A={6,1,9}, B={9,2,7}, C={2,7,1}, D={9,0,2}, $X=(A\setminus B)\cup(\overline{D}\cap C)$ $Y=(A\cap B)\setminus(\overline{C}\cup D)$	**Вариант 24** A={4,2,8,5}, B={8,5,9}, C={3,8,1}, D={5,2,8}, $X=(A\cup\overline{B})\cap(C\setminus D)$ $Y=(A\cap B)\cup(C\setminus\overline{D})$

Вариант 25 A={4,7,9,0}, B={3,8,0,4}, C={6,9,2,3,8}, D={7,8,3,0}, $X=(A\setminus B)\cap(\overline{C}\cup D)$ $Y=(A\cap\overline{D})\cup(C\setminus B)$	**Вариант 26** A={8,2,0,1}, B={6,9,2,8}, C={7,2,9}, D={2,8,5,0}, $X=(A\setminus D)\cap(\overline{C}\cup B)$ $Y=(A\cap B)\cup(C\setminus\overline{D})$	**Вариант 27** A={9,5,1,3}, B={3,1,9,5}, C={8,4,2,5}, D={6,3,9}, $X=(A\setminus C)\cup(\overline{D}\cap B)$ $Y=(A\cap D)\cup(\overline{C}\setminus B)$
Вариант 28 A={6,1,9,3}, B={6,9,3}, C={1,7,3}, D={7,3,9}, $X=(A\setminus C)\cup(\overline{D}\cap B)$ $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$	**Вариант 29** A={3,8,5,1}, B={7,3,8}, C={5,0,1,7}, D={7,3,9,2,0}, $X=(A\setminus B)\cup(\overline{D}\cap C)$ $Y=(A\cap B)\setminus(\overline{C}\cup D)$	**Вариант 30** A={9,0,2,6}, B={5,3,8,0,2} C={2,7,1,6}, D={3,9,2}, $X=(A\cup\overline{B})\cap(C\setminus D)$ $Y=(A\cap B)\cup(\overline{D}\setminus C)$

Задание 1.2. Тема «Геометрическая интерпретация операций над множествами»

Дано: множества *A, B, C, D* (см. задание 1.1).

Найти: нарисовать диаграммы Эйлера для каждой операции, выполняемой для получения множеств *X, Y* задания 1.1.

Задание 2. Тема «Комбинаторика»

Вариант 1. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 8, 1, 2, 3, 5, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?

Вариант 2. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?

Вариант 3. Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?

Вариант 4. Используя буквы из слова “ECXEL”, составляют слова, переставляя буквы. Таким образом, можно получить *N* слов. Найти *N*.

Вариант 5. Используя буквы из слова “WORD”, составляют слова, переставляя буквы. Таким образом, можно получить *N* слов. Найти *N*.

Вариант 6. Используя буквы из слова “STUDENT”, составляют слова, переставляя буквы. Таким образом, можно получить *N* слов. Найти *N*.

Вариант 7. Группу из 9 человек надо расселить в три трехместные комнаты. Существует *N* вариантов расселения. Найти *N*.

Вариант 8. Имеется 12 цветных карандашей, их надо разделить между тремя детьми, так, чтобы каждому досталось по 4 карандаша. Это можно сделать N способами. Найти N.

Вариант 9. Из группы, состоящей из 10 студентов, надо выбрать 3 делегата. Это можно сделать N способами. Найти N.

Вариант 10. В вазе 11 различных конфет, берут 2. Число вариантов взять две конфеты из вазы равно N. Найти N.

Вариант 11. Дан набор цветных карандашей из 12 различных цветов. Берут 2 карандаша. Таким образом, можно подобрать пару N способами. Найти N.

Вариант 12. Сколько различных слов, содержащих три символа, можно записать из букв *о, п, в, с, р* при условии, что ни одна буква не повторяется.

Вариант 13. Дан набор разных цветов фломастеров из 8 штук. Из набора берут 3 фломастера. Такую тройку можно составить N способами. Найти N.

Вариант 14. Сколькими способами можно выбрать три лица на три различные должности из десяти кандидатов?

Вариант 15. Сколькими различными способами могут разместиться на скамейке 6 человек?

Вариант 16. Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 9, 1, 7, 8, 2 при условии, что ни одна цифра не повторяется.

Вариант 17. Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 6,3,8,2 при условии, что ни одна цифра не повторяется.

Вариант 18. Сколько различных слов, содержащих три разных символа, можно составить из букв слова: ЭКЗАМЕН.

Вариант 19. Найти число сочетаний из пяти букв *a, b, c, d* по 3 буквы при условии, что ни одна из них не повторяется.

Вариант 20. Сколькими различными способами можно составить разведывательную группу из 3-х солдат, если имеется 12 солдат?

Вариант 21. Надо рассадить на пяти партах 10 детей. Определить количество вариантов размещения, если на одной парте можно посадить по два школьника.

Вариант 22. Надо рассадить на одной скамейке 5 детей. Сколькими способами это можно сделать?

Вариант 23. Надо разместить в шести клетках шесть разных гласных букв. Сколькими способами это можно сделать?

Вариант 24. Определить количество возможных вариантов составить текст из 2 страниц, выбирая их из 7 предлагаемых разных страниц.

Вариант 25. В вазе 7 разных роз. Из вазы берут пять роз. Сколько может быть вариантов взять пять роз из вазы?

Вариант 26. Сколько разных трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

Вариант 27. В группе 20 студентов. Необходимо выбрать старосту и его заместителя. Сколькими способами можно образовать эту руководящую двойку, если одно лицо может занимать только один пост?

