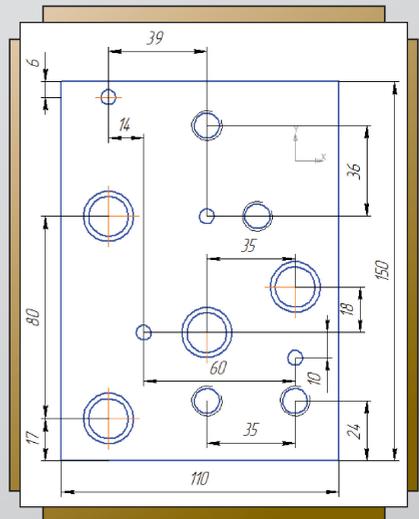
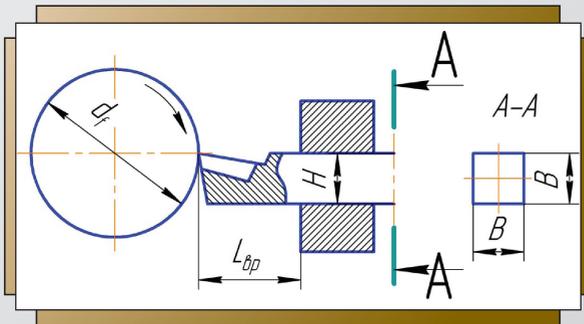


Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет
Институт машиностроения

Н.Ю. Логинов
Д.А. Расторгуев

ИНЖЕНЕРНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ РАБОТЫ В ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Электронное
учебно-методическое
пособие



© ФГБОУ ВО «Тольяттинский
государственный университет», 2020

ISBN 978-5-8259-1493-0

УДК 621.9(075.8)

ББК 34.63я73

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент, начальник конструкторско-технологического
отдела ООО НПП «Авис» *Д.Е. Салабаев*;

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Оборудование и технологии
машиностроительного производства» Тольяттинского государственного
университета *А.А. Козлов*.

Логинов, Н.Ю. Инженерно-исследовательские работы в технологии
машиностроения : электронное учебно-методическое пособие /
Н.Ю. Логинов, Д.А. Расторгуев. – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2020. –
1 оптический диск. – ISBN 978-5-8259-1493-0.

В учебно-методическом пособии рассматриваются вопросы
оптимизации режимов резания для точения, сверления, фрезеро-
вания и т. д. на основе линейного программирования. Приводятся
различные алгоритмы оптимизации вспомогательных перемещений,
а также производственных процессов.

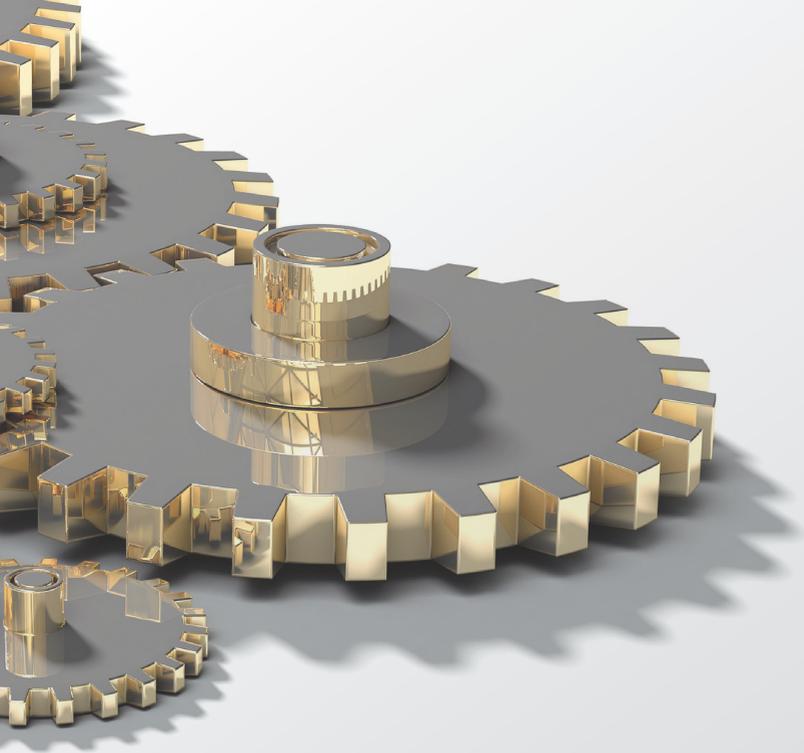
Предназначено для студентов направления подготовки бакалав-
ров 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машино-
строительных производств» (профиль «Технология машиностроения»)
очной и заочной форм обучения.

Текстовое электронное издание.

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом
Тольяттинского государственного университета.

Минимальные системные требования: IBM PC-совместимый
компьютер: Windows XP/Vista/7/8; PIII 500 МГц или эквивалент;
128 Мб ОЗУ; SVGA; CD-ROM; Adobe Acrobat Reader.

© ФГБОУ ВО «Тольяттинский государственный университет», 2020



Редактор *Е.А. Держаева*
Технический редактор *Н.П. Крюкова*
Компьютерная верстка: *И.И. Шишкина*
Художественное оформление,
компьютерное проектирование: *И.И. Шишкина*

Дата подписания к использованию 17.01.2020.

Объем издания 24,5 Мб.

Комплектация издания: компакт-диск, первичная упаковка.

Заказ № 1-25-18.

Издательство Тольяттинского государственного университета

445020, г. Тольятти, ул. Белорусская, 14,

тел. 8 (8482) 53-91-47, www.tltsu.ru

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ	6
1.1. Уравнения ограничений	6
1.2. Целевые функции	37
1.3. Графическое решение задачи оптимизации режима резания	46
1.4. Пример выполнения оптимизации	54
Контрольные вопросы	60
2. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ИНСТРУМЕНТА	61
2.1. Задача коммивояжера	61
2.2. Методы решения задачи коммивояжера	62
2.3. Задания для самостоятельной работы	70
2.4. Пример выполнения работы	73
Контрольные вопросы	76
3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ПРОИЗВОДСТВА	77
3.1. Постановка оптимизационных задач планирования производства, сводящихся к задаче линейного программирования	77
3.2. Задания для самостоятельной работы	82
3.3. Пример решения задачи оптимизации графическим методом	84
Контрольные вопросы	87
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	88

ВВЕДЕНИЕ

Проектирование технологического процесса, отвечающего самым высоким требованиям по эффективности, невозможно выполнить без комплекса инженерно-исследовательских работ, связанных с самыми разными аспектами производственного процесса. Это касается выбора технологических методов воздействия, проектирования для них технологических операций, выбора или расчета технологических параметров, организации вспомогательных действий и приемов во время операции. Производственное оборудование должно быть максимально загружено, использование различных ресурсов должно обеспечивать максимальную прибыль. Все эти задачи могут быть эффективно решены на основе методов оптимизации. В данном пособии рассматривается способ линейного программирования в графической форме, а также способы оптимизации, подходящие для решения задачи о коммивояжере, к которой сводится оптимизация вспомогательных перемещений режущего инструмента.

1. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ

Этапы оптимизации технологической операции выполняются в следующей последовательности [1]:

1. Подготовить исходные данные (параметры станка: кинематические, по точности и жесткости; параметры заготовки: размеры, материал со всеми свойствами; схема установки заготовки; параметры инструмента: материал, размеры, геометрия режущей части; глубина резания).

2. Выбрать критерий оптимизации и сформировать целевую функцию.

3. Выписать все ограничения. Определить коэффициенты.

4. Составить систему неравенств в линейной форме путем логарифмирования уравнений ограничений.

5. Определить область допустимых решений, построив многоугольник решений.

6. Определить оптимальную точку: найти координаты пересечения граничных прямых и определить, в какой точке целевая функция принимает максимальное значение.

1.1. Уравнения ограничений

Нахождение оптимального режима резания заготовки на различных металлорежущих станках заключается в том, чтобы определить скорость резания и подачу, которые обеспечили бы получение детали в соответствии с заданными техническими условиями при минимальных затратах. Решается эта задача с учетом свойств заготовки, режущих инструментов, процессов их взаимодействия в процессе резания, характеристик станка, на котором производится обработка, а также свойств технологической системы, включая оснастку. При решении двухпараметрической задачи глубина резания принимается заданной. Определяется предварительно аналитическим методом или таблично. Каждый технологический проход рассчитывается отдельно.

Технологические методы механической обработки деталей резанием характеризуются следующими величинами:

- параметры – величины, которые определяют значения элементов процесса резания;
- показатели – различные коэффициенты, которые определяют количественные характеристики процесса. Они зависят от принятых значений параметров.

Параметрами считаются характеристики заготовки, характеристики станка, характеристики инструмента, характеристики приспособления. Между параметрами существуют геометрические и кинематические связи. Примером геометрической связи может служить формула для определения длины рабочего хода инструмента при поперечном точении:

$$l_{\text{р.х}} = \frac{d_{\text{н}} - d_{\text{к}}}{2}, \quad (1.1)$$

где $d_{\text{н}}$ – начальный диаметр обработки, мм; $d_{\text{к}}$ – конечный диаметр обработки, мм.

Примером кинематической связи является формула определения основного технологического или машинного времени. Она представляет связь между параметрами относительного движения инструмента и заготовки и размерами обрабатываемой детали:

$$t_0 = \frac{l_{\text{р.х}}}{ns}, \quad (1.2)$$

где n – число оборотов в минуту, об/мин; s – подача, мм/об.

При расчетах принимают следующие показатели технологических операций:

- технические – характеризуют состояние станка, режущего инструмента и заготовки в процессе резания. К ним относят прочность отдельных элементов станка, приспособлений, инструмента, величину упругих деформаций элементов технологической системы;
- технологические характеристики детали после обработки; к ним относят точность размеров, расположения и формы детали, шероховатость поверхности;

- организационно-производственные – обусловлены заданным тактом поточной линии, производительностью станка;
- экономические – определяют себестоимость изготовления детали.

Функциональная связь между показателями технологической операции и параметрами является техническим ограничением режима резания. В совокупности они представляют математическую модель для определения оптимального режима резания. Часть технических ограничений снижает эффективность процесса резания. Их надо устранять внедрением разных конструктивных, технологических и организационно-производственных мер. К таким мерам могут относиться повышение жесткости и прочности различных узлов станка, приспособления, кинематическое расширение диапазона оборотов шпинделя или подач станка. Можно уменьшить припуск на обработку путем совершенствования заготовительной технологии, а также изменить конструкцию или геометрию режущих инструментов, применить эффективное охлаждение, выполнить перепланировку участка для более удобного обслуживания оборудования.

При определении режимов резания самыми важными ограничениями являются:

- наименьшая подача по кинематике станка;
- наибольшая подача по кинематике станка;
- наименьшая скорость резания по кинематике станка, или минимальные обороты шпинделя;
- наибольшая технологически допускаемая скорость резания;
- наибольшая скорость резания по кинематике станка, или максимальные обороты шпинделя;
- режущие параметры инструмента;
- мощность привода главного движения;
- заданная производительность оборудования на проектируемой операции;
- прочность и жесткость режущего инструмента;
- точность обработки;
- прочность механизмов подачи станка;

– наибольшая подача, допускаемая требованиями по шероховатости обработанной поверхности.

Кроме вышеперечисленных ограничений, на выбор режимов резания могут влиять другие ограничения. Это могут быть жесткость элементов станка, приспособлений, нагрев заготовки и инструмента, вибрации при резании, усилия закрепления заготовки.

Ниже рассматриваются подробно основные технические ограничения, которые влияют на режим резания.

Ограничение 1. Оно устанавливает связь между скоростью резания, которая задается стойкостью инструмента, инструментальным материалом, геометрией режущей части инструмента, подачей, глубиной резания, физико-механическими свойствами материала заготовки, с одной стороны, и скоростью резания, задаваемой кинематикой станка, с другой стороны.

Скорость резания для разных видов обработки находится по формуле

$$v = \frac{C_v d^{z_v} K_v}{T_n^m t_{\text{усл}}^{x_v} s^{y_v} z^{u_v} B^{r_v}}, \quad (1.3)$$

где C_v – постоянный коэффициент нормативных условий обработки; d – диаметр обрабатываемой поверхности (или инструмента), мм; K_v – общий поправочный коэффициент на скорость резания, который учитывает условия обработки, отличающиеся по сравнению с нормативными; T_n – принятая стойкость режущего инструмента, мин; m – параметр относительной стойкости; $t_{\text{усл}}$ – глубина резания, мм; s – подача, мм/об (мм/зуб, мм/дв. ход, мм/мин); z – число зубьев режущего инструмента; B – ширина фрезерования или шлифования, мм; x_v, y_v, z_v, u_v, r_v – показатели степени соответственно при $t_{\text{усл}}, s, d, z, B$.

Специфика отдельных видов резания учитывается изменением значения $t_{\text{усл}}$, показателей степеней у переменных и значений коэффициентов C_v и K_v . В табл. 1.1 приведены значения $t_{\text{усл}}$ (в таблице следующие обозначения: i – число проходов; m – модуль) и показателей степени x_v, y_v, z_v, u_v, r_v , обеспечивающих на основе

формулы (1.3) получение формулы для определения скорости при любом виде обработки на металлорежущих станках.

Таблица 1.1

Значения $t_{\text{усл}}$ и показателей степени x_v, y_v, z_v, u_v, r_v

Вид обработки	$t_{\text{усл}}$	x_v	y_v	z_v	u_v	r_v
Продольное наружное точение, расточка и подрезка торца	t	x_v	y_v	0	0	0
Отрезка, прорезка и фасонное точение	1	0	y_v	0	0	0
Нарезание резьбы резцами	i	x_v	y_v	0	0	0
Сверление	1	0	y_v	z_v	0	0
Рассверливание, зенкерование и развертывание	t	x_v	y_v	z_v	0	0
Нарезание резьбы метчиками, плашками и самооткрывающимися головками	1	0	y_v	z_v	0	0
Фрезерование торцовыми и цилиндрическими фрезами	t	x_v	y_v	z_v	u_v	r_v
Зубофрезерование и шлицефрезерование	m	x_v	y_v	z_v	0	0
Шлифование периферией круга	t	x_v	y_v	z_v	0	0
Шлифование торцом круга	t	x_v	0	0	0	r_v
Бесцентровое шлифование	t	x_v	y_v	z_v	0	0
Строгание	t	x_v	y_v	0	0	0
Долбление	t	x_v	y_v	0	0	0

Например, приняв в формуле (1.3) $t_{\text{усл}} = 1$, а x_v, z_v, u_v, r_v равными нулю, получим формулу для определения скорости резания для пеходов отрезка, прорезка и фасонное точение. При фрезеровании торцовыми и цилиндрическими фрезами в формуле (1.3) s – подача

на 1 зуб фрезы, B – ширина фрезерования. При наружном, внутреннем и плоском шлифовании периферией круга s – подача в долях ширины круга на один оборот детали. При шлифовании торцом круга B – приведенная (сплошная) ширина шлифования. Элементы общего поправочного коэффициента K_v , который учитывает влияние разных факторов на скорость резания, приведены в табл. 1.2. Скорость резания находится по формуле

$$v = \frac{\pi dn}{1000}. \quad (1.4)$$

Таблица 1.2

Элементы общего поправочного коэффициента
на скорость резания

Факторы, влияние которых учитывается коэффициентом	Обозначение коэффициента	Вид обработки				
		Точение	Сверление	Расверливание, зенкерование, развертывание	Нарезание резьбы	Шлифование
Механические свойства обрабатываемого материала	$K_{МД_v}$	+	+	+	+	+
Состояние материала заготовки	$K_{СМ_v}$	+	+	+	+	+
Состояние обрабатываемой поверхности	$K_{СП_v}$	+	–	+	–	+
Вид обработки	$K_{ОД_v}$	+	–	–	+	+
Материал режущей части инструмента	$K_{МИ_v}$	+	+	+	+	+
Главный угол в плане	K_{ϕ_v}	+	–	–	–	–
Вспомогательный угол в плане	$K_{\phi_{1v}}$	+	–	–	–	–
Форма заточки сверла или форма передней грани резца	K_{Φ_v}	+	+	–	–	–

Факторы, влияние которых учитывается коэффициентом	Обозначение коэффициента	Вид обработки				
		Точение	Сверление	Расверливание, зенкерование, развертывание	Нарезание резьбы	Шлифование
Радиус при вершине резца или зуба фрезы	K_{r_v}	+	-	-	-	-
Поперечное сечение державки резца	K_{BH_v}	+	-	-	-	-
Длина обработки	K_{l_v}	-	+	-	-	-
Состояние оборудования	K_{CO_v}	+	+	+	+	+
Наличие охлаждения	$K_{OХЛ_v}$	+	+	+	+	+

Приравняв правые части формул (1.3) и (1.4) и выделив в левой части искомые элементы режима резания, получаем формулу для технического ограничения 1:

$$n_s^{y_v} \leq \frac{318C_v K_v d^{z_v-1}}{T_H^m t_{усл}^{x_v} z^{u_v} B^{r_v}}. \quad (1.5)$$

Ограничение 2. Оно устанавливает связь между эффективной мощностью резания и мощностью привода главного движения станка.

Эффективная мощность резания для разных видов обработки находится по формуле

$$N_{эф} = \frac{C_z t_{усл}^{x_z} d^{z_z} n^{n_z} s^{y_z} \pi^{n_z} B^{r_z} z^{u_z} B_k^q K_z}{K_{C_z}}, \quad (1.6)$$

где C_z – постоянный коэффициент, который характеризует условия резания; B_k – ширина шлифовального круга, мм; K_z – общий

поправочный коэффициент мощности, который учитывает конкретные условия резания против нормативных; K_{C_z} – коэффициент для приведения формулы (1.6) к общему виду; $x_z, z_z, n_z, y_z, u_z, r_z, q_z$ – показатели степеней соответственно при $t_{\text{усл}}, d, n, s, z, B$ и B_K .

Формула определения эффективной мощности, затрачиваемой на процесс резания, для любого из видов обработки, приведенных в первой графе табл. 1.3, может быть получена подстановкой в формулу (1.6) соответствующих значений из той же табл. 1.3.

Например, подставив в формулу (1.6) $t_{\text{усл}} = i, z_z$ и n_z , равные единице, u_z, r_z и q_z , равные нулю, и $K_{C_z} = 10^6$, получаем формулу для определения эффективной мощности нарезания резьбы.

Мощность резания не должна быть больше, чем мощность электродвигателя главного привода станка с учетом коэффициента полезного действия кинематической цепи из-за потерь на трение:

$$N_{\text{эф}} \leq N_{\text{н}} \eta, \quad (1.7)$$

где $N_{\text{н}}$ – мощность двигателя главного привода станка, кВт; η – коэффициент полезного действия кинематической цепи.