Вариант 28. В кружке юных экологов 10 школьников. Необходимо избрать председателя кружка, его заместителя, редактора стенгазеты. Сколькими способами можно образовать эту руководящую тройку, если одно лицо может занимать только один пост?

Вариант 29. Сколько различных двухзначных чисел можно записать с помощью цифр 7, 2, 9, 1, 8 при условии, что ни одна цифра не повторяется.

Вариант 30. В конверте 10 разных открыток. Из конверта берут три открытки. Сколько может быть вариантов взять три открытки из конверта?

Задание 3. Тема «Вычисления вероятностей элементарных событий»

Вариант 1

1.1. Относительная частота появления брака 0,06, тогда среди 150 деталей будет обнаружено N бракованных деталей. Найти N.

1.2. В партии из 6 деталей три нестандартные. Найти вероятность того, что среди четырёх взятых наудачу деталей две нестандартные.

Вариант 2

2.1. Набирая номер телефона, абонент забыл одну последнюю цифру и набрал её наудачу. Найти вероятность того, что набрана нужная цифра.

2.2. В коробке семь одинаковых изделий, причём две из них окрашены. Наудачу извлечены три изделия. Найти вероятность того, что среди извлечённых изделий окажется одно окрашенное изделие.

Вариант 3

3.1. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,9. Найти число попаданий, если всего было произведено 100 выстрелов.

3.2. В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей 4 стандартные.

Вариант 4

4.1. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет чётное число очков.

4.2. В корзине 8 яблок, среди них 6 яблок красных и два зелёных. Найти вероятность того, что среди трёх взятых наудачу яблок два красных и одно зелёное.

Вариант 5

5.1. В мешочке имеется 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: *о, п, р, с, т*. Найти вероятность того, что из вынутых по одному и расположенных «в одну линию» кубиков можно будет прочесть слово «спорт».

5.2. В партии из 8 деталей 3 нестандартные. Найти вероятность того, что среди 4 взятых наудачу деталей одна деталь стандартная.

Вариант 6

6.1. Станок-автомат производит изделия трех сортов. Первого сорта – 70%, второго – 10%. Чему равна вероятность того, что наудачу взятое изделие будет второго или третьего сорта?

6.2. В спортивной секции 10 велосипедов, из них пять новых. Наудачу выбраны 4 велосипеда. Найти вероятность того, что среди выбранных велосипедов три новые.

Вариант 7

7.1. В ящике в 5 раз больше красных шаров, чем белыхых. Найти вероятность того, что вынутый наугад шар окажется красным.

7.2. В вазе 7 роз и 2 гладиолуса. Найти вероятность того, что среди пяти выбранных цветов будут четыре розы и один гладиолус.

Вариант 8

8.1. Библиотечка состоит из десяти различных книг, причём пять книг стоят по 40 рублей каждая, три книги – по 20 рублей и две книги – по 30 рублей. Найти вероятность того, что взятая наудачу книга стоит 30 рублей.

8.2. Из 8 видов ручек 5 фиолетовых и 3 красных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наудачу ручек 4 фиолетовые и 2 красные.

Вариант 9

9.1. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

9.2. В группе 10 студентов, из них 3 отличника. На конференции выступают 4 студента из этой группы. Найти вероятность того, что среди делегатов из группы на конференции будут два отличника.

Вариант 10

10.1. При перевозке ящика, в котором содержались 20 стандартных и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причём неизвестно какая. Найти вероятность того, что была утеряна: а) стандартная деталь; б) нестандартная деталь.

10.2. В корзине 4 яблока и 5 персиков. Какова вероятность взять 3 персика и 1 яблоко.

Вариант 11

11.1. Отдел технического контроля обнаружил 5 бракованных изделий в партии из случайно отобранных 100 изделий. Найти вероятность появления бракованных изделий.

11.2. В спортивной секции из 9 мячей шесть футбольных и три волейбольных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу мячей оказалось три футбольных и два волейбольных.

Вариант 12

12.1. В коробке шесть занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлечённых кубиков появятся в возрастающем порядке.

12.2. Из восьми шоколадок три с орехом. Берут четыре. Определить вероятность того, что две шоколадки без ореха.

Вариант 13

13.1. В пачке 20 перфокарт, помеченных номерами 1, 2, ..., 20 и произвольно расположенных. Оператор наудачу извлекает одну карту. Найти вероятность того, что извлечена перфокарта с номером 20.

13.2. В спортивной секции из 8 мячей пять футбольных и три волейбольных. Определить вероятность того, что среди трёх взятых наудачу мячей два футбольных.

Вариант 14

14.1. Какова вероятность того, что вынутая из колоды карта окажется трефовой масти? (В колоде 52 карты, а карт трефовой масти 13.)

14.2. В ящике имеется 9 деталей, среди которых 4 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что среди извлечённых деталей окажутся три неокрашенными.

Вариант 15

15.1. Какова вероятность, что при бросании монеты выпадет герб?

15.2. В ящике 10 деталей, из них 6 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлечённых деталей: одна бракованная.

Вариант 16

16.1. На фабрике в среднем 2,0% изготовленных изделий оказываются неудовлетворяющими стандарту. Найти вероятность того, что наугад взятое изделие этого завода из комплекта 100 единиц окажется качественным.

16.2. Устройство состоит из пяти элементов, из которых два изношены. При включении устройства включаются случайным образом два элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенными элементами.

Вариант 17

17.1. Из колоды карт (36 карт) наугад выбирается одна. Какова вероятность, что выбранная карта – туз?

17.2. В отделе работают шесть мужчин и три женщины. Предлагается выбрать пять делегатов от отдела на конференцию. Найти вероятность того, что среди выбранных делегатов будут две женщины.

Вариант 18

18.1. Отдел технического контроля обнаружил 9 бракованных игрушек в партии из случайно отобранных 1000 игрушек. Найти вероятность появления бракованных игрушек.