Подставив в выражение (1.7) значение $N_{\text{эф}}$ из формулы (1.6) и решая его относительно искомых элементов режима обработки n и s , получаем выражение для ограничения 2:

$$n^{n_z} s^{y_z} \leq \frac{N_{\text{н}} \eta K_{C_z}}{C_z t_{\text{усл}}^{x_z} d^{z_z} \pi^{n_z} B^{r_z} z^{u_z} B_K^{q_z} K_z}. \quad (1.8)$$

Таблица 1.3

Значения $t_{\text{усл}}, K_{C_z}$ и показателей степени $x_z, y_z, z_z, n_z, u_z, r_z, q_z$

Метод обработки	x_z	y_z	z_z	n_z	u_z	r_z	q_z	K_{C_z}	$t_{\text{усл}}$
Точение	x_z	y_z	$z_z + 1$	$n_z + 1$	0	0	0	$6120(10^3)^{n_z + 1}$	t
Сверление	0	y_z	z_z	1	0	0	0	3060	1
Рассверливание, зенкерование, развертывание	x_z	y_z	z_z	1	0	0	0	3060	t

Метод обработки	x_z	y_z	z_z	n_z	u_z	r_z	q_z	K_{C_z}	$t_{\text{усл}}$
Нарезание резьбы	x_z	y_z	1	1	0	0	0	10^6	i
Фрезерование	x_z	y_z	z_z	n_z	u_z	r_z	0	$\pi \cdot 10^5$	t
Зубофрезерование	x_z	y_z	z_z+1	1	0	0	0	10^6	m
Шлицефрезерование	x_z	y_z	z_z+1	1	0	0	0	10^8	1
Зубодолбление	x_z	y_z	1	1	u_z	0	0	10^7	m
Шлифование	x_z	y_z	z_z	1	0	0	q_z	10^3	t

Ограничение 3. Оно учитывает связь расчетной подачи и скорости резания с заданной производительностью станка.

Длительность цикла работы станка находится по формуле

$$T_{\text{ц}} = \frac{60K_3 r_R}{R}, \quad (1.9)$$

где K_3 – коэффициент загрузки станка; r_R – число одновременно обрабатываемых деталей на одной позиции, шт.; R – заданная производительность станка, шт/ч.

Время цикла находится по следующей формуле:

$$T_{\text{ц}} = T_0 + T_{\text{в.н}}, \quad (1.10)$$

где T_0 – основное время, мин; $T_{\text{в.н}}$ – неперекрываемое вспомогательное время, мин.

Основное время находится по формуле

$$T_0 = \frac{l_{\text{р.х}}}{ns}, \quad (1.11)$$

где $l_{\text{р.х}}$ – длина рабочего хода инструмента, мм.

С учетом уравнений (1.9), (1.10), учитывая, что длительность цикла, найденная по заданной производительности станка, не должна

быть больше времени цикла из суммы основного и вспомогательного времени, выводится неравенство

$$\frac{60K_3r_R}{R} \leq T_0 + T_{в.п.} \quad (1.12)$$

После подстановки в (1.12) значения T_0 из формулы (1.11) и выражения его относительно параметров n и s получится уравнение третьего ограничения в виде

$$ns \geq \frac{l_{п.х}R}{60K_3r_R - T_{в.п.}R} \quad (1.13)$$

Если обработка проводится за несколько переходов, данное неравенство (1.13) исключается.

Ограничение 4. Оно устанавливает ограничение расчетной скорости резания по кинематике станка по минимуму. То есть скорость резания через обороты не может быть назначена меньше, чем наименьшее число оборотов станка. Это условие в виде неравенства:

$$n \geq n_{ст \min} \quad (1.14)$$

Ограничение 5. Оно устанавливает связь расчетной скорости резания с наибольшей технологически допустимой скоростью резания.

Для многих способов обработки скорость резания не может превышать некоторого значения, которое устанавливается на основе экспериментов, которые учитывают конкретные условия резания. Например, при развертывании отверстий по 7 качеству точности с обеспечением шероховатости поверхности не ниже Ra 2,5 мкм развертками из стали P18 скорость резания не должна превышать 2–3 м/мин.

При нарезании крепежной резьбы по 5 классу точности и точной трапецидальной резьбы выполняются зачистные проходы со скоростью резания 4 м/мин.

Чистовое фрезерование зубьев по прорезанному зубу однозачистными червячными модульными фрезами на заготовках из серого

чугуна с обеспечением шероховатости поверхности не ниже $Ra 2,5$ мкм должно производиться со скоростью резания 20–22 м/мин.

Нарезание резьбы метчиками и круглыми плашками рекомендуется производить на небольших скоростях резания, превышение которых приводит к разрушению и срыву резьбовых ниток.

Развертывание конических отверстий в углеродистой конструкционной стали необходимо выполнять со скоростью 4–6 м/мин и т. д.

Неравенство, соответствующее такого рода ограничениям, имеет вид

$$n \leq \frac{318v_{\text{техн}}}{d}, \quad (1.15)$$

где $v_{\text{техн}}$ — технологически допустимая скорость резания, м/мин.

Ограничение 6. Оно устанавливает ограничение расчетной скорости резания по кинематике станка по максимуму. Она не может быть назначена больше возможной, которая задается максимальным числом оборотов шпинделя станка:

$$n \leq n_{\text{ст max}}. \quad (1.16)$$

Ограничение 7. Оно устанавливает связь расчетных подачи и скорости резания с допускаемыми по прочности режущего инструмента.

Определяются данные параметры резания с учетом принятого сечения державки резца.

Если рассматривать резец как балку (рис. 1.1), которая нагружается на рабочей консольной части сосредоточенной тангенциальной составляющей силы резания P_z , то справедливо неравенство

$$\sigma_{\text{и}} \geq \frac{M_{\text{изг}} K_{3П}}{W}, \quad (1.17)$$

где $\sigma_{\text{и}}$ — предел прочности материала державки резца при изгибе, МПа; $M_{\text{изг}}$ — изгибающий момент в месте фиксации державки

резца под действием тангенциальной силы резания, МПа; $K_{3п}$ – коэффициент запаса по прочности; W – момент сопротивления сечения державки резца, мм³.

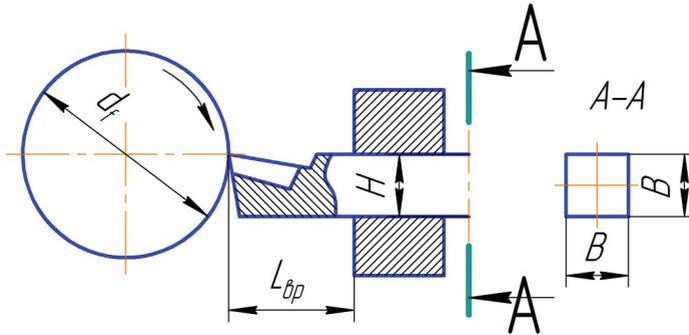


Рис. 1.1. Расчетная схема нагрузок на резец

Изгибающий момент определяется в заделке по формуле

$$M_{\text{изг}} = P l_{\text{в.р.}}, \quad (1.18)$$

или после подстановки

$$M_{\text{изг}} = \frac{C_z t^{x_z} d^{n_z} n^{n_z} s^{y_z} \pi^{n_z} K_z l_{\text{в.р.}}}{(10^3)^{n_z}}, \quad (1.19)$$

где $l_{\text{в.р.}}$ – вылет резца из резцедержателя, мм.

Для параметров сечения державки резца высотой H и шириной B момент сопротивления W находится по формуле

$$W = \frac{BH^2}{6}. \quad (1.20)$$

Для державок резцов применяют незакаленную углеродистую конструкционную сталь. Для нее предел прочности на изгиб $\sigma_{\text{и}} = 200 \div 240$ МПа. Для державок из такой же стали, но после термической обработки предел прочности принимается в 2 раза больше.

После подстановок (1.19) и (1.20) в (1.17), принимая для стали 45 $\sigma_{и} = 240$ МПа и перенеся в левую часть неравенства элементы режимов резания, получим

$$n^{n_z} s^{y_z} \leq \frac{40BH^2(10^3)^{n_z}}{C_z t^{x_z} d^{n_z} \pi^{n_z} l_{в.р} K_{3П} K_z}. \quad (1.21)$$

Если державка имеет круглое сечение, то момент сопротивления находится по формуле

$$W = \frac{\pi d_d^3}{32}, \quad (1.22)$$

где d_d – диаметр державки, мм.

После подстановок (1.19) и (1.22) в (1.17) и решая его относительно подачи и оборотов, получаем выражение

$$n^{n_z} s^{y_z} \leq \frac{7,5(10^3)^{n_z} d_d^3}{C_z t^{x_z} d^{n_z} \pi^{n_z-1} l_{в.р} K_{3П} K_z}. \quad (1.23)$$

Если обработка проводится осевым инструментом, то максимально допустимая скорость резания и подача определяются по прочности рабочей части сверла. Тогда это условие прочности сверла будет

$$\tau_c \leq \frac{\sigma_{в}}{K_{3П}}, \quad (1.24)$$

где τ_c – суммарное напряжение, равное сумме нормального напряжения от осевого усилия P_x и касательного напряжения от крутящего момента $M_{кр}$; $\sigma_{в}$ – временное сопротивление разрыву (для быстрорежущей стали $\sigma_{в} = 2100$ МПа).

Крутящий момент при резании определяется по формулам:

– при сверлении

$$M_{кр} = C_z d^{z_z} s^{y_z} K_z; \quad (1.25)$$

– при рассверливании

$$M_{кр} = C_z t^{x_z} d^{z_z} s^{y_z} K_z. \quad (1.26)$$

Величина нормального напряжения составляет 0,73 от касательного и определяется по формуле

$$\tau_c = \frac{1,73M_{кр}}{W}, \quad (1.27)$$

где $W = 0,02d^3$ – момент сопротивления сверла. Подставив значение τ_c из формулы (1.27) в выражение (1.24), с учетом уравнения (1.26) и значений W и σ_v получим

$$s^{y_z} \leq \frac{24,22 \cdot 10^{-4} d_d^{3-z_z}}{C_z t^{x_z} K_{3П} K_z}. \quad (1.28)$$

Неравенства (1.21), (1.23) и (1.28) приводятся к единому виду:

$$n^{n_p} s^{y_p} \leq \frac{(10^3)^{n_p} K_{пр}}{C_z t^{x_p} l_{в.и} K_{3П} K_z}. \quad (1.29)$$

В неравенстве (1.29) необходимо принять:

а) при точении резцами с державками прямоугольного сечения

$$n_p = n_z; y_p = y_z; x_p = x_z; l_{в.и} = l_{в.п}; K_{пр} = \frac{4BH^2}{\pi^{n_z}};$$

б) при точении резцами с державками круглого сечения

$$n_p = n_z; y_p = y_z; x_p = x_z; l_{в.и} = l_{в.п}; K_{пр} = \frac{0,75d_d^3}{\pi^{n_z-1}};$$

в) при сверлении

$$n_p = 0; y_p = y_z; x_p = 0; l_{в.и} = 1; K_{пр} = 24,22 \cdot 10^{-4} d^{3-z_z};$$

г) при рассверливании

$$n_p = 0; y_p = y_z; x_p = x_z; l_{в.и} = 1; K_{пр} = 24,22 \cdot 10^{-4} d^{3-z_z}.$$

Для остальных случаев обработки соответствующим признаком, например $K_{пр} = 0$, неравенство (1.29) исключается из системы для определения оптимального режима обработки как неприемлемое для этих видов обработки.

Ограничение 8. Оно устанавливает связь расчетных скорости резания и подачи с допустимыми параметрами по жесткости режущего инструмента.

Тангенциальная составляющая силы резания P_z не должна превысить максимально допустимую по жесткости резца нагрузку $P_{ж.доп}$, тогда это условие

$$P_z \leq P_{ж.доп}. \quad (1.30)$$

Максимальная нагрузка, допустимая по жесткости резца, находится по формуле

$$P_{ж.доп} = \frac{3fEJ}{l_{в.р}^3}, \quad (1.31)$$

где f – максимальная допустимая стрела прогиба резца, мм; E – модуль упругости материала резца, МПа; J – момент инерции державки резца, мм⁴.

Допустимая стрела прогиба резца принимается равной $f = 0,1$ мм для черного и полукристого точения, а для чистового точения $f = 0,05$ мм. Для державки резца из углеродистой конструкционной стали модуль упругости материала равен $E = (2 \div 2,2) \cdot 10^5$ МПа.

Если державка прямоугольного резца имеет ширину B и высоту H , момент инерции определится как

$$J = \frac{BH^3}{12}. \quad (1.32)$$

Принимая $f = 0,1$ мм, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, по (1.31) получаем

$$P_{ж.доп} = \frac{10^3 BH^3}{2l_{в.р}^3}. \quad (1.33)$$

После подстановки в (1.30) значений P_z , $P_{ж.доп}$, разрешая его относительно искомых элементов, получаем

$$n^{n_z} s^{y_z} \leq \frac{(10^3)^{n_z+1} BH^3}{2C_z t^{x_z} d^{n_z} \pi^{n_z} l_{в.р}^3 K_z}. \quad (1.34)$$

Если державка резца имеет круглое сечение, то момент инерции равен

$$J = 0,05d_d^4. \quad (1.35)$$

И после аналогичных выводов неравенства (1.34)

$$n^{n_z} s^{y_z} \leq \frac{0,3(10^3)^{n_z+1} d_d^4}{C_z t^{x_z} d^{n_z} \pi^{n_z} l_{в.р}^3 K_z}. \quad (1.36)$$

Для наибольшей скорости резания и подачи по жесткости сверла вывод ограничений приведем ниже.

Осевая сила при сверлении и рассверливании P_x не должна превышать допустимую осевую силу $P_{ж.доп}$ по жесткости сверла, т. е. должно выполняться условие

$$P_x \leq P_{ж.доп}. \quad (1.37)$$

Допустимая осевая сила, действующая на сверло, определяется по формуле

$$P_{ж.доп} = \frac{KEJ}{l_{в.с}^2}, \quad (1.38)$$

где K – коэффициент устойчивости (принимаем $K = 2,46$); $E = 2,1 \cdot 10^5$ – модуль упругости материала сверла, МПа; $J = 0,039d^4$ – момент инерции сверла, мм⁴; $l_{в.с}$ – длина вылета сверла, мм. Осевая сила определяется по формулам:

– при сверлении

$$P_x = C_x d^{z_x} s^{y_x} K_x, \quad (1.39)$$

– при рассверливании

$$P_x = C_z t^{x_x} d^{z_x} s^{y_x} K_x. \quad (1.40)$$

Преобразовав неравенство (1.37) с учетом выражений (1.38), (1.40) и значений E , J и K , получим

$$s^{y_x} \leq \frac{201,5d_d^{4-z_x}}{C_x t^{x_x} l_{в.с}^2 K_x}. \quad (1.41)$$

Неравенства (1.34), (1.36) и (1.41) приводятся к единому виду:

$$n^{n_r} s^{y_r} \leq \frac{(10^3)^{n_r+1} K_{ж.и}}{C_z t^{x_r} d^{n_r} \pi^{n_r} l_{в.с}^3 K_z}. \quad (1.42)$$

В неравенстве (1.42) необходимо принимать:

а) при точении резцами с державками прямоугольного сечения

$$n_r = n_z; y_r = y_z; x_r = x_z; l_{в.и} = l_{в.п}; K_{ж.и} = \frac{BH^3}{2};$$

б) при точении резцами с державками круглого сечения

$$n_r = n_z; y_r = y_z; x_r = x_z; l_{в.и} = l_{в.п}; K_{ж.и} = 0,3d_d^4;$$

в) при сверлении

$$n_r = 0; y_r = y_x; x_r = 0; l_{в.и} = l_{в.с}; C_z = C_x; K_z = K_x; K_{ж.и} = \frac{201,5d^{4-z_x} l_{в.с}}{(10^3)^{n_r+1}};$$

г) при рассверливании $x_r = x_x$, а остальные значения величин те же, что и при сверлении.

Для остальных случаев обработки соответствующим признаком, например $K_{ж.и} = 0$, неравенство (1.42) исключается из системы для определения оптимального режима обработки как неприемлемое для этих видов обработки.

Ограничение 9. Оно устанавливает связь подачи и скорости резания с погрешностью обработки, связанной с жесткостью технологической системы.

Все многообразие способов закрепления деталей при точении сводят к четырем основным схемам (рис. 1.2):

1) закрепление детали консольно (рис. 1.2, а). Схема закрепления представляет собой консольную балку с заземленным одним концом и с нагружением на другом конце балки сосредоточенной радиальной составляющей силы P_y ;

2) закрепление детали в патроне (на оправке) с поджимом центром задней бабки или с опорой на люнет (рис. 1.2, б);

- 3) закрепление детали в центрах (рис. 1.2, в);
 4) закрепление детали в центрах с установкой люнета в середине заготовки (рис. 1.2, г).

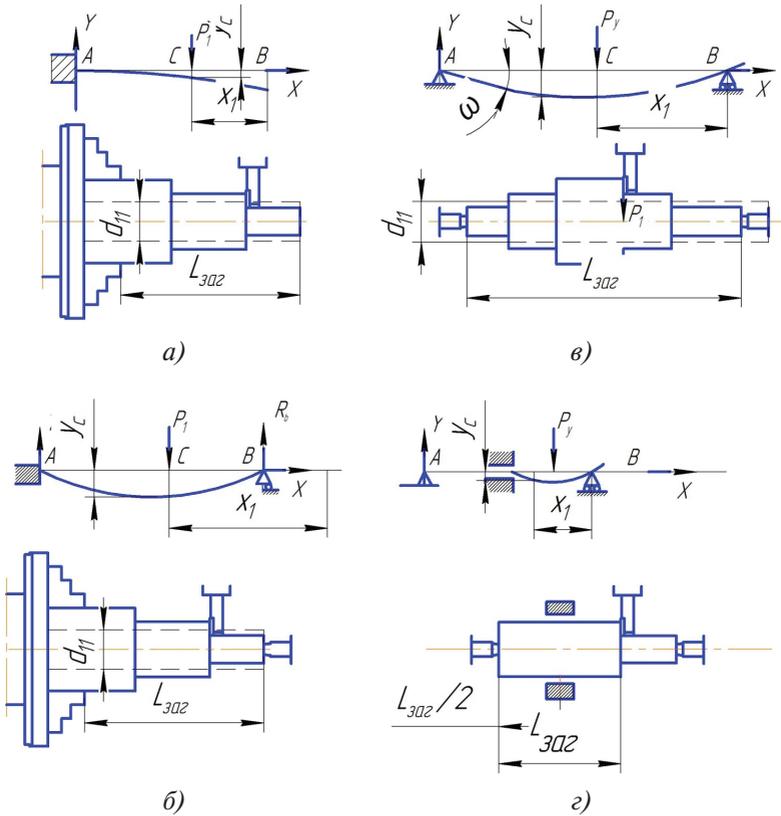


Рис. 1.2. Схемы способов установки деталей на токарных станках:
 а – установка в патроне; б – установка в патроне с задним центром;
 в – установка в центрах; г – установка в центрах с люнетом

Радиальная составляющая силы резания определяется по следующей формуле:

$$P_y = \frac{C_y t^{x_y} s^{y_y} n^{n_y} d^{n_y} \pi^{n_y} K_y}{(10^3)^{n_y}}. \quad (1.43)$$

Прогиб заготовки под действием этой составляющей силы P_y для соответствующих схем определяется по приведенным ниже формулам.

Для схемы 1:

$$y_c = \frac{P_y(L_{\text{заг}} - x_p)^3}{3 \cdot 10^3 EJ}. \quad (1.44)$$

Для схемы 2

$$y_c = \frac{P_y}{12EJ} \left\{ \frac{x_p^2(L_{\text{заг}} - x_p)^3(L_{\text{заг}} - x_p)}{L_{\text{заг}}^3} \right\}. \quad (1.45)$$

Для схемы 3

$$y_c = \frac{P_y x_p^2 (L_{\text{заг}} - x_p)^2}{3EJL_{\text{заг}}}. \quad (1.46)$$

Для схемы 4

$$y_c = \frac{P_y x_p^2 (0,5L_{\text{заг}} - x_p)^2}{1,5EJL_{\text{заг}}}, \quad (1.47)$$

где $L_{\text{заг}}$ – длина заготовки, которая выступает из патрона, мм; x_p – расстояние от правого торца заготовки до резца, мм; E – модуль упругости материала детали, МПа; J – момент инерции сечения заготовки в месте искомой упругой деформации, мм⁴.

По величине упругая деформация под действием составляющей силы P_y должна быть меньше или равна предельно допустимому прогибу по неравенству

$$y_c \leq y_{\text{доп}}. \quad (1.48)$$

По рис. 1.3 с учетом размерностей следует

$$y_{\text{доп}} \leq 0,05\Delta, \quad (1.49)$$

где Δ – технологический допуск размера, мм.

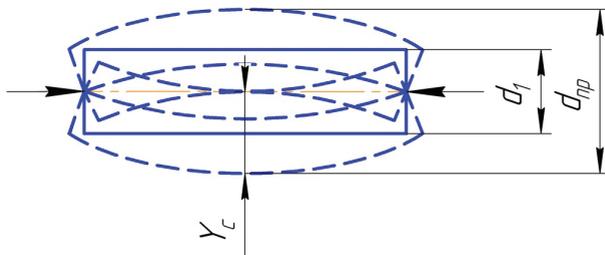


Рис. 1.3. Деформация вала при тчении

Момент инерции сечения заготовки высчитывается как

$$J = \frac{\pi d_{\text{пр}}^4 (1 - K_{\text{тр}}^4)}{64 \cdot 10^4}, \quad (1.50)$$

где $d_{\text{пр}}$ – приведенный диаметр для ступенчатого вала, мм; $K_{\text{тр}}$ – коэффициент, который равен отношению $d_{\text{тр}} : d_{\text{пр}}$, где $d_{\text{тр}}$ – диаметр отверстия заготовки, мм; для сплошного вала $d_{\text{тр}} = 0$.

Задача нахождения упругой деформации ступенчатого вала (рис. 1.4, *a* и *б*) приводится к задаче вычисления прогиба вала приведенного постоянного диаметра.

Для валов с утолщением посередине (рис. 1.4, *a*) приведенный диаметр находится по формуле

$$d_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{d_1^2 l_1 + d_2^2 l_2 + \dots + d_n^2 l_n}{L_{\text{заг}}}}, \quad (1.51)$$

а для валов с односторонней ступенчатостью (рис. 1.4, *б*) – по формуле

$$d_{\text{пр}} = \frac{d_1 l_1 + d_2 l_2 + \dots + d_n l_n}{L_{\text{заг}}}. \quad (1.52)$$

Экспериментально установлено, что погрешность упругой деформации ступенчатого вала с использованием приведенного диаметра вала не превысила 10 %.

Для случая консольного закрепления вала в патроне (рис. 1.2, а) с учетом параметров y_c из формулы (1.44), $y_{доп}$ из (1.49), P_y из (1.43), момента инерции J из (1.50) выражение (1.48) принимает вид

$$\frac{640C_y t^{x_y} s^{y_y} n^{n_y} K_y (L_{заг} - x_p)^3}{3(10^3)^{n_y} E\pi^{1-n_y} d_{пр}^{4-n_y} (1 - K_{тр}^4)} \leq 0,15\Delta. \quad (1.53)$$

Обозначим коэффициент жесткости детали как

$$K_{ж} = 10(L_{заг} - x_p)^3. \quad (1.54)$$

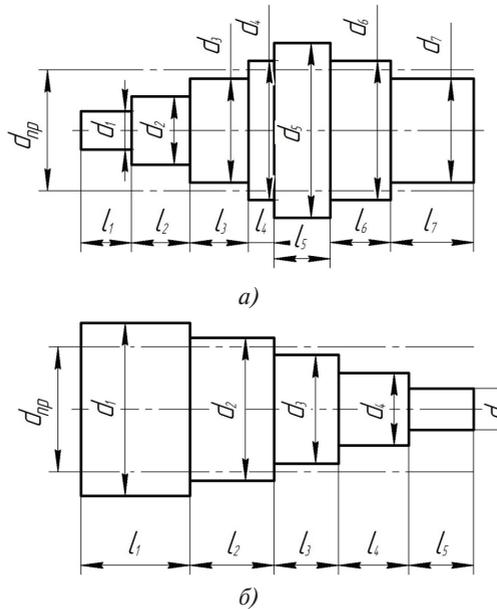


Рис. 1.4. Ступенчатость валов: а – центральная; б – односторонняя

Преобразовав выражение (1.53) с учетом (1.54) и выразив в левой части неравенства подачу и скорость, получаем

$$n^{n_y} s^{y_y} \leq \frac{0,15\Delta(10^3)^{n_y} E\pi^{1-n_y} d_{пр}^{4-n_y} (1 - K_{тр}^4)}{64C_y t^{x_y} K_y K_{ж}}. \quad (1.55)$$

Выражение (1.55) – это неравенство, которое ограничивает элементы режима обработки по жесткости технологической системы с учетом способа закрепления заготовки на станке. Специфичность каждого способа закрепления учитывается при помощи коэффициента жесткости детали.

Для остальных указанных на схеме способов установки вала на станке коэффициент жесткости находится по формулам:

– для схемы 2

$$K_{\text{ж}} = \frac{x_{\text{p}}^2(L_{\text{заг}} - x_{\text{p}})^3(3L_{\text{заг}} - x_{\text{p}})}{0,4L_{\text{заг}}^3}; \quad (1.56)$$

– для схемы 3

$$K_{\text{ж}} = \frac{x_{\text{p}}^2(L_{\text{заг}} - x_{\text{p}})^2}{0,1L_{\text{заг}}}; \quad (1.57)$$

– для схемы 4

$$K_{\text{ж}} = \frac{x_{\text{p}}^2(0,5L_{\text{заг}} - x_{\text{p}})^2}{0,05L_{\text{заг}}}. \quad (1.58)$$

При проверке неравенства (1.55) необходимо учитывать максимально возможный прогиб. Обозначим расстояние от правого торца заготовки до резца через x_0 .

Для схемы установки вала на рис. 1.2, a максимальная деформация будет на конце балки. Тогда возможно два случая:

- обработка начинается с правого торца вала, и $x_0 = 0$;
- обработка начинается с какого-то расстояния от правого торца, и $x_0 \neq 0$.

Исходя из этого формула (1.54) для нахождения коэффициента жесткости уточняется:

– для $x_0 = 0$

$$K_{\text{ж}} = 10L_{\text{заг}}^3; \quad (1.59)$$

– для $x_0 \neq 0$

$$K_{\text{ж}} = 10(L_{\text{заг}} - x_0)^3. \quad (1.60)$$

Для схемы установки вала на рис. 1.2, б максимальная деформация будет на расстоянии $0,42L_{\text{заг}}$ от его правого торца. Тогда будут два варианта:

$$1) x_0 \leq 0,42L_{\text{заг}};$$

$$2) x_0 > 0,42L_{\text{заг}}.$$

Для случая 1 может быть также два варианта:

$$а) x_0 + l < 0,42L_{\text{заг}};$$

$$б) x_0 + l \geq 0,42L_{\text{заг}}, \text{ где } l - \text{длина обрабатываемой поверхности.}$$

Тогда для а и б формула (1.56) принимает вид

$$K_{\text{ж}} = \frac{(x_0 + l)^2 [L_{\text{заг}} - (x_0 + l)]^3 [3L_{\text{заг}} - (x_0 + l)]}{0,4L_{\text{заг}}^3}, \quad (1.61)$$

$$K_{\text{ж}} = 0,22L_{\text{заг}}^3. \quad (1.62)$$

Выражение (1.62) получается из (1.61) после подстановки в нее $x_0 + l = L_{\text{заг}}$, так как в этом месте резец проходит через сечение максимальной деформации.

Для случая 2 формула (1.56) принимает следующий вид:

$$K_{\text{ж}} = \frac{x_0^2 (L_{\text{заг}} - x_0)^3 (3L_{\text{заг}} - x_0)}{0,4L_{\text{заг}}^3}. \quad (1.63)$$

Аналогично уточняются формулы для коэффициентов жесткости для других способов установки вала. Коэффициенты жесткости для всех способов установки валов при точении приводятся в табл. 1.4. Для других методов обработки при соответствующем признаке $K_{\text{ж}} = 0$ неравенство (1.55) исключается.

При сверлении отверстий величина их разбивки Δd не должна быть больше допуска Δ на диаметр:

$$\Delta d \leq \Delta. \quad (1.64)$$

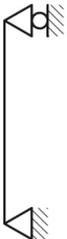
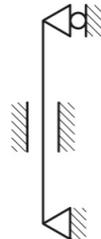
Разбивка отверстия при сверлении возникает главным образом за счет появления радиальной силы, которая изгибает сверло и прижимает его к стенкам отверстия.

Таблица 1.4

Формулы для расчета коэффициентов жесткости
в зависимости от схемы установки вала

Способ закрепления детали на станке		Расстояние начала обработки от правого торца заготовки x_0	Расстояние конца обработки от правого торца заготовки $x_0 + l$	Формула коэффициента жесткости $K_{ж}$
Наименование способа	Схема закрепления			
Консольно		$x_0 = 0$	—	$10L_{заг}^3$
		$x_0 > 0$	—	$10(L_{заг} - x_0)^3$
В патроне с поджимом центром задней бабки		$x_0 \leq 0,42L_{заг}$	$x_0 + l < 0,42L_{заг}$	$\frac{(x_0 + l)^2 [L_{заг} - (x_0 + l)]^3 [3L_{заг} - (x_0 + l)]}{0,4L_{заг}^3}$
		$x_0 > 0,42L_{заг}$	$x_0 + l \geq 0,42L_{заг}$	$0,22L_{заг}^3$
			—	$\frac{x_0^2 (L_{заг} - x_0)^3 (3L_{заг} - x_0)}{0,4L_{заг}^3}$

Окончание табл. 1.4

Способ закрепления детали на станке		Расстояние начала обработки от правого торца заготовки x_0	Расстояние конца обработки от правого торца заготовки $x_0 + l$	Формула коэффициента жесткости $K_{ж}$
Наименование способа	Схема закрепления			
В центрах		$x_0 \leq 0,5L_{заг}$	$x_0 + l < 0,5L_{заг}$	$\frac{(x_0 + l)^2 [L_{заг} - (x_0 + l)]^3}{0,1L_{заг}^3}$
		$x_0 > 0,5L_{заг}$	$x_0 + l \geq 0,5L_{заг}$	$\frac{x_0^2 (L_{заг} - x_0)^2}{0,1L_{заг}^3}$
В центрах с люнетом		$x_0 \leq 0,25L_{заг}$	$x_0 + l < 0,25L_{заг}$	$\frac{(x_0 + l)^2 [0,5L_{заг} - (x_0 + l)]^2}{0,05L_{заг}^3}$
		$x_0 > 0,25L_{заг}$	$x_0 + l \geq 0,25L_{заг}$	$\frac{x_0^2 (0,5L_{заг} - x_0)^2}{0,05L_{заг}^3}$

В результате неодинаковой длины режущих кромок, обусловленных погрешностью заточки сверла, появляется радиальная сила ΔP . Допуск $\Delta\varphi$ на угол 2φ при вершине сверла принимаем равным $\pm 2^\circ$. Для определения силы ΔP режущие кромки сверла рассматриваются как режущие кромки резцов; погрешность заточки принята исходя из максимальной ($\varphi_1 = 60^\circ$; $\varphi_2 = 58^\circ$). Из рис. 1.5 следует, что

$$\Delta P = P_{x_2} \operatorname{ctg} \varphi_2 - P_{x_1} \operatorname{ctg} \varphi_1, \quad (1.65)$$

где P_x — осевая сила резания.

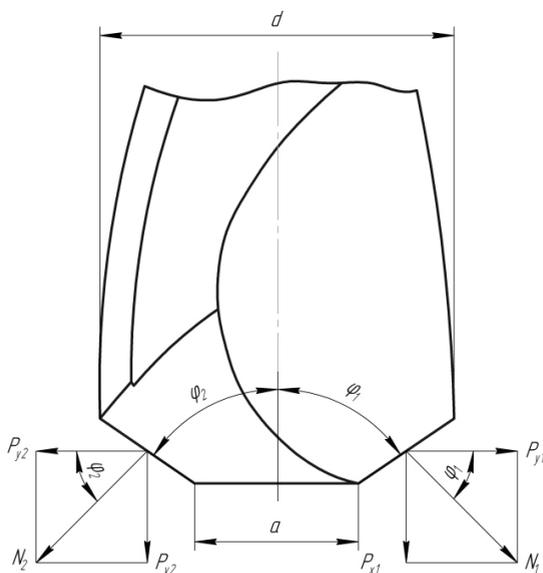


Рис. 1.5. Схема действия сил резания на сверло

Для определения величины ΔP используется формула

$$\Delta P = \frac{0,5P_x}{1,03 \frac{K_{\gamma_1}}{K_{\gamma_2}} + 1} \left(0,6249 - 0,5947 \frac{K_{\gamma_1}}{K_{\gamma_2}} \right), \quad (1.66)$$

где K_{γ_1} , K_{γ_2} – коэффициенты, учитывающие влияние переднего угла режущих кромок сверла на осевую силу.

Так как передний угол γ для сверл является величиной переменной, то расчет выполняется исходя из средних значений для каждой режущей кромки по следующим формулам (с точностью до минут):

$$\gamma_1 = \frac{\operatorname{arctg} \frac{a \operatorname{tg} \omega}{0,866d} + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \omega}{0,866}}{2}; \quad (1.67)$$

$$\gamma_2 = \frac{\operatorname{arctg} \frac{a \operatorname{tg} \omega}{0,848d} + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \omega}{0,848}}{2}, \quad (1.68)$$

где a – длина поперечного лезвия, мм; ω – угол наклона винтовой канавки сверла.

Таблица 1.5

Значения коэффициентов K_{γ_1} и K_{γ_2}

Передний угол γ	17	19	21	23	25	27	29	33	35
Коэффициенты $K_{\gamma_1}, K_{\gamma_2}$	1,48	1,36	1,21	1,10	1,00	0,91	0,85	0,75	0,69

В зависимости от углов γ_1 и γ_2 по табл. 1.5 определяются поправочные коэффициенты K_{γ_1} и K_{γ_2} . Так как разница углов γ_1 и γ_2 небольшая, то при использовании таблицы обязательно применение линейной интерполяции.

Разбивка отверстия под действием силы ΔP определяется по формуле

$$\Delta d = \frac{2\Delta P l_{в.с}^3}{3EJ}. \quad (1.69)$$

Преобразовав неравенство (1.64) с учетом уравнений (1.39), (1.66), (1.69), значений $E = 2,1 \cdot 10^4$ и $J = 0,039d^4$, получим

$$s^{y_x} \leq \frac{245,7 \cdot \Delta d^{4-z_x} \left(1,03 \frac{K_{\gamma_1}}{K_{\gamma_2}} + 1 \right)}{C_x \left(0,6249 - 0,5947 \frac{K_{\gamma_1}}{K_{\gamma_2}} \right) l_{в.с}^3 K_x}. \quad (1.70)$$

Неравенство (1.70) входит в систему для определения оптимального режима резания только при сверлении. Для другого вида работ неравенство (1.70) исключается из системы.

Ограничение 10. Оно устанавливает связь подачи и скорости резания с предельными по прочности механизмов подачи станка.

Сила подачи P_s должна или равняться нагрузке $P_{s,доп}$, допускаемой прочностью механизмов подачи станка, или быть меньше:

$$P_s \leq P_{s,доп}. \quad (1.71)$$

Сила подачи P_s для разных способов обработки находится по формулам:

– при продольном наружном точении и растачивании

$$P_s = \frac{C_x t^{x_x} s^{y_x} n^{n_x} d^{n_x} \pi^{n_x} K_x}{(10^3)^{n_x}}, \quad (1.72)$$

– при поперечном точении

$$P_s = \frac{C_y t^{x_y} s^{y_y} n^{n_y} d^{n_y} \pi^{n_y} K_y}{(10^3)^{n_y}}, \quad (1.73)$$

– при сверлении

$$P_s = C_x s^{y_x} d^{z_x} K_x, \quad (1.74)$$

– при рассверливании

$$P_s = C_x t^{x_x} s^{y_x} d^{z_x} K_x. \quad (1.75)$$

При фрезеровании сила подачи определяется по окружной силе резания:

$$P_s = K'_s P_z,$$

или

$$P_s = K'_s C_z t^{x_z} s^{y_z} d^{z_z} z^{u_z} B^{r_z} K_z. \quad (1.76)$$

Коэффициент K'_s , учитывающий тип фрезы и способ фрезерования, выбирается по табл. 1.6.

Формулы (1.72)–(1.76) приводятся к следующему единому виду:

$$P_s = \frac{C_s t^{x_s} s^{y_s} n^{n_s} d^{n_s+z_s} \pi^{n_s} z^{u_s} B^{r_s} K_s}{(10^3)^{n_s}}. \quad (1.77)$$

Любая из формул (1.72)–(1.76) может быть получена из формулы (1.77) подстановкой в нее соответствующих данных из табл. 1.7.

Подставив в (1.71) значение P_s из (1.77) и решив его относительно подачи и скорости, получаем

$$n^{n_s} s^{y_s} \leq \frac{(10^3)^{n_s} P_{s,\text{доп}}}{C_s t^{x_s} d^{n_s+z_s} \pi^{n_s} z^{u_s} B^{r_s} K_s}. \quad (1.78)$$

Величина $P_{s,\text{доп}}$ указана в паспорте металлорежущего станка.

Таблица 1.6

Значение коэффициента K'_s

Способ фрезерования и тип инструмента		K'_s
Фрезерование цилиндрическими и концевыми фрезами	встречное	0,8–0,9
	попутное	1–1,2
Несимметричное торцовое фрезерование	встречное	0,6–0,9
	попутное	0,15–0,30
Симметричное торцовое фрезерование	—	0,30–0,40

Таблица 1.7

Значения коэффициентов C_s, K_s
и показателей степени $x_s, y_s, n_s, z_s, u_s, r_s$

Вид обработки	C_s	x_s	y_s	n_s	z_s	u_s	r_s	K_s
Продольное наружное точение и растачивание	C_x	x_x	y_x	n_x	0	0	0	K_x
Поперечное точение	C_y	x_y	y_y	n_y	0	0	0	K_y
Сверление	C_x	0	y_x	0	z_x	0	0	K_x
Рассверливание	C_x	x_x	y_x	0	z_x	0	0	K_x
Фрезерование	C_z	x_z	y_z	0	z_x	u_z	r_z	K_z

Неравенство (1.78) входит в систему для определения оптимального режима резания при точении, сверлении, рассверливании и фрезеровании. Для остальных видов работ при $K_s = 0$ (1.78) исключается из системы как неприемлемое для этих видов обработки.

При наличии соответствующих нормативных данных неравенство (1.78) может быть уточнено и распространено для других видов обработки.

Ограничение 11. Оно устанавливает связь определяемой подачи с минимальной подачей, которая допускается кинематикой станка.