18.2. В группе 12 студентов, среди которых 4 отличника. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов два отличника.

Вариант 19

19.1. По цели произведено 20 выстрелов, причём зарегистрировано 18 попаданий. Найти относительную частоту попаданий в цель.

19.2. В коробке пять одинаковых изделий, причём три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлечённых изделий окажется одно окрашенное изделие.

Вариант 20

20.1. Отдел технического контроля обнаружил семь бракованных книг в партии из случайно отобранных 100 книг. Найти относительную частоту появления бракованных книг.

20.2. На складе имеется 15 кинескопов, причём 10 из них изготовлены Самарским заводом. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу кинескопов окажутся три кинескопа Самарского завода.

Вариант 21

21.1. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 приборов.

21.2. В коробке 8 маркеров, причём пять из них чёрных и три синих. Наудачу извлечены четыре маркера. Найти вероятность того, что среди четырех извлечённых маркеров будут два синих.

Вариант 22

22.1. Случайная величина распределена равномерно на отрезке [0, 4]. Определить вероятность попадания в интервал [1, 3].

22.2. В урне 2 синих, 2 красных и один жёлтый шар. Определить вероятность того, что среди взятых наугад трёх шаров будет один красный, один синий и один жёлтый.

Вариант 23

23.1. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,8. Найти число годных приборов, если всего было проверено 1000 приборов.

23.2. В комплекте 7 открыток, из них две без марки. Найти вероятность того, что среди 4 взятых наудачу открыток три с маркой.

Вариант 24

24.1. Автомат производит изделия трех сортов. Первого сорта – 80%, второго – 10%. Чему равна вероятность того, что наудачу взятое изделие будет первого или третьего сорта?

24.2. В урне 3 белых и 3 чёрных шара. Какова вероятность того, что два наудачу выбранных шара имеют разный цвет?

Вариант 25

25.1. На экзамене 40 билетов. Из них 4 студент не знает. Вероятность того, что выбранный билет окажется не подготовленным, равна.

25.2. В комплекте 8 конвертов, из них три без марки. Найти вероятность того, что среди 3 взятых наудачу конвертов два с маркой.

Вариант 26

26.1. В урне 25 белых и 15 чёрных шаров. Какова вероятность того, что вынутый наугад шар окажется белым?

26.2. На полке из 8 книг шесть в переплёте. Какова вероятность того, что среди трёх взятых наудачу книг две в переплёте.

Вариант 27

27.1. Найти вероятность того, что дни рождения у двух случайных людей придутся на один месяц года.

27.2. В урне имеется 5 белых и 4 чёрных шаров. Взяли из урны пять шаров. Какова вероятность того, что из пяти вынутых из урны шаров три окажутся белыми?

Вариант 28

28.1. Двое знакомых приобрели независимо друг от друга билеты на один и тот же поезд. Какова вероятность того, что их места окажутся в одном и том же вагоне, если в поезде 15 пассажирских вагонов?

28.2. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 10 учебников, причём семь из них в твёрдом переплёте. Библиотекарь берёт три учебника. Найти вероятность того, что только один из взятых учебников окажется в твёрдом переплёте.

Вариант 29

29.1. В корзине 10 красных и 15 зелёных яблок. Какова вероятность того, что вынутое наугад яблоко окажется зелёным?

29.2. В урне находится 3 белых и 4 чёрных шара. Какова вероятность того, что из пяти вынутых шаров два шара окажутся белыми?

Вариант 30

30.1. По цели произведено 50 выстрелов, причём зарегистрировано 38 попаданий. Найти относительную частоту попаданий в цель.

30.2. В комплекте 10 конвертов, из них два без марки. Найти вероятность того, что среди трёх взятых наудачу конвертов два с маркой.

Задание 4. Тема «Теория вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей»

Вариант 1. На военных учениях летчик получил задание «уничтожить» 3 рядом расположенных склада боеприпасов противника. На борту самолета одна бомба. Вероятность попадания в первый склад примерно равна 0,4, во второй – 0,2, в третий – 0,3. Любое попадание в результате детонации вызовет взрыв и остальных складов. Какова вероятность того, что склады противника будут уничтожены?

Вариант 2. Зашедший в магазин мужчина что-нибудь покупает с вероятностью 0,1, а зашедшая женщина – с вероятностью 0,6. У прилавка один мужчина и две женщины. Какова вероятность того, что только один что-нибудь купит?

Вариант 3. Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента при включении прибора – 0,1, второго – 0,2. Найти вероятность того, что при включении прибора откажет один элемент.

Вариант 4. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у первого стрелка 0,8, у второго – 0,6, у третьего – 0,7. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадёт только один из стрелков.

Вариант 5. Стрелок попадает в цель в среднем в 6 случаях из 10. Какова вероятность, что, сделав три выстрела, он попадет два раза?

Вариант 6. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у первого стрелка 0,9, у второго – 0,6 , у третьего – 0,7. Найти вероятность того, что при одном залпе попадёт в цель только один стрелок.

Вариант 7. Студент должен сдать два экзамена в сессию. Вероятность сдать первый экзамен p_1 =0,9. Вероятность сдать второй экзамен p_2 =0,6. Какова вероятность, что студент сдаст только один экзамен в сессию.

Вариант 8. Два стрелка, для которых вероятность попадания в мишень равна 0,8 и 0,7, производят по одному выстрелу в мишень. Найти вероятность:

а) двух попаданий в мишень;

б) хотя бы одного попадания в мишень.

Вариант 9. В урне лежат 4 красных и 6 синих шаров. Последовательно вынимают 2 шара без возвращения их обратно. Какова вероятность того, что первый шар будет синим, а второй – красным?

Вариант 10. В первой урне 5 белых и 10 чёрных шаров, а во второй – 6 белых и 9 чёрных. Из обеих урн наудачу извлекают по одному шару. Какова вероятность, что оба шара одного цвета?

Вариант 11. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у первого стрелка 0,7, у второго – 0,5 , у третьего – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе попадут в цель только два стрелка.

Вариант 12. Вероятность того, что студент сдаст экзамен на «отлично» равна 0,7, а его друг – 0,8. Найти вероятность того, что только один студент сдаст экзамен на «отлично».

Вариант 13. В первой урне 6 белых и 14 красных шаров, а во второй – 6 белых и 4 красных. Из обеих урн наудачу извлекают по одному шару. Какова вероятность, что будет только один шар белый?

Вариант 14. Зашедший в магазин мужчина что-нибудь покупает с вероятностью 0,1, а зашедшая женщина – с вероятностью 0,6. У прилавка один мужчина и две женщины. Какова вероятность того, что хотя бы один что-нибудь купит?

Вариант 15. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадает в мишень, равна 0,9. Стрелок произвёл 3 выстрела. Найти вероятность того, что стрелок попал два раза.

Вариант 16. В урне лежат 7 красных и 3 синих шаров. Последовательно вынимают 3 шара без возвращения их обратно. Какова вероятность того, что первый шар будет синим, второй – красным, третий красным?

Вариант 17. В двух ящиках находятся детали: в первом – 10 (из них 3 стандартных), во втором – 15 (из них 6 стандартных). Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

Вариант 18. В студии телевидения 3 телевизионных камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна $p=0,6$. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.

Вариант 19. Для посева берут семена из трёх пакетов. Вероятность прорастания семян в первом пакете равна 0,8, во втором 0,7, в третьем 0,4. Взяли по одному семени из каждого пакета. Найти вероятность того, что семена прорастут только из одного пакета.

Вариант 20. В первой урне 8 белых и 12 красных шаров, а во второй – 7 белых и 3 красных. Из обеих урн наудачу извлекают по одному шару. Какова вероятность, что будет только один шар красный?

Вариант 21. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у первого стрелка 0,7, у второго – 0,5, у третьего –0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадёт в цель только один стрелок.

Вариант 22. Для посева берут семена из трёх пакетов. Вероятность прорастания семян в первом пакете равна 0,8, во втором 0,7, в третьем 0,4. Взяли по одному семени из каждого пакета. Найти вероятность того, что семена прорастут только из двух пакетов.

Вариант 23. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у первого стрелка 0,7, у второго – 0,5 , у третьего – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадёт в цель хотя бы один стрелок.

Вариант 24. Три электрические лампочки последовательно включены в цепь. Вероятность того, что одна (любая) лампочка перегорит, если напряжение в сети превысит номинальное, равна 0,6. Найти вероятность того, что при повышенном напряжении тока в цепи не будет.

Вариант 25. Зашедший в магазин мужчина что-нибудь покупает с вероятностью 0,2, а зашедшая женщина – с вероятностью 0,7. У прилавка один мужчина и две женщины. Какова вероятность того, что только двое что-нибудь купят?

Вариант 26. Вероятность взять нестандартную деталь из первого ящика равна 0,3, а из второго – 0,2. Из каждого ящика взяли по одной детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна, деталь нестандартная.

Вариант 27. Вероятность поражения цели первым стрелком при одном выстреле равна 0,8, а вторым стрелком – 0,6. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком.

Вариант 28. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у первого стрелка 0,7, у второго – 0,5 , у третьего – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадут в цель только два стрелка.

Вариант 29. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие нестандартно, равна 0,1. Найти вероятность того, что: а) из трёх проверенных изделий только одно окажется нестандартным; б) нестандартным окажется только четвёртое по порядку проверенное изделие.

Вариант 30. В первой урне 8 белых и 12 красных шаров, а во второй – 7 белых и 3 красных. Из обеих урн наудачу извлекают по одному шару. Какова вероятность, что будет хотя бы один шар красный?

Задание 5. Тема «Дискретная случайная величина»

Дискретная случайная величина X задана законом распределения (см. табл. № варианта).

1. Построить многоугольник распределения.
2. Найти характеристики дискретной случайной величины: $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.
3. Найти функцию распределения вероятности $F(x)$ этой случайной величины и построить ее.

Таблица 23

Варианты заданий

Вариант 1	x_i	-1	1	3	5	7
	p_i	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1
Вариант 2	x_i	-2	0,5	1	4	10
	p_i	0,3	0,2	0,1	0,3	0,1
Вариант 3	x_i	-3	1,5	2	5	10
	p_i	0,1	0,3	0,25	0,15	0,1
Вариант 4	x_i	0,5	2	6	7	8
	p_i	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1
Вариант 5	x_i	-0,2	1	3	5	7
	p_i	0,1	0,2	0,4	0,12	0,18
Вариант 6	x_i	-2	0,4	2	4	5
	p_i	0,4	0,25	0,05	0,17	0,13
Вариант 7	x_i	-1	0,3	0,6	1	3
	p_i	0,3	0,1	0,2	0,26	0,14