Расчетная подача не может быть меньше минимальной, которая допустима на станке:

$$s \geq s_{\text{ст. min}}. \quad (1.79)$$

Ограничение 12. Оно устанавливает связь определяемой подачи с максимальной подачей, которая допускается кинематикой станка.

Расчетная подача не может быть больше максимальной, которая допустима на станке:

$$s \leq s_{\text{ст. max}}. \quad (1.80)$$

Для новых станков с любой подачей ограничения 11 и 12 могут исключаться из системы уравнений.

Ограничение 13. Оно устанавливает связь определяемой величины подачи с подачей, которая допускается требованиями к шероховатости обработанной поверхности.

Для полустачевой и чистовой обработки максимальная величина подачи ограничивается требуемой шероховатостью обработанной поверхности. Это связано с непосредственным влиянием подачи, так как чем больше подача, тем больше шероховатость обработанной поверхности. Поэтому справедливо условие

$$s \leq s_{Ra}, \quad (1.81)$$

где s_{Ra} — максимально допустимая подача, которая обеспечивает получение заданной шероховатости обработанной поверхности.

Для некоторых методов обработки есть формулы для нахождения такой подачи s_{Ra} . Для продольного наружного точения или подрезки торца вала

$$s_{Ra} = \frac{C_H S_{\max}^y r^u}{t^x \varphi^z \varphi_1^z}, \quad (1.82)$$

где C_H — коэффициент условий обработки; S_{\max} — максимальная высота микронеровностей поверхности, мкм; r — радиус закругления при вершине резца, мм; t — глубина резания, мм; φ — главный угол в плане резца; φ_1 — вспомогательный угол в плане режущей части.

При обработке стали и стального литья данные коэффициенты: $C_H = 0,008$; $y = 1,4$; $u = 0,7$; $x = 0,3$; $z = 0,35$. При обработке чугуна: $C_H = 0,045$; $y = 1,25$; $u = 0,75$; $x = 0,25$; $z = 0,5$.

В формуле (1.82) не учитывается влияние скорости резания на шероховатость обработанной поверхности. Область применения этой формулы ограничивается диапазоном подач при обработке стали до $s \leq 1,75$ мм/об и до $s \leq 1,6$ мм/об при обработке чугуна.

1.2. Целевые функции

Для оптимального выбора режима резания необходимо правильно выбирать критерий оптимальности. Это показатель, на основании которого оценивают принятое решение. К таким показателям относятся максимальная производительность, минимальные себестоимость и затраты энергии.

При назначении режимов резания и нормировании времени операции самым полным критерием оптимальности считается технологическая себестоимость. В нее входят затраты, непосредственно связанные с выполнением технологической операции, а также затраты труда, которые учитываются амортизацией основных средств производства.

В общем цеховая себестоимость технологической операции определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} C_{\text{оп}} = & C_{\text{мат.осн}} + C_{\text{эн}} + C_{\text{топ}} + C_{\text{тр}} + C_{\text{усл}} + C_{\text{непр}} + 3П_{\text{раб.осн}} + \\ & + C_{\text{мат.ст}} + 3П_{\text{раб.обсл}} + C_{\text{ам.ст}} + C_{\text{рем.ст}} + C_{\text{э.ин}} + C_{\text{ин.ав}} + \\ & + C_{\text{ам.пр}} + C_{\text{ам.зд}} + 3П_{\text{а.у}} + 3П_{\text{всп}}, \end{aligned} \quad (1.83)$$

где $C_{\text{мат.осн}}$ – затраты на материал; $C_{\text{эн}}$ – затраты на технологическую энергию; $C_{\text{топ}}$ – затраты на технологическое топливо; $C_{\text{тр}}$ – затраты на внутрицеховое транспортирование; $C_{\text{усл}}$ – затраты, связанные с оплатой услуг сторонних организаций; $C_{\text{непр}}$ – внепроизводственные расходы; $3П_{\text{раб.осн}}$ – заработная плата станочника; $C_{\text{мат.ст}}$ – затраты на материалы для содержания станка; $3П_{\text{раб.обсл}}$ – заработная плата рабочих, обслуживающих основное оборудование; $C_{\text{ам.ст}}$ – расходы по амортизации оборудования; $C_{\text{рем.ст}}$ – расходы на все виды ремонта станка; $C_{\text{э.ин}}$ – расходы на нормальную эксплуатацию режущего инструмента; $C_{\text{ин.ав}}$ – расходы из-за поломок и преждевременного износа режущего инструмента; $C_{\text{ам.пр}}$ – расходы на амортизацию приспособления; $C_{\text{ам.зд}}$ – расходы на амортизацию зданий; $3П_{\text{а.у}}$ – расходы на административно-управленческий аппарат; $3П_{\text{всп}}$ – заработная плата всех остальных вспомогательных рабочих.

Себестоимость можно представить в виде суммы двух групп:

1) часть себестоимости, которая зависит от режимов резания

$$C_{\text{оп.пер}} = 3\Pi_{\text{раб.осн}} + C_{\text{ам.ст}} + C_{\text{э.ин}} + C_{\text{ам.пр}} + C_{\text{ам.зд}}; \quad (1.84)$$

2) часть себестоимости, которая не зависит от режима резания

$$C_{\text{оп.пост}} = C_{\text{мат.осн}} + C_{\text{эн}} + C_{\text{топ}} + C_{\text{тр}} + C_{\text{усл}} + C_{\text{непр}} + C_{\text{мат.ст}} + \\ + 3\Pi_{\text{раб.обсл}} + C_{\text{рем.ст}} + C_{\text{ин.ав}} + 3\Pi_{\text{а.у}} + 3\Pi_{\text{всп}}. \quad (1.85)$$

На самом деле некоторые элементы себестоимости из второй группы, такие как затраты на электроэнергию, зависят от режима резания. Но количественно эта зависимость очень сложная из-за трудностей учета различных видов затрат, норм расхода по этим видам затрат, отсутствия методик с рекомендациями по организации учета различных видов затрат.

Поэтому составляющие (1.85) в дальнейшем не рассматриваются.

Элементы себестоимости (1.84) пропорциональны штучно-калькуляционному времени:

$$T_{\text{шт.к}} = T_{\text{м}} + T_{\text{всп}} + T_{\text{тех}} + T_{\text{орг}} + T_{\text{отд}} + T_{\text{пз}}, \quad (1.86)$$

где $T_{\text{м}}$ – основное время, мин; $T_{\text{всп}}$ – вспомогательное время, мин; $T_{\text{тех}}$ – время на техническое обслуживание, мин; $T_{\text{орг}}$ – время на организационное обслуживание, мин; $T_{\text{отд}}$ – время на отдых, мин; $T_{\text{пз}}$ – подготовительно-заключительное время, мин.

Основное время зависит от режима резания и габаритов обрабатываемой поверхности:

$$T_{\text{м}} = \frac{l_{\text{рез}}}{ns\lambda}, \quad (1.87)$$

где $l_{\text{рез}}$ – длина резания, мм; λ – коэффициент резания, который находится из отношения

$$\lambda = \frac{l_{\text{рез}}}{l_{\text{р.х}}}, \quad (1.88)$$

где $l_{\text{р.х}}$ — длина рабочего хода инструментального блока, мм.

Вспомогательное время состоит из элементов:

$$T_{\text{всп}} = T_{\text{уст}} + T_{\text{упр}} + T_{\text{д.п}} + T_{\text{изм}}, \quad (1.89)$$

где $T_{\text{уст}}$ — вспомогательное время на установку — снятие заготовки с ее закреплением — откреплением, мин, оно определяется способом закрепления заготовки в приспособлении, способом выверки, состоянием установочных поверхностей; $T_{\text{упр}}$ — вспомогательное время на приемы управления станком, мин; $T_{\text{д.п}}$ — вспомогательное время на дополнительные приемы, мин; $T_{\text{изм}}$ — время на операционный контроль, мин.

Элементы времени $T_{\text{д.п}}$, $T_{\text{изм}}$, $T_{\text{упр}}$ зависят от размеров станка, обрабатываемой поверхности и точности обработки и не зависят от режимов обработки. Сумма основного и вспомогательного времени называется оперативным временем:

$$T_{\text{оп}} = T_{\text{м}} + T_{\text{всп}}. \quad (1.90)$$

Время на техническое обслуживание находится по формуле

$$T_{\text{тех}} = \frac{T_{\text{см}}}{R_T}, \quad (1.91)$$

где $T_{\text{см}}$ — время подналадки и смены инструмента, мин; R_T — число заготовок, обработанных за заданный период стойкости режущего инструмента, шт.

Число деталей, обработанных за период стойкости, равно отношению

$$R_T = \frac{T}{T_{\text{рез}}}, \quad (1.92)$$

где T — нормированная стойкость инструмента, мин; $T_{\text{рез}}$ — время резания, мин.

Время организационного обслуживания $T_{\text{орг}}$ включает время на подготовку оборудования к его работе, раскладку инструмента перед и после обработки, осмотр станка, время на чистку и смазку станка в течение смены.

Подготовительно-заключительное время – это затраты времени на наладку оборудования, приспособлений, инструмента и на действия, которые нужно выполнить для обработки всей партии заготовок. Подготовительно-заключительное время зависит от способа установки заготовки, размеров станка и от количества инструментов в наладке.

Из анализа формулы (1.86), следует, что от режимов резания зависят два элемента штучно-калькуляционного времени:

$$T_{\text{ш.к.пер}} = T_{\text{м}} + T_{\text{тех}} = T_{\text{м}} + \frac{T_{\text{см}}}{R_T}. \quad (1.93)$$

Все остальные составляющие штучно-калькуляционного времени не связаны с режимами резания и в дальнейшем не учитываются.

Заработная плата станочника находится по формуле

$$ЗП_{\text{раб.осн}} = з_{\text{мин}} K_T \left(T_{\text{м}} + \frac{T_{\text{см}}}{R_T} \right), \quad (1.94)$$

где $з_{\text{мин}}$ – тарифная ставка для первого разряда рабочих, коп/мин; K_T – тарифный коэффициент.

Расходы на амортизацию станка находятся по формуле

$$C_{\text{ам.ст}} = \frac{C_{\text{ст}} N_{\text{ам.ст}}}{\Phi_{\text{ст}} \cdot 60} \left(T_{\text{м}} + \frac{T_{\text{см}}}{R_T} \right), \quad (1.95)$$

где $C_{\text{ст}}$ – начальная стоимость станка, руб.; $N_{\text{ам.ст}}$ – норма годовых амортизационных отчислений на станки, %; $\Phi_{\text{ст}}$ – годовой фонд времени работы станка, ч.

Расходы на эксплуатацию нормально изношенного инструмента находятся по формуле

$$C_{\text{э.ин}} = \left(\frac{C_{\text{ин}} + i_{\text{зат}} C_{\text{зат}}}{i_{\text{зат}}} \right) \frac{1}{R_T}, \quad (1.96)$$

где $C_{\text{ин}}$ – начальная стоимость инструмента, руб.; $i_{\text{зат}}$ – число переточек режущего инструмента до полного износа, включая первичную заточку; $C_{\text{зат}}$ – стоимость одной заточки, руб.

Расходы на эксплуатацию приспособлений находятся по формуле

$$C_{\text{ам.пр}} = \frac{C_{\text{пр}} N_{\text{ам.пр}}}{\Phi_{\text{пр}} \cdot 60} \left(T_M + \frac{T_{\text{см}}}{R_T} \right), \quad (1.97)$$

где $C_{\text{пр}}$ – начальная стоимость приспособлений, руб.; $N_{\text{ам.пр}}$ – норма годовых амортизационных отчислений на приспособления, %; $\Phi_{\text{пр}}$ – годовой фонд времени работы приспособления, ч.

Расходы на амортизацию зданий находятся по формуле

$$C_{\text{ам.зд}} = \frac{C_{\text{зд}} N_{\text{ам.зд}} F_{\text{ст}}}{F_{\text{зд}}} \left(T_M + \frac{T_{\text{см}}}{R_T} \right), \quad (1.98)$$

где $C_{\text{зд}}$ – начальная стоимость здания, руб.; $N_{\text{ам.зд}}$ – норма годовых амортизационных отчислений на здание, %; $F_{\text{ст}}$ – площадь станка, м²; $F_{\text{зд}}$ – площадь здания, м².

Введем следующие обозначения:

$$z_{\text{мин}} K_T + \frac{C_{\text{ст}} N_{\text{ам.пр}}}{\Phi_{\text{пр}} \cdot 60} + \frac{C_{\text{пр}} N_{\text{ам.пр}}}{\Phi_{\text{пр}} \cdot 60} + \frac{C_{\text{зд}} N_{\text{ам.зд}} F_{\text{ст}}}{F_{\text{зд}}} = E, \quad (1.99)$$

$$\frac{C_{\text{ин}} + i_{\text{зат}} C_{\text{зат}}}{i_{\text{зат}}} = S. \quad (1.100)$$

Подставив уравнения (1.94)–(1.98) в формулу (1.84), преобразовав ее с учетом равенств (1.99) и (1.100), получим выражение переменной доли себестоимости технологической операции:

$$C_{\text{оп.пер}} = T_{\text{м}}E + \frac{T_{\text{см}}E}{R_T} + \frac{S}{R_T}, \quad (1.101)$$

или

$$\frac{C_{\text{оп.пер}}}{E} = T_{\text{м}} + \frac{T_{\text{см}} + \frac{S}{E}}{R_T}. \quad (1.102)$$

Теперь введем обозначения:

$$T_{\text{см}} + \frac{S}{E} = Q, \quad (1.103)$$

$$\frac{C_{\text{оп.пер}}}{E} = \theta, \quad (1.104)$$

тогда

$$\theta = T_{\text{м}} + \frac{Q}{R_T}. \quad (1.105)$$

Из формулы (1.105) можно определить период стойкости инструмента, обеспечивающий наименьшую себестоимость операции:

$$T_{\text{м}} = \frac{l_{\text{рез}}}{ns\lambda} = \frac{l_{\text{рез}}\pi d}{1000vs\lambda}, \quad (1.106)$$

$$v = \frac{C_v K_v}{T^m t^{x_v} s^{y_v}}. \quad (1.107)$$

Подставив в формулу (1.106) значение v из формулы (1.107), получаем

$$T_{\text{м}} = \frac{l_{\text{рез}}\pi dt^{x_v} s^{y_v-1} T^m}{1000 C_v K_v \lambda}. \quad (1.108)$$

Если обозначить

$$\frac{l_{\text{рез}}\pi dt^{x_v} s^{y_v-1}}{1000 C_v K_v} = C, \quad (1.109)$$

то

$$T_M = \frac{CT^m}{\lambda}. \quad (1.110)$$

Число деталей, обработанных за период стойкости инструмента, равно

$$R_T = \frac{T}{T_M^\lambda}. \quad (1.111)$$

Подставив в выражение (1.111) значение T_M из формулы (1.110), получаем

$$R_T = \frac{T^{1-m}}{C}. \quad (1.112)$$

Подставляя в формулу (1.105) значение T_M и R_T из формул (1.110) и (1.112), получаем

$$\theta = \frac{CT^m}{\lambda} + QCT^{m-1}. \quad (1.113)$$

Уравнению (1.113) соответствует кривая вида, изображенного на рис. 1.6.

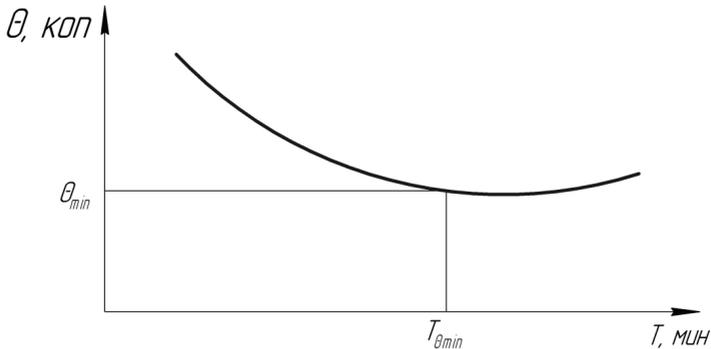


Рис. 1.6. Изменение себестоимости обработки в зависимости от периода стойкости режущего инструмента

Возьмем производную от 0 по T , приравняем ее к нулю и полученное выражение разрешим относительно T :

$$\frac{mCT^{m-1}}{\lambda} + (m-1)QCT^{(m-1)-1} = 0.$$

Сократив на CT^{m-1} и сделав подстановку $m = \frac{1}{\mu}$, получаем

$$T = \lambda(\mu - 1)Q. \quad (1.114)$$

Подставив в формулу (1.105) значения $T_m = \frac{l_{p.x}}{ns}$, R_T и T из формул (1.112) и (1.114), получим после преобразований

$$\theta = l_{p.x} \left(\frac{\mu}{\mu - 1} \right) \cdot \frac{1}{ns},$$

но

$$\theta = \frac{C_{\text{оп.пер}}}{E},$$

откуда

$$C_{\text{оп.пер}} = l_{p.x} E \left(\frac{\mu}{\mu - 1} \right) \cdot \frac{1}{ns}. \quad (1.115)$$

Обозначив

$$l_{p.x} E \left(\frac{\mu}{\mu - 1} \right) = C',$$

получим

$$C_{\text{оп.пер}} = \frac{C'}{ns}. \quad (1.116)$$

Сравнивая формулы

$$T_m = \frac{l_{\text{рез}}}{ns} \text{ и } C_{\text{оп.пер}} = \frac{C'}{ns},$$

видим, что функциональная зависимость основного времени T_m и переменной части технологической себестоимости $C_{\text{оп.пер}}$ от режимов резания n и s одинаковая. Формулы различаются только постоянными коэффициентами $l_{\text{рез}}$ и C' .

Следовательно, при использовании для расчетов стойкости, найденной по формуле (1.114), режимы резания, обеспечивающие минимальное основное время, являются самыми экономичными. Поэтому в качестве целевой функции для определения режимов обработки можно принять и уравнение основного времени, и уравнение себестоимости технологической операции.

Выше была решена задача по определению оптимальных режимов резания для отдельного перехода при условии, что способ обработки на каждом переходе и их последовательность уже определены. Поэтому заданы тип станка, приспособление и режущий инструмент. Тогда за целевую функцию принимается уравнение основного времени на единицу длины пути резания:

$$t_0 = \frac{1}{ns}. \quad (1.117)$$

Неравенства (1.5), (1.8), (1.13)–(1.16), (1.29), (1.42), (1.55), (1.70), (1.78)–(1.81) и уравнение целевой функции (1.117) вместе являются математической моделью оптимального режима резания.

Из уравнения целевой функции (1.117) видно, что она будет минимальной, когда произведение $n \cdot s$ будет максимальным. Задача в том, что нужно найти такие обороты шпинделя n и значение подачи s , которые отвечали бы всем техническим ограничениям, и при этом это произведение было бы наибольшим.

Решение этой задачи вручную требует больших затрат времени. Поэтому были разработаны специальные таблицы для назначения рационального режима обработки с уточнением их при помощи поправочных коэффициентов, которые учитывают измененные условия обработки. Однако и в этом случае затраты времени на выполнение расчетов были очень большими. Исследования, проведенные на ряде промышленных предприятий, показали, что процесс назначения режима обработки часто сводится к выбору по таблице скорости резания и подачи без уточнения их в связи с отличием условий обработки от тех условий, для которых были составлены таблицы, а также без проверочных расчетов на прочность инструмента, жесткость детали и др.

Режимы резания получаются далеко не рациональными для заданных производственных условий.

Опыт использования ЭВМ для инженерных расчетов открыл большие возможности для решения задач по назначению оптимальных режимом резания и определению технических норм времени обработки деталей.

1.3. Графическое решение задачи оптимизации режима резания

На основе неравенств, характеризующих технические ограничения процесса резания металлов, и уравнения целевой функции находится оптимальный режим резания.

Задача следующая: по исходным данным находятся элементы режима обработки: обороты шпинделя и величина подачи (на оборот, на зуб фрезы, на ход, минутная подача), — при которых критерий оптимальности был бы минимальным или максимальным, в зависимости от его вида.

Для решения такой задачи применяется метод линейного программирования.

Постановка задачи: есть некоторый параметр, являющийся линейной функцией нескольких переменных. Эти переменные удовлетворяют ограничениям в виде системы неравенств. Нужно отыскать неотрицательные значения переменных, которые удовлетворяли бы системе ограничений. При этом параметр, являющийся их линейной функцией, принимал бы минимум или максимум.

Для решения задачи с помощью метода линейного программирования уравнение целевой функции и все неравенства технических ограничений преобразуют в линейную форму.

Приведем пример этой методики преобразования в линейную форму с использованием неравенства (1.5).

Логарифмируем неравенство (1.5):

$$\ln n + y_v \ln s \leq \ln \left(\frac{318 C_v K_v d^{z_v - 1}}{T_n^m t_{\text{усл}}^{x_v} z^{u_v} B^{r_v}} \right). \quad (1.118)$$

Обозначаем

$$\ln n = x_1, \quad (1.119)$$

$$\ln(100s) = x_2 \quad (1.120)$$

и подставляем их в (1.118). Получаем линейную форму выражения (1.5) вида

$$x_1 + y_v x_2 \leq b_1. \quad (1.121)$$

Преобразуем аналогично все неравенства технических ограничений (1.8), (1.13)–(1.16), (1.29), (1.42), (1.55), (1.70), (1.78)–(1.81) и уравнение целевой функции (1.117). Получается набор линейных неравенств и линейная функция, подлежащая оптимизации:

$$x_1 + y_v x_2 \leq b_1, \quad (1.122)$$

$$n_z x_1 + y_z x_2 \leq b_2, \quad (1.123)$$

$$x_1 + x_2 \geq b_3, \quad (1.124)$$

$$x_1 \geq b_4, \quad (1.125)$$

$$x_1 \leq b_5, \quad (1.126)$$

$$x_1 \leq b_6, \quad (1.127)$$

$$n_p x_1 + y_p x_2 \leq b_7, \quad (1.128)$$

$$n_r x_1 + y_r x_2 \leq b_8, \quad (1.129)$$

$$n_y x_1 + y_y x_2 \leq b_9, \quad (1.130)$$

$$\text{или } y_x x_2 \leq b_9, \quad (1.131)$$

$$n_s x_1 + y_s x_2 \leq b_{10}, \quad (1.132)$$

$$x_2 \geq b_{11}, \quad (1.133)$$

$$x_2 \leq b_{12}, \quad (1.134)$$

$$x_2 \leq b_{13}, \quad (1.135)$$

$$f_0 = (x_1 + x_2)_{\max}. \quad (1.136)$$

Данная математическая модель представляет собой общую модель процесса обработки металлов на станках различных типов.

Специфика каждого из видов и условий обработки учитывается свободными членами b_1, b_2, \dots, b_{13} и коэффициентами $n_y, n_z, n_p, n_r, n_s, y_v, y_x, y_j, y_z, y_p, y_r, y_s$.

Под оптимальными режимами резания понимают такие режимы, которые обеспечивают заданную производительность с минимальными затратами с учетом всех заданных технических ограничений. Уравнение (1.136) представляет часть себестоимости операции, зависящую от режима резания.

Таким образом, необходимо среди всех возможных неотрицательных значений x_1 и x_2 для уравнений (1.122)–(1.135) найти такие значения $x_{1\text{опт}}$ и $x_{2\text{опт}}$, при которых линейная форма f_0 примет максимальное значение.

Для этого из всей совокупности возможных решений на основе критериев, заданных ограничениями, выбираются допустимые решения. Из них на основе целевой функции выбирается оптимальное решение путем сравнения допустимых решений с целевой функцией (1.136).

Математическая модель процесса резания может быть в графическом виде. Каждому из неравенств (1.122)–(1.135) и целевой функции (1.136) на плоскости соответствуют прямые линии, расположенные параллельно одной из координатных осей или же под любым углом к ним (рис. 1.7).

Прямая каждого из уравнений (1.122)–(1.135) делит плоскость на две полуплоскости. По одну сторону от прямой находятся значения, удовлетворяющие неравенству, а по другую — не удовлетворяющие. Точки на самой прямой удовлетворяют уравнению. На рис. 1.7 у каждой прямой показывается направление решений, которое удовлетворяет неравенствам. Все граничные прямые, пересекаясь между собой, формируют многоугольник.

Точки плоскости внутри многоугольника удовлетворяют неравенствам всех граничных прямых, участвующих в его формировании. Поэтому он называется многоугольником допустимых решений. Он является выпуклым. Для такого многоугольника можно построить множество прямых, каждая из которых будет иметь

по крайней мере одну общую точку с многоугольником, и весь многоугольник будет находиться по одну сторону от такой прямой.

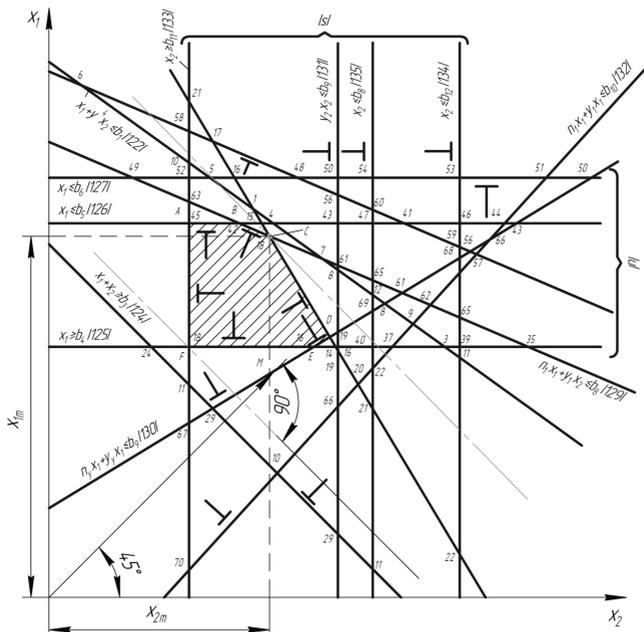


Рис. 1.7. Графическое представление системы (1.122–1.135) и функции (1.136), обозначенной тонкими линиями, проходящими через точки F и C

Прямые, отвечающие этим требованиям, называются опорными прямыми. На рис. 1.7 прямые функций f_{\max} и f_{\min} являются опорными (обозначены тонкими линиями).

Опорная прямая может иметь с выпуклым многоугольником общую часть, состоящую из одной точки или из отрезка прямой. В последнем случае опорная прямая параллельна одной из сторон многоугольника.

Уравнениям (1.122)–(1.135) соответствует множество прямых плоскости, которые образуют многоугольник – область допустимых решений ABCDEF (рис. 1.7). Любая точка с координатами

(x_1, x_2) , которые удовлетворяют всем уравнениям (1.122)–(1.135), называется решением данной системы. В формировании области допустимых решений могут участвовать все граничные прямые. Могут быть варианты, когда одна или несколько граничных прямых не формируют многоугольник решений, не имеют с этой областью общих точек, но точки, входящие в многоугольник решений, будут удовлетворять и этим граничным прямым. Это происходит тогда, когда многоугольник решений располагается в полуплоскости возможных решений граничной прямой. На рис. 1.7 это прямые (1.122), (1.124), (1.127). У уравнений (1.122)–(1.135) может не быть ни одного решения, т. е. нет ни одной точки, координаты которой удовлетворяли бы всем неравенствам системы.

Из всех возможных точек пересечения граничных прямых выделяются точки, которые являются вершинами многоугольника. Для определения многоугольника решений необходимо найти координаты его вершин. Для этого решаются попарно уравнения граничных прямых и находятся точки пересечения этих прямых. Для этого подставляем координаты всех возможных точек пересечения граничных прямых в неравенства рассматриваемой системы. Точки, координаты которых удовлетворяют всем без исключения неравенствам рассматриваемой системы, являются вершинами многоугольника решений.

Линейную функцию максимизирует только та точка, сумма координат которой $x_1 + x_2$ максимальная. Определяем сумму координат $x_1 + x_2$ точек вершин многоугольника решений и находим точку, сумма координат которой является наибольшей. Координаты этой точки являются оптимальным решением задачи – точка C (рис. 1.7). Такой же результат получают графически. На рис. 1.7 прямая целевой функции (1.136) перпендикулярна вектору M , задающему направление минимизации этой функции.

Если смещать прямую (1.136) параллельно самой себе в направлении вектора M , она пересечется с многоугольником в вершине F . В этом положении прямая (1.136) становится опорной. При дальнейшем перемещении в том же направлении она проходит через

область допустимых решений и достигает ее вершины в точке C , где опять становится опорной.

Направление вектора M указывает возрастание линейной формы целевой функции. На опорной прямой, проходящей через вершину F , эта функция минимальная, а на опорной прямой, проходящей через вершину C , — максимальная в области допустимых решений. То есть вершина C является точкой оптимума. Тогда координаты $x_{1\text{опт}}$ и $x_{2\text{опт}}$ являются оптимальным решением системы.

Если пересечение опорной прямой с областью допустимых решений состоит из бесчисленного множества точек (она совпадает со стороной многоугольника), для окончательного выбора решения используются дополнительные критерии. Например, за оптимальное решение принимаются координаты той точки, у которой координата $x_{2\text{опт}}$ большая, так как скорость резания значительно больше влияет на стойкость инструмента, чем подача.

Найдя координаты $x_{1\text{опт}}$ и $x_{2\text{опт}}$, из уравнений (1.119) и (1.120) находим оптимальные значения элементов режима резания по формулам

$$n_{\text{опт}} = e^{x_{1\text{опт}}}, \quad (1.137)$$

$$s_{\text{опт}} = \frac{e^{x_{2\text{опт}}}}{100}. \quad (1.138)$$

Следует отметить, что графическое изображение граничных прямых на рис. 1.7 выбрано произвольным для лучшей иллюстрации метода. В конкретном примере они могут быть направлены совершенно по-другому.

В настоящее время разработан ряд методов определения оптимума системы линейных функций. Особое распространение получил симплексный метод. Как видно из вышеизложенного, для определения оптимума системы линейных неравенств применен метод последовательного перебора точек. При небольшом числе линейных неравенств применение каких-либо других методов оптимизации не дает существенного сокращения программы поиска оптимума. Кроме того, при последовательном переборе всех возможных

точек вершин многоугольника решений в случае несовместности системы легко фиксировать причину несовместности и, следовательно, провести соответствующие мероприятия по обеспечению совместности.

В практике часто встречаются случаи, когда система неравенств технических ограничений является несовместной. Несовместность системы означает, что технические ограничения в виде исходных данных не согласуются между собой, не учтены реальные возможности станка или инструмента, особенности обрабатываемой детали, прочность или жесткость инструмента, мощность электродвигателя станка и др.

В подобных случаях, прежде чем приступить к определению оптимального режима резания, необходимо привести набор линейных неравенств к совместному виду. Для этого необходимо откорректировать исходные данные и технические ограничения, что означает осуществление тех или иных технологических, конструктивных или организационных мероприятий, устраняющих узкие места в проектируемых технологических процессах.

Все неравенства могут быть разделены на четыре группы:

1) неравенства, характеризующие кинематику станка:

$$x_1 \geq b_4,$$

$$x_1 \leq b_6,$$

$$x_2 \geq b_{11},$$

$$x_2 \leq b_{12};$$

2) неравенства, характеризующие кинематику процесса резания:

$$x_1 + y_v x_2 \leq b_1,$$

$$x_1 \leq b_5,$$

$$x_2 \leq b_{13};$$

3) неравенства, характеризующие динамику станка и процесса резания:

$$n_z x_1 + y_z x_2 \leq b_2,$$

$$n_p x_1 + y_p x_2 \leq b_7,$$

$$n_r x_1 + y_r x_2 \leq b_8,$$

$$n_y x_1 + y_y x_2 \leq b_9$$

или

$$\begin{aligned}y_x x_2 &\leq b_9, \\ n_s x_1 + y_s x_2 &\leq b_{10};\end{aligned}$$

4) неравенство, характеризующее заданную производительность:

$$x_1 + x_2 \geq b_3.$$

Граничные прямые неравенств первой группы, пересекаясь, образуют область возможных решений, определяемую кинематикой станка. Так как $b_4 < b_6$ и $b_{11} < b_{12}$, то неравенства первой группы всегда совместны. Любое из неравенств остальных трех групп при определенном сочетании исходных данных может вызвать несовместность системы. Например, если прямая (1.122) проходит ниже точки F , то это означает, что режущие возможности инструмента не позволяют осуществить расчетный режим обработки даже при минимальных числе оборотов и величине подачи из имеющихся на станке. В этом случае необходимо применить более совершенный режущий инструмент или же обработку производить на станке с большим диапазоном скоростей и подач.

Для того чтобы система была совместной, необходимо, чтобы прямая (1.122) стала опорной по крайней мере в точке F . Если прямая (1.122) является опорной в точке F , то ее уравнение принимает вид

$$b_4 + y_v b_{11} = b_1. \quad (1.139)$$

Таким образом, если причиной несовместности системы неравенств является ограничение 1, то для приведения системы к совместному виду можно провести следующие мероприятия:

1) изменить b_4 и b_{11} ; практически это означает, что нужно брать станок с более широким диапазоном чисел оборотов и подач;

2) изменить b_1 ; из формулы (1.121) для определения b_1 видно, что наиболее простыми мероприятиями для изменения его абсолютной величины являются следующие: а) изменить материал режущей части инструмента; б) применить другую геометрию инструмента; в) применить более эффективное охлаждение.

Замена материала режущей части инструмента из быстрорежущей стали твердым сплавом дает возможность увеличить режимы

резания более чем в три раза. При выборе марки твердого сплава на титанокарбидной основе режим обработки может измениться в пределах $1 \div 2,15$ раза. Изменение главного угла в плане даст возможность изменить режим обработки в пределах $0,8 \div 1,5$ раза.

Аналогично может быть исследована несовместность системы, вызванная любым из технических ограничений, входящих в систему, и, как следует из приведенного выше примера, зафиксировав причину несовместности, можно провести относительно простые мероприятия, обеспечивающие совместность системы и выдачу решения.

1.4. Пример выполнения оптимизации

Исходные данные для оптимизации

Жесткость узлов станка: передней бабки $j_{пб} = 20\,000$ Н/м; задней бабки $j_{зб} = 25\,000$ Н/м.

Параметры заготовки: длина $l = 300$ мм; приведенный диаметр $d = 25$ мм.

Режимы резания: глубина резания $t = 2$ мм; подача $s = 0,8$ мм/об.

Относительный износ инструмента: $\Delta_0 = 6$ мкм/км. Начальный износ инструмента: $\Delta_{и} = 7$ мкм.

Обрабатываемый материал: легированная сталь 40Х.

Параметры инструмента выбираются в процессе оптимизации.

Построение системы ограничений

Ограничение 1

Для продольного наружного точения формула принимает вид

$$nS^{y_v} \leq \frac{318 \cdot C_v \cdot K_v \cdot d^{z_v-1}}{T_H^m \cdot t_{ycl}^{x_v}},$$

где коэффициенты принимают следующие значения: $C_v = 340$; $K_v = K_{mv} \cdot K_{пв} \cdot K_{ив} = 1 \cdot 1 \cdot 0,4 = 0,4$; $d = 25$ мм; $T_H = 60$ мин; $m = 0,2$; $t_{ycl} = 2$ мм; $x_v = 0,15$; $y_v = 0,45$.

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$nS^{0,45} \leq 687,45,$$

$$\begin{aligned}\ln(n \cdot s^{y_v}) &= \ln n + y_v(\ln s) = x_1 + y_v \cdot x_2, \\ \ln 687,45 &= 6,53, \\ x_1 + 0,45 \cdot x_2 &\leq 6,53.\end{aligned}$$

Ограничение 2

Для продольного наружного точения формула принимает вид

$$n^{n_z} s^{y_z} \leq \frac{N_H \cdot \eta \cdot K_{C_z}}{C_z \cdot t_{\text{ycl}}^{x_z} \cdot d^{n_z+1} \cdot \pi^{n_z+1} \cdot K_z},$$

где коэффициенты принимают следующие значения: $N_H = 11$ кВт; $\eta = 0,95$; $K_{C_z} = 6120$; $C_z = 300$; $t_{\text{ycl}} = 2$ мм; $d = 25$ мм; $x_z = 1$; $y_z = 0,75$; $n_z = -0,15$; $K_z = K_{\text{мп}} \cdot K_{\text{yp}} \cdot K_{\text{фр}} \cdot K_{\text{лр}} \cdot K_{\text{rp}} = 1 \cdot 1,1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1,1$.

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$\begin{aligned}n^{0,85} s^{0,75} &\leq 842,72; \\ 0,85 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 &\leq 6,74.\end{aligned}$$

Ограничение 3

Для продольного наружного точения формула принимает вид

$$ns \geq \frac{l_{\text{п.х}} \cdot R}{60 \cdot K_3 \cdot r_R - T_{\text{в.н}} \cdot R},$$

где коэффициенты принимают следующие значения: $l_{\text{п.х}} = 300$ мм; $R = 20$ дет/ч; $K_3 = 0,75$; $T_{\text{в.н}} = 2$ мин; $r_R = 1$ мм.

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$\begin{aligned}ns &\geq 1200; \\ x_1 + x_2 &\geq 7,09.\end{aligned}$$

Ограничение 4

Условие кинематического ограничения в виде неравенства:

$$n \geq n_{\text{ст min}}.$$

Согласно характеристикам станка 16К20

$$n \geq 12,5.$$

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$x_1 \geq 2,53.$$

Ограничение 5

При точении не рассматривается.

Ограничение 6

Условие кинематического ограничения в виде неравенства:

$$n \leq n_{\text{ст max}}.$$

Согласно характеристикам станка 16К20

$$n \leq 1600.$$

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$x_1 \leq 7,38.$$

Ограничение 7

Для продольного наружного точения формула принимает вид

$$n^{n_z} S^{y_z} \leq \frac{(10^3)^{n_z} \cdot K_{\text{пр}}}{C_z \cdot t_{\text{усл}}^{x_z} \cdot l_{\text{в.р}} \cdot K_{3\text{п}} \cdot K_z \cdot d^{n_z}},$$

где коэффициенты принимают следующие значения: $K_{\text{пр}} = \frac{40BH^2}{\pi^{n_z}}$;

$B = 40$ мм; $H = 30$ мм; $C_z = 300$; $t_{\text{усл}} = 2$ мм; $l_{\text{в.р}} = 40$ мм; $K_{3\text{п}} = 2$;

$d = 25$ мм; $x_z = 1$; $y_z = 0,75$; $n_z = -0,15$.