Вариант 8	x_i	0	3	4	5	7
	p_i	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1
Вариант 9	x_i	-2	2	3	5	7
	p_i	0,2	0,13	0,4	0,17	0,1
Вариант 10	x_i	0	0,2	3	4	6
	p_i	0,14	0,26	0,3	0,11	0,19
Вариант 11	x_i	-5	-4	-1	3	6
	p_i	0,13	0,27	0,2	0,25	0,15
Вариант 12	x_i	0,1	1	3	3,5	5
	p_i	0,1	0,14	0,2	0,26	0,3
Вариант 13	x_i	-0,5	-1	0	2	3
	p_i	0,2	0,15	0,1	0,2	0,25
Вариант 14	x_i	-1	0,3	2	3	5
	p_i	0,1	0,2	0,14	0,36	0,2
Вариант 15	x_i	-3	-1	1	1,5	4
	p_i	0,08	0,12	0,25	0,15	0,28
Вариант 16	x_i	-5	-2,5	-1	4	7
	p_i	0,13	0,27	0,15	0,25	0,1
Вариант 17	x_i	3	4	6	8	11
	p_i	0,25	0,2	0,2	0,1	0,1
Вариант 18	x_i	0,5	2	3	5	7
	p_i	0,2	0,15	0,25	0,14	0,16
Вариант 19	x_i	-0,2	1	3	5	6
	p_i	0,1	0,2	0,35	0,12	0,05
Вариант 20	x_i	0,3	1	2	4	5
	p_i	0,14	0,2	0,36	0,17	0,13
Вариант 21	x_i	-3	0,5	2	5	6
	p_i	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3
Вариант 22	x_i	1	2	3	5	6
	p_i	0,2	0,1	0,3	0,2	0,1
Вариант 23	x_i	2	5	6	10	20
	p_i	0,2	0,13	0,4	0,17	0,1
Вариант 24	x_i	0,5	2	4	7	9
	p_i	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4
Вариант 25	x_i	-1	4	7	10	16
	p_i	0,13	0,27	0,2	0,25	0,15

Вариант 26	x_i	1	5	10	20	50
	p_i	0,1	0,14	0,2	0,26	0,3
Вариант 27	x_i	-0,5	-1	0	2	3
	p_i	0,2	0,15	0,1	0,2	0,25
Вариант 28	x_i	-1	0,3	2	3	5
	p_i	0,1	0,2	0,14	0,36	0,2
Вариант 29	x_i	5	10	15	20	25
	p_i	0,1	0,15	0,2	0,35	0,15
Вариант 30	x_i	3	7	10	15	22
	p_i	0,11	0,16	0,4	0,13	0,2

Задание 6. Тема «Математическая статистика»

Выборочная совокупность задана таблицей распределения (см. № варианта).

Выбрать свой номер варианта, по данным таблицы распределения:

1. Построить полигон частот.
2. Найти статистические точечные оценки параметров распределения, выборочные: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, моду и медиану.
3. Найти эмпирическую функцию распределения вероятности $F(x)$ и построить ее.

Таблица 24

Вариант 1	x_i	10	15	20	25	30
	n_i	20	7	30	17	6
Вариант 2	x_i	1	11	23	35	47
	n_i	20	7	26	4	13
Вариант 3	x_i	15	23	31	45	52
	n_i	10	37	3	15	5
Вариант 4	x_i	7	15	21	34	45
	n_i	27	3	11	5	24
Вариант 5	x_i	23	31	42	48	55
	n_i	14	1	15	5	35
Вариант 6	x_i	11	23	35	45	56
	n_i	20	14	6	27	3
Вариант 7	x_i	22	25	36	40	50
	n_i	25	5	31	4	15

Вариант 8	x_i	1	12	21	7	9
	n_i	3	28	7	22	10
Вариант 9	x_i	13	24	37	46	58
	n_i	35	5	18	3	9
Вариант 10	x_i	11	15	20	27	30
	n_i	20	7	12	3	28
Вариант 11	x_i	7	12	18	23	34
	n_i	10	4	11	40	5
Вариант 12	x_i	2	5	11	15	22
	n_i	14	6	33	7	10
Вариант 13	x_i	15	20	25	30	35
	n_i	10	27	13	5	15
Вариант 14	x_i	20	35	40	50	60
	n_i	30	6	21	3	10
Вариант 15	x_i	27	38	43	55	68
	n_i	9	21	5	31	4
Вариант 16	x_i	2	5	8	15	25
	n_i	20	7	19	3	21
Вариант 17	x_i	11	16	22	33	44
	n_i	40	3	17	2	8
Вариант 18	x_i	20	27	39	41	55
	n_i	10	24	6	19	1
Вариант 19	x_i	0,5	1,5	2,5	4	7
	n_i	12	3	30	5	10
Вариант 20	x_i	19	33	44	51	60
	n_i	10	15	5	28	2
Вариант 21	x_i	1	11	22	33	45
	n_i	15	5	16	3	31
Вариант 22	x_i	25	27	30	35	45
	n_i	40	5	15	2	8
Вариант 23	x_i	5	15	25	30	37
	n_i	15	30	3	11	1
Вариант 24	x_i	12	17	25	32	42
	n_i	20	3	25	7	15
Вариант 25	x_i	20	25	30	40	45
	n_i	10	13	5	35	7

Вариант 26	x_i	3	5	10	14	22
	n_i	7	3	15	4	21
Вариант 27	x_i	1	5	21	27	36
	n_i	15	40	5	15	5
Вариант 28	x_i	15	25	35	40	50
	n_i	20	6	30	4	10
Вариант 29	x_i	20	25	35	40	45
	n_i	27	5	25	10	3
Вариант 30	x_i	3	6	8	11	25
	n_i	5	22	7	15	11

Задания для выполнения контрольной работы по разделу «Информатика»

Задание 7. Тема «Алгоритмы. Блок-схемы. Ветвления»

- Выбрать свой вариант задания из предлагаемого ниже списка вариантов для выполнения задания.
- Составить алгоритмы задач в виде блок-схемы. Линейный алгоритм для первой задачи. Разветвляющийся алгоритм для второй задачи.