$K_z = K_{\text{мп}} \cdot K_{\text{гп}} \cdot K_{\text{фп}} \cdot K_{\lambda\text{п}} \cdot K_{\text{гп}} = 1 \cdot 1,1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1,1$.

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$n^{-0,15} S^{0,75} \leq 15,668;$$

$$-0,15 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 \leq 2,75.$$

Ограничение 8

Для продольного наружного точения формула принимает вид

$$n^{n_z} S^{y_z} \leq \frac{(10^3)^{n_z+1} \cdot K_{\text{жи}}}{C_z \cdot t_{\text{усл}}^{x_z} \cdot d^{n_z+1} \cdot l_{\text{в.р}}^3 \cdot K_z},$$

где коэффициенты принимают следующие значения: $K_{\text{жи}} = \frac{BH^3}{2}$;

$B = 40$ мм; $H = 30$ мм; $C_z = 300$; $t_{\text{усл}} = 2$ мм; $l_{\text{в.р}} = 40$ мм;

$d = 25 \text{ мм}; x_z = 1; y_z = 0,75; n_z = -0,15.$

$K_z = K_{\text{мр}} \cdot K_{\text{γр}} \cdot K_{\text{фр}} \cdot K_{\lambda\text{р}} \cdot K_{\text{гр}} = 1 \cdot 1,1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1,1.$

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$n^{-0,15} s^{0,75} \leq 7,342;$$
$$-0,15 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 \leq 1,99.$$

Ограничение 9

Для продольного наружного точения формула принимает вид

$$n^{n_y} s^{y_y} \leq \frac{0,15 \cdot \Delta \cdot (10^3)^{n_y} \cdot E \cdot \pi^{1-n_y} \cdot d_{\text{пр}}^{4-n_y} \cdot (1 - K_{\text{тр}}^4)}{64 \cdot C_y \cdot t_{\text{усл}}^{x_y} \cdot K_y \cdot K_{\text{ж}}},$$

где коэффициенты принимают следующие значения: $\Delta = 0,5$;
 $E = 21\,000 \text{ МПа}; d = 25 \text{ мм}; K_{\text{тр}} = 0; C_y = 300; K_y = 1,1$;
 $K_{\text{ж}} = 10 \cdot I_{\text{заг}}^3 = 10 \cdot 0,3^3 = 0,27; x_y = 1; y_y = 0,75; n_y = -0,15.$

Отсюда следует, что ограничение примет вид:

$$n^{-0,15} s^{0,75} \leq 115709;$$
$$-0,15 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 \leq 11,66.$$

Ограничение 10

При точении не рассматривается.

Ограничение 11

Расчетная подача не может быть меньше минимальной, которая допустима на станке:

$$s \geq s_{\text{ст min}}.$$

Согласно характеристикам станка 16К20, масштабному коэффициенту для подачи, равному 100, принимаем

$$s \geq 5.$$

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$x_1 \geq 1,61.$$

Ограничение 12

Расчетная подача не может быть больше максимальной, которая допустима на станке:

$$s \leq s_{\text{ст max}}.$$

Согласно характеристикам станка 16К20, масштабному коэффициенту для подачи, равному 100, принимаем

$$s \leq 280.$$

Отсюда следует, что ограничение примет вид

$$x_1 \leq 5,63.$$

Ограничение 13

Оно устанавливает связь определяемой величины подачи с подачей, которая допускается требованиями к шероховатости обработанной поверхности:

$$s \leq \frac{k_0 \cdot k_1 \cdot Ra \cdot \rho^{k_2} \cdot v^{k_3}}{(90 + \gamma)^{k_4}},$$

где коэффициенты принимают следующие значения: $k_0 = 7$; $k_1 = 0,85$; $k_2 = 0,65$; $k_3 = 0,36$; $k_4 = 0,15$; $Ra = 6,3$ мкм; $\rho = 2$ мм; $v = 282$ м/мин; $\gamma = 0$.

Если принять масштабный коэффициент для подачи, равный 100, ограничение примет вид

$$85 \cdot s \leq 13,81;$$

$$4,44 \cdot x_1 \leq 2,63.$$

Теперь на основе всех имеющихся ограничений составляем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 0,45 \cdot x_2 \leq 6,53, \\ 0,85 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 \leq 6,74, \\ x_1 + x_2 \geq 7,09, \\ x_1 > 2,53, \\ x_1 \leq 7,38, \\ -0,15 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 \leq 2,75, \\ -0,15 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 \leq 1,99, \\ -0,15 \cdot x_1 + 0,75 \cdot x_2 \leq 11,66, \\ x_1 \geq 1,61, \\ x_1 \leq 5,63, \\ 4,44 \cdot x_1 \leq 2,63. \end{array} \right.$$

По уравнениям строится область допустимых значений (рис. 1.8).

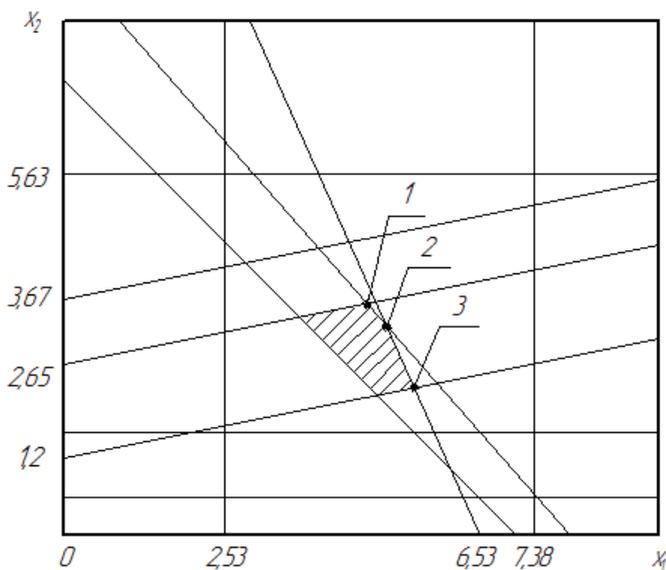


Рис. 1.8. Графическое решение системы уравнений

Полученная область допустимых решений ограничена пятью точками, три из которых могут иметь наибольшую сумму координат. Чтобы выбрать оптимальную точку, найдем суммы координат каждой из трех:

$$1: \begin{cases} 0,85 x_1 + 0,75x_2 \leq 6,74, \\ -0,15 x_1 + 0,75x_2 \leq 2,75, \end{cases}$$

$$x_1 = 3,99; x_2 = 4,46.$$

$$\sum x_i = 8,45.$$

$$2: \begin{cases} 0,85 x_1 + 0,75x_2 \leq 6,74, \\ x_1 + 0,45x_2 \leq 6,53, \end{cases}$$

$$x_1 = 5,07; x_2 = 3,24.$$

$$\sum x_i = 8,31.$$

$$3: \begin{cases} x_1 + 0,45x_2 \leq 6,53, \\ -0,15x_1 + 0,75x_2 \leq 1,99, \end{cases}$$

$$x_1 = 5,495; x_2 = 5,114.$$

$$\sum x_i = 10,609.$$

Таким образом, третья точка является оптимальной. Найдем оптимальные значения числа оборотов и подачи:

$$n = e^{5,495} = 243 \text{ об/мин};$$

$$s = \frac{e^{5,114}}{100} = 1,66 \text{ мм/об.}$$

Контрольные вопросы

1. Что такое математическая модель?
2. Что должна иметь математическая модель для решения задачи оптимизации?
3. Что такое целевая функция?
4. Что такое критерий оптимальности?
5. Что такое система ограничений? Какие ограничения входят в систему при оптимизации процесса резания?
6. Что такое система уравнений, описывающих объект?
7. Что такое управляемый параметр или управляемые параметры, которые выделяют из числа внутренних параметров?

2. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ИНСТРУМЕНТА*

2.1. Задача коммивояжера

Вспомогательное время t_v входит вместе с основным временем в оперативное время выполнения технологической операции. Помимо времени на установку – снятие заготовки, управление станком, операционный контроль оно включает быстрый подвод и отвод инструмента. Для комплексной оптимизации технологической операции необходимо сократить вспомогательное время на холостые перемещения инструмента.

Эта задача определения оптимальной траектории движения относится к задачам теории комбинаторики и называется *задачей коммивояжера*.

Она звучит так: «Коммивояжер должен выйти из первого города, посетить по разу в неизвестном порядке города $2, 1, 3, \dots, n$ и вернуться в первый город. Расстояния между городами известны. В каком порядке следует обходить города, чтобы замкнутый путь коммивояжера был кратчайшим?»

Задачи такого рода на операциях механической обработки возникают при проектировании операций с большим количеством обрабатываемых отверстий с различными технологическими переходами (центрование, зенкование, сверление, цекование, нарезание резьбы и т. д.).

Для решения такой задачи вводятся следующие обозначения.

Имеется n точек с нумерацией $j \in T(1, 2, 3, \dots, n)$. Расстояния между парой точек i, j обозначены через C_{ij} . Маршрут описывается последовательностью точек $t = (j_1, j_2, \dots, j_n, j_1)$, причем все $j_1 \dots j_n$ – разные номера. Повторяющийся в начале и в конце номер точки j_1 указывает на замкнутость последовательности.

* В разработке данного раздела использован основной источник: Афонин В.В. Моделирование систем [Электронный ресурс] : учеб.-практ. пособие [2].

Задача оптимизации заключается в определении последовательности $t = (j_1, j_2, \dots, j_n, j_1)$, в которой суммарная длина соответствующих отрезков между точками будет минимальной:

$$L = L(t) = \sum_{k=1}^n C_{j_k j_{k+1}}. \quad (2.1)$$

Совокупность расстояний C_{ij} формирует симметричную матрицу $[C]$. Каждый элемент C_{ij} этой матрицы $[C]$ должен удовлетворять следующим ограничениям:

$$C_{ij} \geq 0; C_{ii} = \infty; C_{ij} + C_{jk} \geq C_{ik}. \quad (2.2)$$

Задача заключается в переборе всех возможных комбинаций расстояний, образующих разные варианты маршрутов. Из-за возрастания числа комбинаций N от числа точек решение этой задачи затруднено. Число возможных вариантов от числа точек:

$$N = \frac{(n-1)!}{2}. \quad (2.3)$$

Например, для $n = 15$ $N = 4,36 \cdot 10^{10}$.

Рассмотрим некоторые приближенные методы решения задачи коммивояжера.

2.2. Методы решения задачи коммивояжера

2.2.1. Исходная задача

Решение задачи коммивояжера по определению оптимального маршрута находится в два этапа. На первом этапе находят базовый маршрут, а на втором этапе пытаются его улучшить.

Рассмотрение методов решения задачи коммивояжера проведем на следующем примере (рис. 2.1).

На вертикальном многооперационном станке проводится обработка заготовки, показанной на рис. 2.1. На операции обрабатываются 14 крепежных отверстий с различными параметрами. На первом переходе все отверстия центруются. Необходимо определить оптимальный порядок зацентровки отверстий по критерию минимума вспомогательных перемещений. Первоначально инструмен-

тальный шпindelъ находится в точке смены инструмента (т. 15), а после зацентровки четырнадцати отверстий на глубину $h = 4$ мм он возвращается обратно в (т. 15).

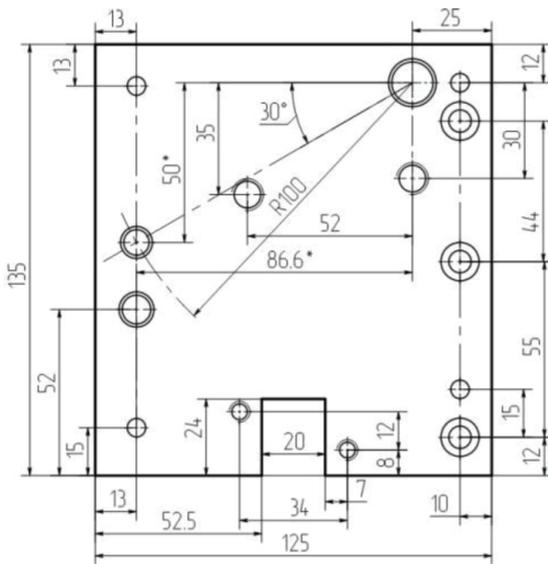


Рис. 2.1. Эскиз детали

2.2.2. Формирование матрицы расстояний

Первоначально матрица расстояний $[C]$ не задана. На чертеже приведены размеры, проставленные комбинированным, координатным и цепочным способами с указанием некоторых значений межцентровых расстояний.

Для формирования матрицы расстояний $[C]$ нумеруются отверстия, а также изменяется простановка размеров. Они ставятся от одной базы — нуля детали 0_{dem} (рис. 2.2). Используя координаты (x_i, y_i) , по теореме Пифагора определяются значения всех элементов C_{ij} :

$$C_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}. \quad (2.4)$$

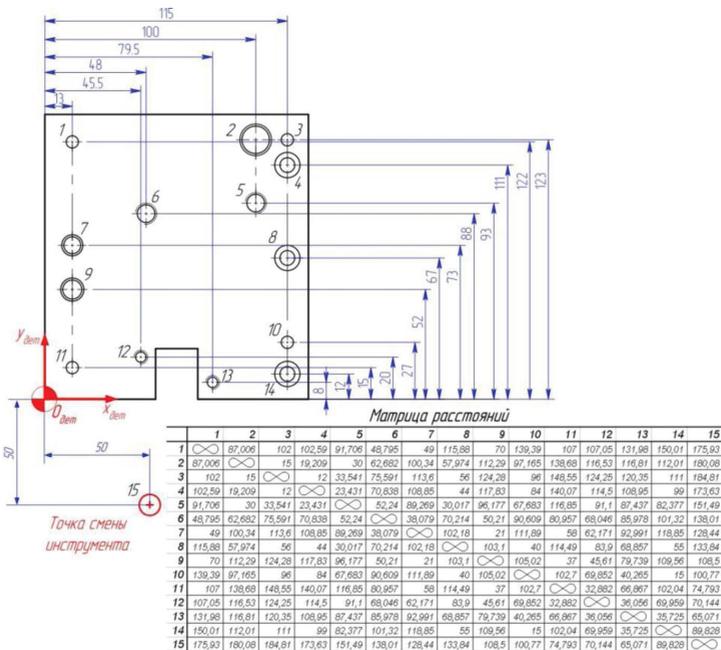


Рис. 2.2. Пересчитанные размеры и таблица – матрица расстояний

Если аналогичная задача коммивояжера решается для деталей с размерами, заданными в полярной системе координат (r_i, φ_i) или (d_i, φ_i) (рис. 2.3), то расстояния C_{ij} пересчитываются по теореме косинусов:

$$C_{ij} = \sqrt{r_i^2 + r_j^2 - 2r_i r_j \cos(\varphi_i - \varphi_j)} = \sqrt{\frac{d_i^2}{4} + \frac{d_j^2}{4} - \frac{d_j d_i}{2} \cos(\varphi_i - \varphi_j)}. \quad (2.5)$$

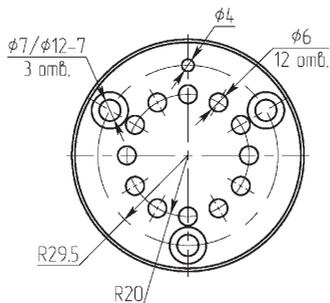


Рис. 2.3. Эскиз детали с размерами, заданными в полярной системе координат

2.2.3. «Жадный» алгоритм

«Жадный» алгоритм – алгоритм определения минимального расстояния выбором самого короткого из еще не выбранных ребер. Должно выполняться условие, что выбранное ребро не формирует цикл с уже выбранными ребрами. «Жадным» этот алгоритм называется из-за расплаты за жадность на последних шагах цикла.

Этот метод иллюстрируется на примере детали, показанной на рис. 2.4. Точки находятся в вершинах ромба. Отправная точка – 1. Ближе всего к точке 1 расположены точки 2 и 4. Из-за равенства расстояний можно выбрать любую из них, например 2. Ближе к этой точке 2 расположена точка 4, и последней в маршрут включается точка 3. Однако после этого следует возвращение в исходную точку 1 по самой длинной диагонали. В результате полученный маршрут $t = (1, 2, 4, 3, 1)$ является неоптимальным.

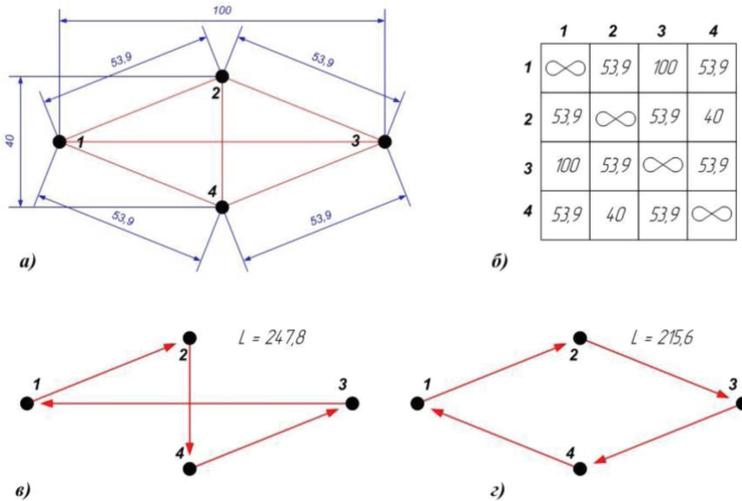


Рис. 2.4. Пример применения «жадного» алгоритма

Если решать задачу о последовательности центрования 14 отверстий (рис. 2.1), то данный алгоритм дает следующий маршрут: $t = (15, 13, 14, 10, 8, 5, 4, 3, 2, 6, 7, 9, 11, 12, 1, 15)$, длина которого равна $L = 710,87$ мм.

Видно, что данный маршрут t не является оптимальным и может быть улучшен.

«Жадный» алгоритм простой, легко программируется, однако в большинстве случаев «ошибается» при поиске оптимального пути, причем значительно. Он может использоваться для получения базового маршрута с последующим его улучшением.

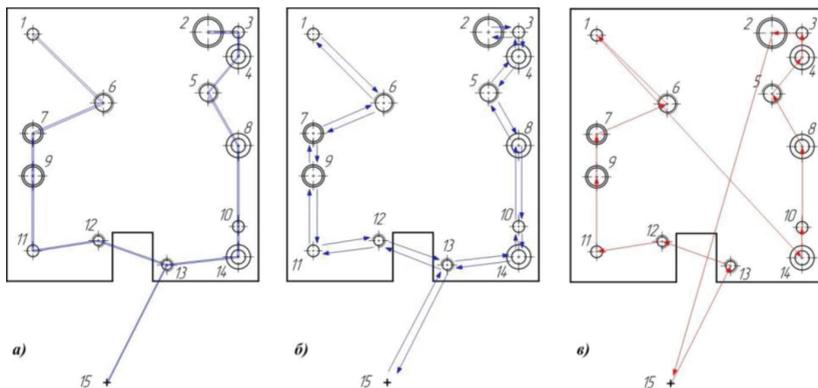


Рис. 2.5. Этапы «деревянного» алгоритма: *а* – минимальное остовное дерево с корнем в точке 15; *б* – эйлеров цикл; *в* – маршрут, полученный из эйлерова цикла удалением повторяющихся точек

2.2.4. «Деревянный» алгоритм

Поиск маршрута по «деревянному» алгоритму проводят в три этапа:

1. Сначала формируется *кратчайшее остовное дерево* со связями между вершинами и с корнем в исходной точке. Оно представляет граф связей с минимальными расстояниями между точками. Остовное дерево показано на рис. 2.5, *а*.