Вариант 1

1. Вычислить значение функции *Y*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = e^{-\gamma+f} + r^b.$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма различных целых чисел *x, y, z* больше 50, то заменить меньшее из *y* и *x* суммой двух других, в противном случае увеличить все числа в 20 раз. Вывести результат на экран.

Вариант 2

1. Вычислить значение функции *W*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$W = e^{-sin\, y} + tg(a).$$

Вывести результат на экран.

2. Ввести с клавиатуры три разных целых числа. Найти максимальное из них. Результаты вывести на экран.

Вариант 3

1. Вычислить значение функции *Y*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = e^{cosx} + ln^3 a.$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма различных целых чисел *x, y, z* меньше 10, то заменить большее из *x* и *z* произведением двух других, в противном случае увеличить все числа в три раза. Вывести результат на экран.

Вариант 4

1. Вычислить значение функции *D*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$D = arccos(x) + tg(\beta).$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма различных целых чисел *x, y, z* больше 20, то заменить меньшее из *y* и *x* суммой двух других, в противном случае увеличить все числа в 10 раз. Вывести результат на экран.

Вариант 5

1. Вычислить значение функции *Y*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = \frac{\cos a + \sin^2 b}{1 - \sqrt{x}}$$

Вывести результат на экран.

2. Если произведение различных целых чисел *x, y, z* больше 30, то заменить большее из *y* и *z* разностью двух других, в противном случае увеличить меньшее из *x, z* в два раза. Вывести результат на экран.

Вариант 6

1. Вычислить значение функции *Y*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = \left(a + \frac{q^n}{\cos x} \right) * \ln(a + 1).$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трёх различных целых чисел *x, y, z* меньше 44, то заменить меньшее из *x, y* полусуммой двух других, в противном случае уменьшить максимальное из *x, z* в 2 раза. Результаты вывести на экран.

Вариант 7

1. Вычислить значение функции *W*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$W = \log_z^a - \frac{e^d}{arctg(y+1)}$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трех различных целых чисел *x, y, z* больше 20, то заменить меньшее из *y, z* полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа на 10. Результаты вывести на экран.

Вариант 8

Вычислить значение функции *Q*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Q = \arcsin Z - \frac{|c - d|}{\ln(a^2 + b)}$$

Результаты вывести на экран.

2. Если сумма различных целых чисел *x, y, z* больше 40, то заменить меньшее из *y* и *z* суммой двух других, в противном случае увеличить все числа на 10. Результаты вывести на экран.

Вариант 9

1. Вычислить значение функции *R*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$R = \frac{\cos(x - z) + arctg(y + 2)}{\ln(z/d)}$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трех различных целых чисел *x, y, z* меньше 10, то наименьшее из *x, y* заменить полусуммой двух других, в противном случае прибавить к каждому числу +10. Результаты вывести на экран.

Вариант 10

1. Вычислить значение функции *G*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$G = ctg(x + a^2) + \sqrt{a + b^3} \Big/ e^x$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трёх различных целых чисел *x, y, z* больше 5, то заменить меньшее из трех чисел произведением двух других, в противном случае увеличить все числа в два раза. Результаты вывести на экран.

Вариант 11

1. Вычислить значение функции *Y*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = e^{cosx} + ln^3 a - tg(b).$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма различных целых чисел *x, y, z* меньше 10, то заменить большее из x, y произведением двух других, в противном случае увеличить все числа в два раза. Результаты вывести на экран.

Вариант 12

1. Вычислить значение функции *W*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$W = \frac{\ln(a + c^2)}{\sqrt{x + c}} * \cos d^4$$

Вывести результат на экран.

2. Ввести с клавиатуры три разных целых числа. Найти наименьшее из них. Результаты вывести на экран.

Вариант 13

1. Вычислить значение функции Y, исходные данные ввести с клавиатуры:

$$Y = x + e^{\cos z^2} - |w|$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трех различных целых чисел x, y, z меньше 20, то заменить меньшее из y, z полусуммой двух других, в противном случае увеличить все числа в 7 раз. Результаты вывести на экран.

Вариант 14

1. Вычислить значение функции Y, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = \left(\frac{e^{\cos r}}{\sin^2 x} + a \right) * \sqrt{z+b}$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма различных целых чисел x, y, z меньше 30, то заменить меньшее из y и x суммой двух других, в противном случае увеличить все числа на 10. Результаты вывести на экран.

Вариант 15

1.Вычислить значение функции G, исходные данные ввести с клавиатуры:

$$G = \lg(a+b) - \frac{\sqrt{c+d^2}}{e^x}$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трех различных целых чисел x, y, z меньше 20, то заменить меньшее из x, z полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа на 5. Результаты вывести на экран.

Вариант 16

1. Вычислить значение функции Y, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = \sin^3 x + \frac{\ln d}{|a-b|}\ .$$

Вывести результат на экран.

2. Ввести с клавиатуры три разных целых числа. Найти среди них максимальное. Результаты вывести на экран.

Вариант 17

1. Вычислить значение функции Y, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y=(x-\ln a)+\frac{d^2}{\cos^3 x}.$$

Вывести результат на экран.

2. Ввести с клавиатуры три разных целых числа. Найти максимальное из трех чисел. Результаты вывести на экран.

Вариант 18

1. Вычислить значение функции *W*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$W=\sin z^2-(e^{-x}+\sqrt{z}).$$

Вывести результат на экран.

2. Если среднее различных целых чисел *x, y, z* больше 5, то заменить меньшее из *x, z* разностью двух других, в противном случае увеличить меньшее из *y, z* на10. Результаты вывести на экран.

Вариант 19

1. Вычислить значение функции *Y*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y=e^{\cos x}-\ln^5 a+d^5.$$

Вывести результат на экран.

2. Если произведение различных целых чисел *x, y, z* больше 20, то заменить меньшее из *x, z* разностью двух других, в противном случае увеличить меньшее из *y, z* на два. Результаты вывести на экран.

Вариант 20

1. Вычислить значение функции *G*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$G=\frac{p^{-x}}{\sin z}-\sqrt{\ln z^3}.$$

Вывести результат на экран.

2. Если произведение различных целых чисел *x, y, z* меньше 30, то заменить большее из *y, x* разностью двух других, в противном случае увеличить меньшее из *x, z* на 5. Результаты вывести на экран.

Вариант 21

1. Вычислить значение функции *R*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$R=d^x-\frac{\ln(m+k^2)}{tga}$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трёх различных целых чисел x, y, z меньше 15, то заменить большее из x, y полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа на 3. Результаты вывести на экран.

Вариант 22

1. Вычислить значение функции V, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$V = \frac{e^{-x}}{\ln^2 a} + \sin c\ .$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трёх различных целых чисел x, y, z меньше 20, то заменить большее из y, z полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа на 5. Результаты вывести на экран.

Вариант 23

Вычислить значение функции F, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$F = \arcsin x + \frac{\sqrt{x+3}}{\lg d}\ .$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трёх различных целых чисел x, y, z, больше 20, то заменить большее из z, y полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа на 10. Результаты вывести на экран.

Вариант 24

1. Вычислить значение функции P, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$P = e^{-\sqrt{a+2}} + \frac{\ln^{2a}}{|c|}\ .$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трёх различных целых чисел x, y, z меньше 25, то заменить большее из z, y полусуммой двух других, в противном случае увеличить все числа в 2 раза. Результаты вывести на экран.

Вариант 25

1. Вычислить значение функции Y, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = \cos(x+10) - \frac{x^2 - c}{\sqrt{x+c}}\ .$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трёх различных целых чисел x, y, z меньше 30, то заменить большее из z, y полусуммой двух других, в противном случае уменьшить меньшее из x, y на 10. Результаты вывести на экран.

Вариант 26

1. Вычислить значение функции *D*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$D = \arccos b + \frac{e^y}{\cos z^3}$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трех различных целых чисел *x, y, z* меньше 33, то заменить большее из *z, y* полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа в 2 раза. Результаты вывести на экран.

Вариант 27

1. Вычислить значение функции *R*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$R = \frac{p^d}{\sin x + a}.$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трёх различных целых чисел *x, y, z* меньше 15, то заменить большее из *x, y* полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа на 3. Результаты вывести на экран.

Вариант 28

1.Вычислить значение функции *Y*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$Y = e^{\cos x} + \ln^3 a - tg(1 - b^2).$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трех различных целых чисел *x, y, z* меньше 37, то заменить большее из *x, y* полусуммой двух других, в противном случае увеличить все числа в 5 раз. Результаты вывести на экран.

Вариант 29

1. Вычислить значение функции *P*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$P = \frac{|c - d|}{tgd} - \ln^2 a .$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма четырех различных целых чисел *x, y, z, d* меньше 32, то заменить большее из *z, y* полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа на 4. Результаты вывести на экран.

Вариант 30

1. Вычислить значение функции *V*, исходные данные ввести с клавиатуры.

$$V = \frac{\ln(c + b^2)}{\sqrt{z + c}} - \sin x.$$

Вывести результат на экран.

2. Если сумма трех различных целых чисел *z, y, x* больше 28, то заменить меньшее из *z, y* полусуммой двух других, в противном случае уменьшить все числа на 2. Результаты вывести на экран.

Задание 8. Тема «Алгоритмы. Блок-схемы. Циклы»

Составить циклические алгоритмы в виде блок-схемы для следующих задач.

Вариант 1

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

x:=1; y:=5; k=0;

Начало цикла

пока y>x

y: = y – x; k=k+1;

конец цикла;

Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 2.

1. Составить программу вычисления значения *k*.

Дано:

k:=5; s:=0;

Начало цикла для i от 1 до 3

k:=k*2; s:=s+k;

конец цикла;

Вывод k, s.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 3

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

z:=2; d:=7; k=0;

Начало цикла

пока d>=x
d:=d – z; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 4

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:
k:=59;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k–5
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 5

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:
b:=1; d:=5; k=0;
Начало цикла
пока d>=b
d:=d+b; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 6

1. Составить блок-схему вычисления значения k.

Дано:
k:=75;
Начало цикла для i от 1 до 5
k:=k–10
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 7

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

b:=1; d:=5; k=0;

Начало цикла

пока d>=b

d:=d+b; k=k+1;

конец цикла.

Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 8

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:

k:=5

Начало цикла для i от 1 до 4

k:=k+2; p:=p*k;

конец цикла;

Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 9

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

b:=3; d:=15; k=0;

Начало цикла

пока d>=b

d:=d–b; k=k+1;

конец цикла;

Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 10

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:

k:=44; s:=0;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k–8; s:=s+k;
конец цикла;
Вывод k.
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 11

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

x:=10; y:=5; k=0;
Начало цикла
пока x>=y
y:=y+1; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 12

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:

k:=0;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k+2
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 13

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

b:=20; d:=5; k=0;
Начало цикла
пока d<=b
d:=d+3; k=k+1;
конец цикла.
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 14

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:

k:=0; p:=1;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k+3; p=p*k;
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 15

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

c:=26; b:=5; k=0;
Начало цикла
пока c>b
c:=c-b; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 16

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:

k:=2;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k*3
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 17

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

b:=3; d:=9; k=0;
Начало цикла
пока d>b
d:=d–b; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 18

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:

k:=0;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k+10
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 19

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

y:=33; z:=9; k=0;
Начало цикла

пока z<=y
z:=z+10; k=k+1;
конец цикла.
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 20

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:
k:=1;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k*3;
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 21

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:
b:=3; d:=24; k=0;
Начало цикла
пока d>b
d:=d–b; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 22

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:
k:=50;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k-7
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 23

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

b:=3; d:=18; k=0;
Начало цикла
пока d>b
d:=d–3; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 24

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано:

k:=0;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k+5
конец цикла;
Вывод k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 25

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

b:=3; a:=32; k=0;
Начало цикла
пока a>b
a:=a–b; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 26

1. Составить блок-схему вычисления значения *s, k*.