2. Далее на ветвях построенного дерева строится *эйлеров цикл* – замкнутая линия через все вершины. Он показан на рис. 2.5, *б*. Записывается он как ЭЦ = (15, 13, 12, 11, 9, 7, 6, 1, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 10, 8, 5, 4, 3, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 14, 13, 15).

3. Для получения искомого маршрута из эйлерова цикла исключают все повторяющиеся вершины, кроме исходной: (15, 13, 12, 11, 9, 7, 6, 1, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 10, 8, 5, 4, 3, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 14, 13, 15). В результате получается маршрут на рис. 2.5, $t = (15, 13, 12, 11, 9, 7, 6, 1, 14, 10, 8, 5, 4, 3, 2, 15)$. Длина маршрута равна $L = 744,42$ мм.

Видно, что маршрут опять не является оптимальным. Данный алгоритм также «ошибся». Однако, в отличие от предыдущего, «жадного» алгоритма, длину маршрута L , находимого с помощью «деревянного» алгоритма, можно оценить по отношению к длине оптимального маршрута L_{\min} с помощью соотношения

$$L_{\min} \leq L \leq 2L_{\min}.$$

2.2.5. Случайные методы

В случайных методах маршрут выбирается случайно, т. е. он представлен в виде случайной перестановки номеров точек. Вероятность того, что данный маршрут является оптимальным, очень мала. Но последующие этапы улучшения маршрута могут существенно уменьшить его длину.

Например, в *методе Монте-Карло* случайный маршрут выбирают многократно.

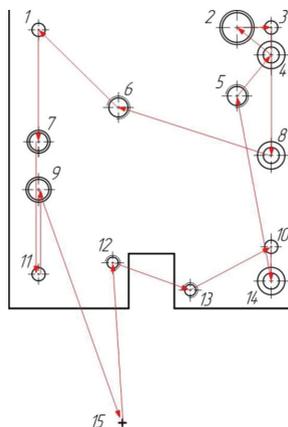


Рис. 2.6. Оптимальный маршрут, найденный методом Монте-Карло

Для рассматриваемой задачи общее число вариантов маршрутов по формуле (2.3) равно 44 миллиардам. Их перебор на персональном компьютере невозможен. Однако если выполнить статистический эксперимент по случайной перестановке точек миллион раз, то среди миллиона вариантов маршрута можно выбрать оптимальный. Вероятность получения оптимального маршрута невысокая (около 0,003 %), но на практике получаемый результат оказывается приемлемым (рис. 2.6): $t = (15, 12, 13, 10, 14, 5, 4, 2, 3, 8, 6, 1, 7, 11, 9, 15)$, $L = 729$ мм.

2.2.6. Методы улучшения базового маршрута

Метод перестановок

Суть метода в том, что после формирования базового маршрута любым способом попарно меняют местами соседние точки. Если есть улучшение, то такой измененный вариант становится базовым. Процесс повторяется до тех пор, пока данный метод не перестанет давать улучшение.

Выполним улучшение варианта базового маршрута, полученного методом Монте-Карло (рис. 2.6).

Если в маршруте t поменять местами точки 10 и 14, получается: $t = (15, 12, 13, 14, 10, 5, 4, 2, 3, 8, 6, 1, 7, 11, 9, 15)$, $L = 709,76$ мм.

Если после этого поменять местами точки 11 и 9, то получается маршрут на рис. 2.7: $t = (15, 12, 13, 14, 10, 5, 4, 2, 3, 8, 6, 1, 7, 9, 11, 15)$, $L = 639,05$ мм.

Данный способ можно продолжать, выполняя перестановки не только для соседних точек, но и, например, через одну, две и т. д.

Метод перестановок очень эффективен и легко программируется.

Метод разворота петель

Если в маршруте есть пересечения, то это говорит о его неоптимальности. В этом случае эффективным способом улучшения маршрута является перестановка точек в последовательности базового варианта для исключения пересечений.

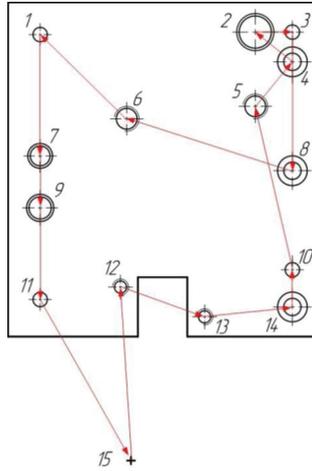


Рис. 2.7. Пример улучшения маршрута перестановкой точек 10 и 14, 11 и 9

Разворачивая петлю в маршруте (рис. 2.7), получаем траекторию (рис. 2.8, а): $t = (15, 12, 13, 14, 10, 8, 4, 3, 2, 5, 6, 1, 7, 9, 11, 15)$, $L = 580,75$ мм.

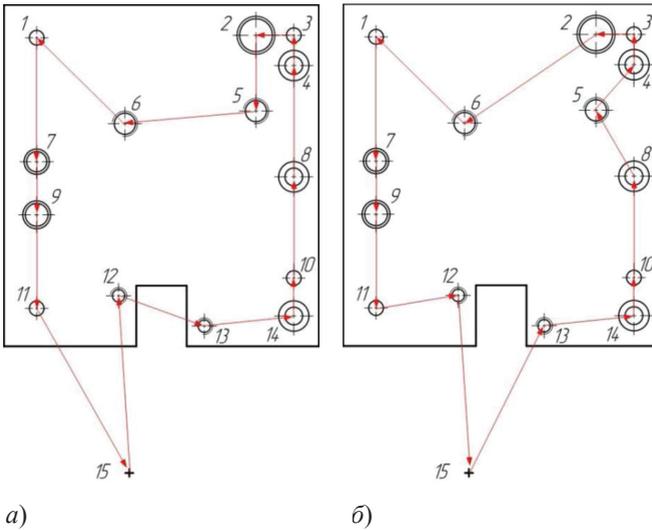


Рис. 2.8. Устранение пересечения: а – базовый маршрут после преобразования; б – оптимальный маршрут

Комбинированный метод

Рассмотренные методы улучшения маршрутов лучше применять совместно. В результате их эффективность намного увеличивается. После выполнения перестановок в маршруте, показанном на рис. 2.8, а, получим оптимальный маршрут (рис. 2.8, б): $t = (15, 13, 14, 10, 8, 5, 4, 3, 2, 6, 1, 7, 9, 11, 12, 15)$, $L = 557,75$ мм.

2.3. Задания для самостоятельной работы

Попробуйте найти оптимальные траектории движения инструмента при центровании крепежных отверстий в деталях, показанных на рис. 2.9.

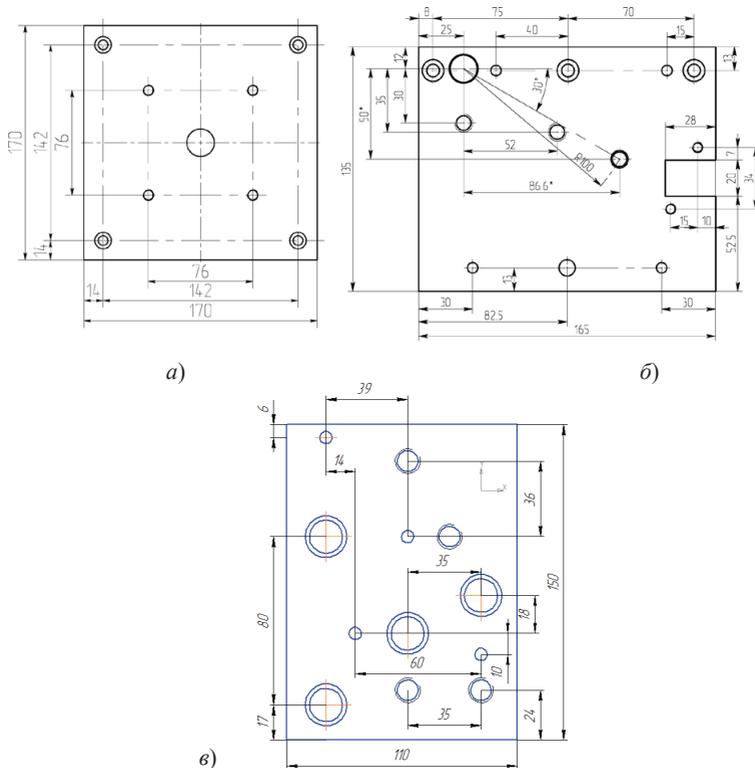


Рис. 2.9. Эскизы для самостоятельной работы (см. также с. 71 и 72)

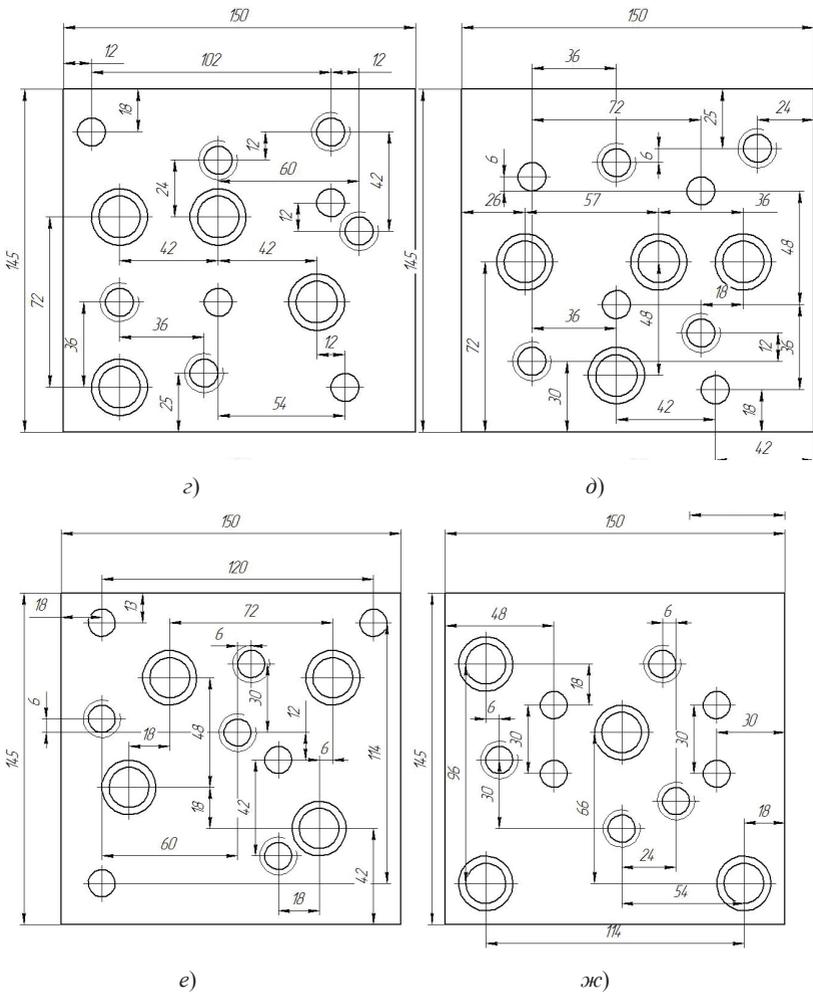
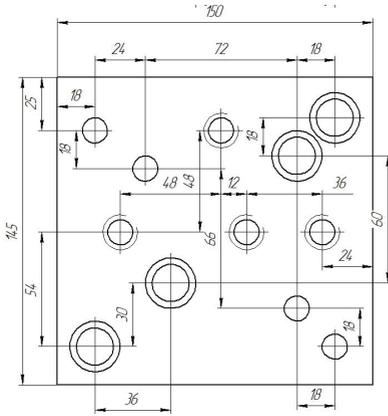
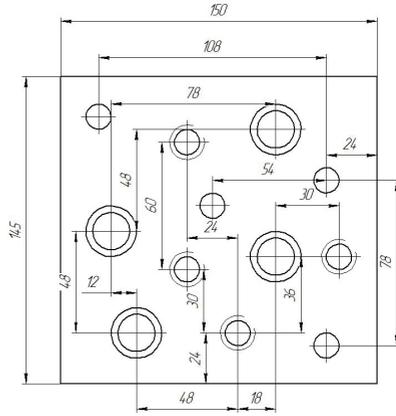


Рис. 2.9. Продолжение



3)



u)

Рис. 2.9. Окончание

2.4. Пример выполнения работы

Дано

Деталь типа «корпус».

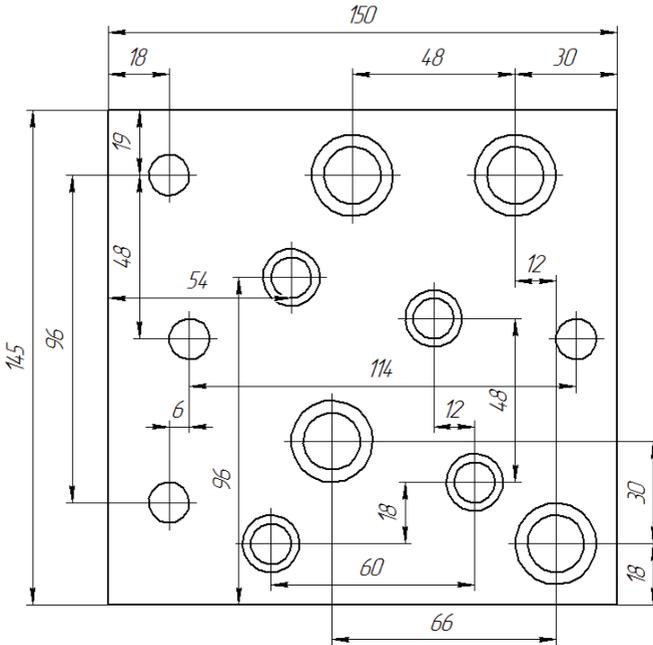
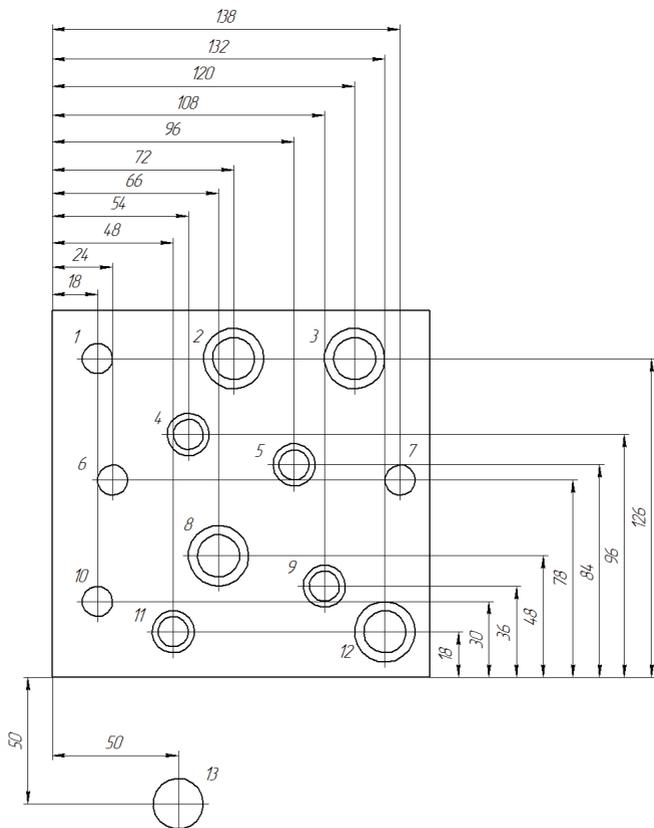


Рис. 2.10. Корпус

Необходимо определить оптимальную траекторию движения инструмента для обработки отверстий, т. е. решить так называемую задачу коммивояжера.

Решение

Для решения данной задачи определим точку смены инструмента и составим матрицу расстояний.



Матрица расстояний													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	∞	54	102	46,862	88,589	48,374	129,244	91,586	127,279	96	112,089	157,035	178,885
2	54	∞	48	34,986	48,374	67,882	81,609	78,23	96,933	110,145	110,635	123,548	177,37
3	102	48	∞	72,498	48,374	107,331	51,264	94,868	90,797	140,071	129,8	108,665	189,41
4	46,862	34,986	72,498	∞	43,681	34,986	85,907	49,477	80,722	75,18	78,23	110,309	146,055
5	88,589	48,374	48,374	43,681	∞	72,25	42,426	46,862	49,477	94,868	81,609	75,18	141,676
6	48,374	67,882	107,331	34,986	72,25	∞	114	51,614	93,915	48,374	64,622	123,548	130,614
7	129,244	81,609	51,264	85,907	42,426	114	∞	78	51,614	129,244	108,167	60,299	153,332
8	91,586	78,23	94,868	49,477	46,862	51,614	78	∞	43,681	51,264	34,986	72,498	99,298
9	127,279	96,933	90,797	80,722	49,477	93,915	51,614	43,681	∞	90,2	62,642	30	103,73
10	96	110,145	140,071	75,18	94,868	48,374	129,244	51,264	90,2	∞	32,311	114,63	86,163
11	112,089	110,635	129,8	78,23	81,609	64,622	108,167	34,986	62,642	32,311	∞	84	68,029
12	157,035	123,548	108,665	110,309	75,18	123,548	60,299	72,498	30	114,63	84	∞	106,527
13	178,885	177,37	189,41	146,055	141,676	130,614	153,332	99,298	103,73	86,163	68,029	106,527	∞

Рис. 2.11. Простановка размеров координатным способом и матрица расстояний

Далее определим длину перемещений несколькими способами и выберем наиболее оптимальную.

1. «Жадный» алгоритм (рис. 2.12).

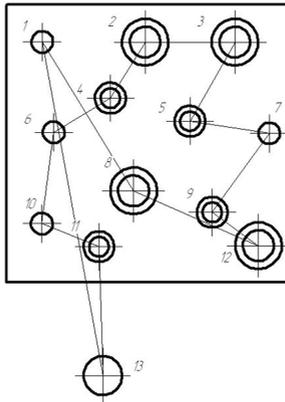


Рис. 2.12. Траектория перемещений при оптимизации «жадным» алгоритмом

В данном случае алгоритм даст следующий маршрут: $t = (13, 11, 10, 6, 4, 2, 3, 5, 7, 9, 12, 8, 1, 13)$. Его длина составит $L = 782,069$ мм.

2. «Деревянный» алгоритм (рис. 2.13).

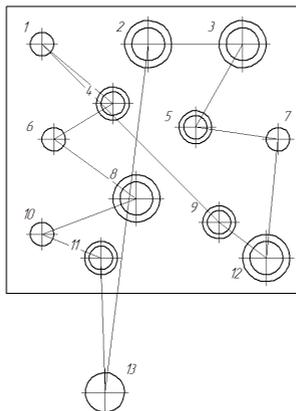


Рис. 2.13. Траектория перемещений при оптимизации «деревянным» алгоритмом

В результате получаем данный маршрут: $t = (13, 11, 10, 8, 6, 4, 1, 9, 12, 7, 5, 3, 2, 13)$. Его длина составит $L = 818,81$ мм.

3. Результаты расчетов с применением всех методов представлены на рис. 2.14.