Дано

s:=0; k:=30;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k-5;
s:=s+k;
конец цикла;
Вывод s, k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 27

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано:

x:=3; d:=42; k=0;
Начало цикла
пока d>=x
x:=x+4; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 28

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано

S:=0; k:=0;
Начало цикла для i от 1 до 4
k:=k+2; s:=s+3*k;
конец цикла;
Вывод k, s.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Вариант 29

1. Составить блок-схему вычисления количества циклов.

Дано.

r:=3; d:=55; k=0;

Начало цикла
пока d>r
d:=d–3*r; k=k+1;
конец цикла;
Вывести результат на экран.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с постусловием.

Вариант 30

1. Составить блок-схему вычисления значения *k*.

Дано
s:=0; k:=1;
Начало цикла для i от 1 до 3
k:=k*4;
s:=s+k;
конец цикла;
Вывод s, k.

2. Составить блок-схему задания 1 в виде циклического алгоритма с предусловием.

Задание 9. Тема «Алгебра логики»

Составить таблицу истинности для логического выражения (см. № варианта).

Таблица 25

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$(x+\bar{y})\mid(x\sim yz)$	$((x\vee\bar{y})z)\to((x\sim z)+y)$	$((x\sim z)+y)\cdot(x\mid yz)$
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$\bar{x}\to(z\sim(y+x\bar{z}))$	$(x\vee\bar{y})z\to((x\downarrow y)\mid z)$	$\bar{x}\to(\bar{z}\sim(y+xz))$
Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9
$(xz\to y)\mid(xy+xz)$	$(x+(yz))\mid(xy)$	$(x\sim(\bar{y}+z))\mid(xy)$
Вариант 10	Вариант 11	Вариант 12
$(\bar{x}\vee y)\downarrow\bar{z}\to((x+y)\mid z)$	$(x+y\bar{z})\to(z\sim(y\downarrow(x\vee\bar{z})))$	$(\bar{y}(x\mid\bar{z}))\cdot((\bar{x}\sim y)\mid yz)$

Вариант 13	Вариант 14	Вариант 15
$((\overline{x} \vee z) + \overline{y}) \mid (x \downarrow yz)$	$(x \sim \overline{y}) \mid (x \downarrow (\overline{y}z + \overline{x}))$	$(x\overline{y}) \mid (x \sim yz)$
Вариант 16	Вариант 17	Вариант 18
$((\overline{x} \sim z) + y) \cdot (x \vee yz)$	$((x \vee \overline{y})z) \to (x \sim y)$	$\overline{x} \to (z \sim (y + (x \downarrow \overline{z})))$
Вариант 19	Вариант 20	Вариант 21
$((x \vee \overline{z}) + (y + z)) \mid (x\overline{y})$	$((x + \overline{y}) \sim z) \mid ((x \sim z) + \overline{y})$	$((x + \overline{z})y) \cdot (x \mid (y \sim \overline{z}))$
Вариант 22	Вариант 23	Вариант 24
$(\overline{x} \vee z) \to (\overline{z} \sim (\overline{y} + x))$	$((x \sim y) \mid \overline{z}) \to (\overline{x} + y)$	$(xz \to y) \mid ((\overline{x} \sim y) + x\overline{z})$
Вариант 25	Вариант 26	Вариант 27
$((x \vee \overline{y})z) \to (x + y)$	$((xy) \mid z) \to (\overline{x} \sim y)$	$((x \downarrow \overline{z}) \to y) \mid (xy \sim xz)$
Вариант 28	Вариант 29	Вариант 30
$(xz \to y) \mid ((\overline{x} \sim y) + x\overline{z})$	$((x \downarrow \overline{y})z) \to ((x \sim z) + y)$	$(x + \overline{y})\overline{z} \to ((x \downarrow y) \mid z)$

Приложение 3

Оформление контрольной работы

Оформление контрольной работы должно содержать три раздела:

1. Титульный лист (пример оформления на рис. 20).
2. Содержание каждого задания студента.
3. Решение задач индивидуального задания студента.

Раздел 3 контрольной работы должен включать:

1. Подробное описание хода решения задач индивидуального задания студента.
2. Ссылки на теоретический материал, формулы.

Министерство Образования РФ
Тольяттинский государственный
университет

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине

«МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»

Выполнил	Петров П.П.
группа	ППз -101
вариант	15
Преподаватель	Иванов И.И.

Тольятти 200..

Рис. 20. Пример оформления титульного листа самостоятельной работы

Содержание

Учебное издание

Эльвира Валентиновна *Егорова*,
Екатерина Владимировна *Панюкова*

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
Учебно-методическое пособие
для студентов гуманитарных и педагогических специальностей
заочной формы обучения

В авторской редакции

Вёрстка: *Л.В. Сызганцева*
Дизайн обложки: *Г.В. Карасева*

Подписано в печать 29.06.2009. Формат 60х84/16.
Печать оперативная. Усл. п. л. 7,0. Уч.-изд. л. 6,5.
Тираж 200 экз. Заказ № 2-45-09.

Тольяттинский государственный университет
445667, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14