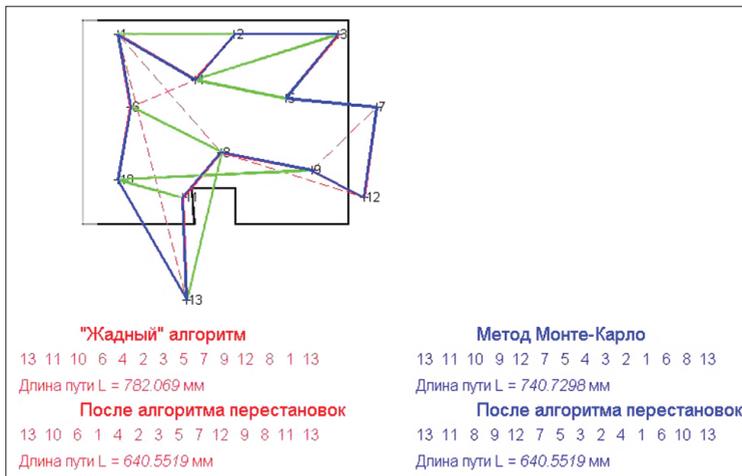


Рис. 2.14. Траектория перемещений при оптимизации «жадным» алгоритмом и методом Монте-Карло в системе Matlab

Таким образом, оптимальная траектория перемещений инструмента получилась при расчете с помощью «жадного» алгоритма и алгоритма перестановок, а также метода Монте-Карло и алгоритма перестановок. Длина пути составила $L = 640,55$ мм.

Контрольные вопросы

1. Для каких технологических действий можно применить способы оптимизации для решения задачи о коммивояжере?
2. Какова суть задачи о коммивояжере?
3. Как формируется матрица расстояний?
4. Принцип «жадного» алгоритма. Его преимущества и недостатки.
5. Принцип «деревянного» алгоритма. Его преимущества и недостатки.
6. Принцип случайных алгоритмов поиска. Их преимущества и недостатки.
7. Методы улучшения решений.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ПРОИЗВОДСТВА**

3.1. Постановка оптимизационных задач планирования производства, сводящихся к задаче линейного программирования

Огромное число оптимизационных задач планирования сводится к так называемой задаче *линейного программирования*.

Задача линейного программирования ставится следующим образом. Требуется найти оптимальные значения n переменных x_1, x_2, \dots, x_n , приводящие к экстремуму *линейной целевой функции*:

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^n c_jx_j \quad (3.1)$$

при конечном числе *линейных ограничений* вида

$$c_{p1}x_1 + c_{p2}x_2 + \dots + c_{pn}x_n \geq b_p, \text{ и } p = \overline{1, k}; \quad (3.2)$$

$$c_{s1}x_1 + c_{s2}x_2 + \dots + c_{sn}x_n \geq b_s, \text{ и } s = \overline{1, k}; \quad (3.3)$$

$$c_{m1}x_1 + c_{m2}x_2 + \dots + c_{mn}x_n \geq b_m, \text{ и } m = \overline{1, k}. \quad (3.4)$$

Очевидно, что рассмотренный в разделе 1 графический метод решения задачи возможен только при оптимизации функций двух переменных x_1, x_2 .

Рассмотрим постановки нескольких типовых оптимизационных задач.

Объемное планирование работы механического участка для достижения максимальной загрузки технологического оборудования

Имеется t станков (или t групп станков), на которых могут быть изготовлены n типов деталей. Трудоемкость обработки j -й детали на i -м станке составляет t_{ij} часов (см. табл. 3.1), известны также фонды времени работы каждого станка (группы станков) – B_i .

** В разработке данного раздела использован основной источник: Махов А.А. Оптимизация в машиностроении : методические рекомендации для самостоятельной работы студентов по дисциплине «АСТПП» [1].

Таблица 3.1

Исходные данные к задаче

Станки	Трудоемкость при обработке деталей каждого типа, ч				Фонд времени работы оборудования, ч
	1	2	...	n	
1	t_{11}	t_{12}	...	t_{1n}	B_1
2	t_{21}	t_{22}	...	t_{2n}	B_2
...
m	t_{m1}	t_{m2}	...	t_{mn}	B_m

Требуется определить количество деталей каждого наименования (x_1, x_2, \dots, x_n) , при обработке которых достигается максимальная загрузка оборудования участка.

Математически задача сводится к максимизации следующей целевой функции:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij} x_j \rightarrow \max \quad (3.5)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} t_{11}x_1 + t_{12}x_2 + \dots + t_{1n}x_n \leq B_1, \\ t_{21}x_1 + t_{22}x_2 + \dots + t_{2n}x_n \leq B_2, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots, \\ t_{m1}x_1 + t_{m2}x_2 + \dots + t_{mn}x_n \leq B_m. \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ \dots \dots, \\ x_n \geq 0. \end{cases} \quad (3.7)$$

Планирование работы механического участка для достижения максимальной прибыли

Для изготовления n видов изделий завод использует m видов сырья, запас каждого из которых ограничен R_i . Для изготовления

изделий задействованы s видов оборудования, для которых ограничен фонд рабочего времени B_k . Также известна прибыль от реализации каждого изделия M_j . Исходные данные сведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Исходные данные к задаче

Виды сырья	Потребность в сырье для изделий, кг				Ресурсы, кг
	1	2	...	n	
1	p_{11}	p_{12}	...	p_{1n}	R_1
2	p_{21}	p_{22}	...	p_{2n}	R_2
...
m	p_{m1}	p_{m2}	...	p_{mn}	R_m

Оборудование	Время изготовления изделий, ч				Фонд времени работы оборудования, ч
	1	2	...	n	
1	t_{11}	t_{12}	...	t_{1n}	B_1
2	t_{21}	t_{22}	...	t_{2n}	B_2
...
s	t_{s1}	t_{s2}	...	t_{sn}	B_s

Прибыль на одно изделие, усл. руб.	1	2	...	n
	M_1	M_2	...	M_n

Требуется определить план выпуска продукции, при котором будет достигнута максимальная прибыль.

Если обозначить через x_j число изделий каждого из n видов выпускаемых изделий, то математически задача сведется к максимизации целевой функции:

$$F = M_1x_1 + M_2x_2 + \dots + M_nx_n = \sum_{j=1}^n m_jx_j \rightarrow \max \quad (3.8)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} p_{11}x_1 + p_{12}x_2 + \dots + p_{1n}x_n \leq R_1, \\ p_{21}x_1 + p_{22}x_2 + \dots + p_{2n}x_n \leq R_2, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots, \\ p_{m1}x_1 + p_{m2}x_2 + \dots + p_{mn}x_n \leq R_m. \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} t_{11}x_1 + t_{12}x_2 + \dots + t_{1n}x_n \leq B_1, \\ t_{21}x_1 + t_{22}x_2 + \dots + t_{2n}x_n \leq B_2, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots, \\ t_{s1}x_1 + t_{s2}x_2 + \dots + t_{sn}x_n \leq B_s. \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ \dots \dots, \\ x_n \geq 0. \end{cases} \quad (3.11)$$

Иногда в таких задачах вводят дополнительные жесткие условия. Например, требуется, чтобы полностью был выработан фонд времени работы B_k одного вида оборудования. В этом случае, одно из ограничений (3.10) записывается в строгой форме:

$$t_{k1}x_1 + t_{k2}x_2 + \dots + t_{kn}x_n = B_k. \quad (3.12)$$

Задача о минимальной загрузке оборудования

Имеется m станков, на которых могут быть обработаны n типов деталей. Производительность i -го станка при изготовлении j -й детали составляет C_{ij} . Величины плановых заданий A_j на изготовление j -й детали и ресурс времени работы B_i известны. Все исходные данные можно представить в виде табл. 3.3.

Требуется, учитывая ресурсы времени работы каждого станка, распределить задания между станками таким образом, чтобы общее время работы всех станков было минимальным.

Исходные данные к задаче

Станки	Производительность станка при изготовлении деталей каждого типа, деталей в час				Фонд времени работы оборудования, ч
	1	2	...	n	
1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	B_1
2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	B_2
...
m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	B_m
Требуемое количество деталей	A_1	A_2	...	A_n	

Если обозначить t_{ij} время изготовления j -й детали на i -м станке, то математически можно записать задачу минимизации целевой функции:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij} \rightarrow \min \quad (3.13)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n t_{ij} \leq B_i, i = \overline{1, m}; \quad (3.14)$$

$$\sum_{i=1}^m C_{ij} t_{ij} = A_j, j = \overline{1, n}; \quad (3.15)$$

$$\forall t_{ij} \geq 0. \quad (3.16)$$

Задача об оптимальном раскрое листового материала

Кроить листовый материал можно m способами, при каждом из которых получаются Z_{ij} заготовок j -го типа и т. д. Исходные данные сведены в табл. 3.4.

Если обозначить x_i число листов, раскраиваемых i -м способом, то математически можно записать задачу минимизации целевой функции:

$$F = \sum_{i=1}^m x_i \rightarrow \min \quad (3.17)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} z_{11}x_1 + z_{21}x_2 + \dots + z_{m1}x_m \geq N_1, \\ z_{12}x_1 + z_{22}x_2 + \dots + z_{m2}x_m \geq N_2, \\ \dots \dots \dots \dots \dots, \\ z_{1n}x_1 + z_{2n}x_2 + \dots + z_{mn}x_m \geq N_n. \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ \dots \dots, \\ x_m \geq 0. \end{cases} \quad (3.19)$$

Таблица 3.4

Исходные данные к задаче

Способы раскроя	Число заготовок j -го типа, получаемых при раскрое i -м методом					
	1	2	...	j	...	n
1	z_{11}	z_{12}	...	z_{1j}	...	z_{1n}
2	z_{21}	z_{22}	...	z_{2j}	...	z_{2n}
...
i	z_{i1}	z_{i2}	...	z_{ij}	...	z_{in}
...
m	z_{m1}	z_{m2}	...	z_{mj}	...	z_{mn}
Требуемое количество заготовок	N_1	N_2	...	N_j	...	N_n

3.2. Задания для самостоятельной работы

Самостоятельно решите следующие оптимизационные задачи.

Задача об оптимальном раскрое листового материала

Имеется некоторый материал в виде стандартных листов, которые необходимо раскроить для получения не менее 80 шт. деталей типа 1

и не менее 40 шт. деталей типа 2. Известны четыре способа раскроя листа, каждый из которых дает результат, представленный в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Исходные данные к задаче

Способы раскроя		I	II	III	IV
Результат	Деталь 1	3	2	1	0
	Деталь 2	1	6	9	13

Требуется так провести операцию раскроя, чтобы общий расход листов оказался минимальным.

Планирование работы механического участка для достижения максимальной прибыли

Для изготовления двух видов изделий *A* и *B* завод расходует в качестве сырья сталь и цветные металлы, запас которых ограничен. В изготовлении указанных изделий заняты токарные и фрезерные станки в количестве, указанном в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Исходные данные к задаче

Виды сырья	Потребность в сырье для изделий, кг		Ресурсы, кг
	Изделие <i>A</i>	Изделие <i>B</i>	
Сталь	100	700	3200
Цвет. мет.	200	500	4200
Оборудование	Трудоемкость изготовления, ч		Фонд времени работы оборудования, ч
	Изделие <i>A</i>	Изделие <i>B</i>	
Токарные станки	30	40	620
Фрезерные станки	20	10	340
Прибыль на одно изделие, тыс. руб.	3	8	

Требуется определить план выпуска продукции, при котором будет достигнута максимальная прибыль.

3.3. Пример решения задачи оптимизации графическим методом

Рассмотрим пример решения конкретной задачи.

В цехе механической обработки имеется три группы оборудования: токарные, фрезерные и сверлильные станки, задействованные в серийном производстве двух видов изделий. Исходные данные о трудоемкостях обработки и фондах времени работы оборудования приведены в табл. 3.7.

Требуется составить план выпуска изделий, при котором достигается максимальная загрузка производственного оборудования.

Обозначим через x_1 и x_2 плановые количества выпускаемых изделий первого и второго типа. Таким образом, можно записать целевую функцию

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2) &= 0,1x_1 + 0,3x_2 + 0,5x_1 + 0,9x_2 + 0,3x_1 + 0,2x_2 = \\ &= 0,9x_1 + 1,4x_2 \rightarrow \max. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Таблица 3.7

Исходные данные к задаче

Оборудование	Трудоемкость при обработке изделий, ч		Фонд времени работы оборудования, ч
	Изделие 1	Изделие 2	
Токарные станки	0,1	0,3	200
Фрезерные станки	0,5	0,9	700
Сверлильные станки	0,3	0,2	330

Ограничения имеют вид

$$\begin{cases} 0,1x_1 + 0,3x_2 \leq 200, \\ 0,5x_1 + 0,9x_2 \leq 700, \\ 0,3x_1 + 0,2x_2 \leq 330. \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases} \quad (3.22)$$

Для графического решения задачи сначала выделим в координатной плоскости x_1 x_2 область допустимых решений (см. рис. 3.1).

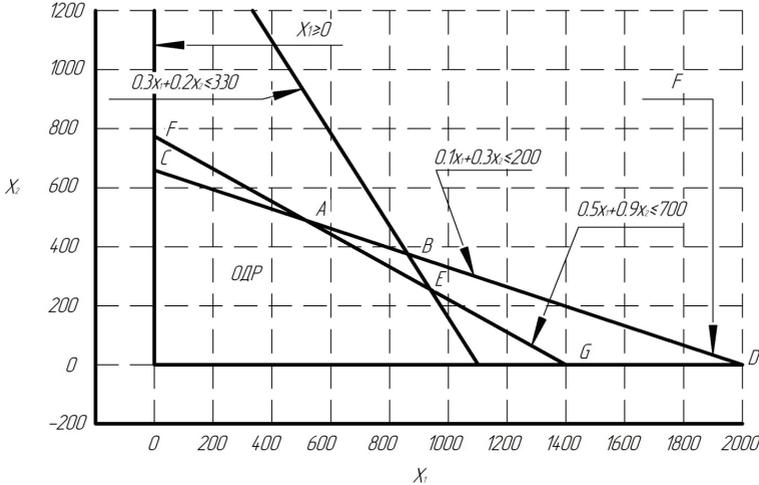


Рис. 3.1. Графический способ нахождения области допустимых решений

Если оптимальное решение линейной задачи существует, то оно находится в точке на границе области допустимых решений — в одной из вершин многоугольника (обозначен как ОДР). Поэтому достаточно найти координаты (x_{1i}, x_{2i}) этих точек и подставить значения в уравнение для целевой функции $F(x_{1i}, x_{2i})$. Координаты точки (x_{1i}, x_{2i}) , при которых целевая функция принимает большее значение, и есть решение задачи.

Для поиска оптимальной точки также можно воспользоваться градиентным методом. Для этого построим два графика $F(x_1, x_2)$ при произвольных значениях целевой функции, например:

$$F_1(x_1, x_2) = 0,9x_1 + 1,4x_2 = 500, \quad (3.23)$$

$$F_2(x_1, x_2) = 0,9x_1 + 1,4x_2 = 1000. \quad (3.24)$$

Вектор градиента \vec{G} показывает направление роста целевой функции $F(x_1, x_2)$. Если провести линию, перпендикулярную линиям $F_1(x_1, x_2)$ и $F_2(x_1, x_2)$, то направление вектора \vec{G} будет от F_1 к F_2 , так как $F_1 < F_2$.

В нашем случае градиент \vec{G} направлен направо вверх (см. рис. 3.2).

Так как решается задача максимизации, то для отыскания оптимальных значений $x_{1\text{опт}}, x_{2\text{опт}}$ необходимо перенести любую прямую $F(x_1, x_2)$ в сторону, указываемую вектором градиента \vec{G} , в точку касания с областью допустимых решений.

Как видно из рис. 3.2, если перемещать любую из прямых $F(x_1, x_2)$ параллельно самой себе в направлении, указываемом вектором градиента, то в конечном итоге она будет иметь точку касания с областью допустимых решений в точке E .

Действительно, если подставить в уравнение целевой функции (3.20) координаты точки E ($x_1 = 923,5$; $x_2 = 264,7$), то получим

$$F_E = F(x_1, x_2) = 0,9x_1 + 1,4x_2 = 0,9 \cdot 923,5 + 1,4 \cdot 264,7 = 1201,8. \quad (3.25)$$

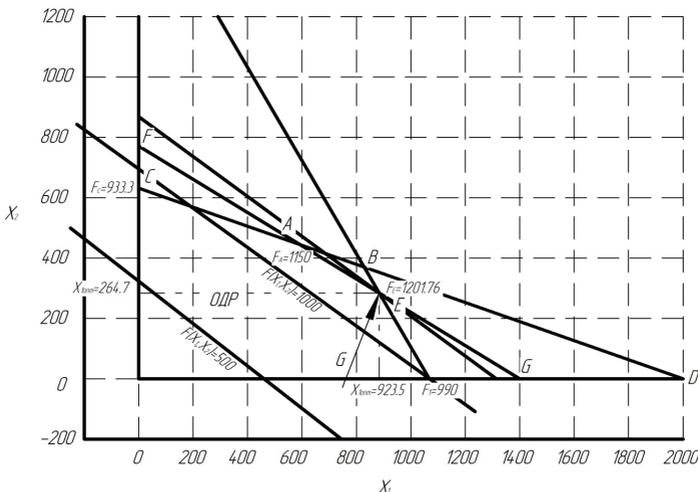


Рис. 3.2. Нахождение оптимального решения с помощью градиента

Любая другая пара значений (x_1, x_2) из области допустимых ре-

шений даст меньшее значение целевой функции, поэтому можно считать, что оптимальное значение найдено.

Округляя дробные значения x_1 и x_2 , получим, что максимальная нагрузка оборудования в $F = 1200,3$ ч будет достигнута при изготовлении

$$x_{1\text{опт}} = 923 \text{ шт. изделий 1-го типа,}$$

$$x_{2\text{опт}} = 264 \text{ шт. изделий 2-го типа.}$$

При этом фактическое время работы оборудования составит для токарных станков: $171,5 \text{ ч} < B_1 = 200 \text{ ч} (\approx 85,8 \%)$,
для фрезерных станков: $699,1 \text{ ч} < B_2 = 700 \text{ ч} (\approx 99,9 \%)$,
для сверлильных станков: $329,7 \text{ ч} < B_3 = 330 \text{ ч} (\approx 99,9 \%)$.

Контрольные вопросы

1. Постановка оптимизационных задач при планировании производства, сводящихся к задаче линейного программирования.
2. Суть задачи по объемному планированию работы механического участка для достижения максимальной загрузки технологического оборудования.
3. Суть задачи об оптимальном раскрое листового материала.
4. Суть задачи о минимальной загрузке оборудования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Махов, А.А. Оптимизация в машиностроении : методические рекомендации для самостоятельной работы студентов по дисциплине «АСТПП» /А.А. Махов. – Егорьевск : Станкин, 2008. – 48 с.
2. Афонин, В.В. Моделирование систем : учеб.-практ. пособие / В.В. Афонин, С.А. Федосин. – 2-е изд., испр. – Москва : ИНТУИТ, 2016. – 270 с. // Электронно-библиотечная система IPR Books : [сайт]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/52179.html> (дата обращения: 12.11.18). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Грубый, С.В. Моделирование процесса резания твердосплавными и алмазными режущими инструментами : учеб. пособие / С.В. Грубый. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 108 с.
4. Грубый, С.В. Методы оптимизации режимных параметров лезвийной обработки : учеб. пособие / С.В. Грубый. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 96 с.